## SAÉ 13 | *La fécondation in vitro*

*Voici un exemple de démarche qui permet de résoudre la situation-problème.*

- Déterminer le pourcentage de femmes qui ont recours à la fécondation in vitro (IV) à l'aide des deux premiers énoncés et de la définition de « probabilité conditionnelle ».
- Premièrement, convertir les chances pour un prélèvement positif (PP) en probabilités ; des chances de 9 : 1 équivalent à une probabilité de 90 %.

  Deuxièmement, $P(\text{IV sachant PP}) = \frac{P(\text{IV et PP})}{P(\text{PP})} = \frac{0{,}027}{0{,}9} = 0{,}03$.
- Donc, 3 % des femmes qui tentent d'être enceintes ont recours à la fécondation in vitro, ce qui fait 3000 femmes dans cette situation. De ces 3000 femmes, 90 % ont un prélèvement d'ovules positif, soit 2700 femmes.
- Dans 60 à 70 % des cas, un embryon est produit. Donc, de 1620 à 1890 femmes des 2700 ayant eu un prélèvement positif peuvent espérer arriver jusqu'à l'étape de l'implantation d'un embryon.
- Déterminer le nombre de femmes dans chaque groupe d'âge qui se feront implanter un embryon à partir du pourcentage de femmes dans chaque groupe.

| [25, 35[ ans | [35, 40[ ans | 40 ans ou plus |
|---|---|---|
| De 486 (60 % de 1620) à 567 (70 % de 1890) femmes se feront implanter un embryon. | De 648 (40 % de 1620) à 756 (40 % de 1890) femmes se feront implanter un embryon. | De 324 (20 % de 1620) à 378 (20 % de 1890) femmes se feront implanter un embryon. |

- Déterminer le nombre de femmes qui seront enceintes à la suite de l'implantation d'un embryon.
  - Les chances pour les femmes âgées de [25, 35[ ans sont de 2 : 3 : la probabilité d'être enceinte est alors de 40 % $\left(\frac{2}{5}\right)$. On peut donc s'attendre à ce que le nombre de femmes qui seront enceintes dans ce groupe d'âge se situe entre 194 (40 % de 486) et 227 (40 % de 567) environ.
  - Les chances pour les femmes âgées de [35, 40[ ans sont de 7 : 13 $\left(\frac{7}{20}\right)$. La probabilité d'être enceinte est alors de 35 %. On peut donc s'attendre à ce que le nombre de femmes qui seront enceintes dans ce groupe d'âge se situe entre 227 (35 % de 648) et 265 (35 % de 756) environ.
  - Les chances contre les femmes âgées de 40 ans ou plus sont de 4 : 1 $\left(\frac{4}{5}\right)$. La probabilité d'être enceinte est alors de 20 %. On peut donc s'attendre à ce que le nombre de femmes qui seront enceintes dans ce groupe d'âge se situe entre 65 (20 % de 324) et 76 (20 % de 378) environ.
- Par groupe d'âge, 90 % des femmes mèneront leur grossesse à terme :

| [25, 35[ ans | [35, 40[ ans | 40 ans ou plus |
|---|---|---|
| De 175 (90 % de 174) à 204 (90 % de 227) environ mèneront leur grossesse à terme. | De 204 (90 % de 227) à 239 (90 % de 265) environ mèneront leur grossesse à terme. | De 59 (90 % de 65) à 68 (90 % de 76) environ mèneront leur grossesse à terme. |

- Déterminer le pourcentage de femmes qui accoucheront de jumeaux parmi celles qui ont accouché.

  $P(\text{jumeaux sachant accouché}) = \frac{P(\text{jumeaux et accouché})}{P(\text{accouché})} = \frac{0{,}225}{0{,}9} = 0{,}25$
- 25 % des femmes accoucheront de jumeaux alors que 75 % accoucheront d'un seul enfant.

  Voici alors un tableau qui présente le nombre de femmes qui auront des jumeaux ou non par catégorie d'âge.

| [25, 35[ ans | [35, 40[ ans | 40 ans ou plus |
|---|---|---|
| Femmes qui auront 1 enfant : de 131 (75 % de 175) à 153 (75 % de 204). Femmes qui auront 2 enfants : de 44 (25 % de 175) à 51 (25 % de 204). | Femmes qui auront 1 enfant : de 153 (75 % de 204) à 179 (75 % de 239). Femmes qui auront 2 enfants : de 51 (25 % de 204) à 60 (25 % de 239). | Femmes qui auront 1 enfant : de 44 (75 % de 59) à 51 (75 % de 68). Femmes qui auront 2 enfants : de 15 (25 % de 59) à 17 (25 % de 68). |

En conclusion, les élèves devraient réaliser que bien que cette méthode n'aboutisse pas toujours à une naissance, elle permet à un nombre considérable de couples de devenir parents.

# Les stimulateurs cardiaques

*Voici une démarche qui permet de déterminer l'affirmation qui semble la plus représentative de la réalité.*

- Calculer l'espérance de vie initiale.

  L'espérance de vie correspond à l'espérance mathématique associée à cette situation.

  Puisque les âges sont groupés en classes, il faut utiliser le milieu de chacune des classes comme âge de référence. Ainsi :

  $E_{\text{hommes sans stimulateur}} = 40 \times 8\,\% + 50 \times 22\,\% + 60 \times 25\,\% + 70 \times 18\,\% + 80 \times 15\,\% + 90 \times 12\,\% = 64{,}6$ ans.

  Pour les hommes ayant un stimulateur cardiaque, on peut calculer les probabilités fréquentielles en utilisant les données du tableau. Ainsi :

  $E_{\text{hommes avec un stimulateur}} = 40 \times \frac{100}{2000} + 50 \times \frac{230}{2000} + 60 \times \frac{350}{2000} + 70 \times \frac{660}{2000} + 80 \times \frac{460}{2000} + 90 \times \frac{200}{2000} = 68{,}75$ ans.

- Analyser le pourcentage de gens qui décèdent d'une maladie cardiaque.

  Pour les hommes qui portent un stimulateur cardiaque et ceux qui ne portent pas de stimulateur cardiaque, convertir les chances pour un décès en probabilités.

| | Sans stimulateur cardiaque | | Avec un stimulateur cardiaque | |
|---|---|---|---|---|
| Âge | Chances que la cause du décès soit reliée au cœur | Probabilité que la cause du décès soit reliée au cœur | Chance que la cause du décès ne soit pas reliée au cœur | Probabilité que la cause du décès soit reliée au cœur |
| [35, 45[ | 3 : 1 | $\frac{3}{4}$ | 3 : 4 | $\frac{4}{7}$ |
| [45, 55[ | 5 : 4 | $\frac{5}{9}$ | 4 : 7 | $\frac{7}{11}$ |
| [55, 65[ | 9 : 10 | $\frac{9}{19}$ | 2 : 3 | $\frac{3}{5}$ |
| [65, 75[ | 1 : 1 | $\frac{1}{2}$ | 8 : 5 | $\frac{5}{13}$ |
| [75, 85[ | 1 : 2 | $\frac{1}{3}$ | 3 : 2 | $\frac{2}{5}$ |
| [85, 95[ | 1 : 3 | $\frac{1}{4}$ | 1 : 1 | $\frac{1}{2}$ |

- Déterminer le pourcentage de gens qui décéderont d'une maladie cardiaque.

  Pour les hommes qui ne portent pas de stimulateur cardiaque, le calcul consiste à multiplier le pourcentage de décès par la probabilité de décès reliés à une maladie du cœur pour chacune des classes.

  $8\,\% \times \frac{3}{4} + 22\,\% \times \frac{5}{9} + 25\,\% \times \frac{9}{19} + 18\,\% \times \frac{1}{2} + 15\,\% \times \frac{1}{3} + 12\,\% \times \frac{1}{4} \approx 47{,}1\,\%$

  Pour les hommes qui portent un stimulateur cardiaque, le calcul consiste à multiplier le pourcentage de décès par la probabilité de décès reliés à une maladie du cœur pour chacune des classes.

  $\frac{100}{2000} \times \frac{4}{7} + \frac{230}{2000} \times \frac{7}{11} + \frac{350}{2000} \times \frac{3}{5} + \frac{660}{2000} \times \frac{5}{13} + \frac{460}{2000} \times \frac{2}{5} + \frac{200}{2000} \times \frac{1}{2} \approx 47{,}6\,\%$

- **Conclusion**

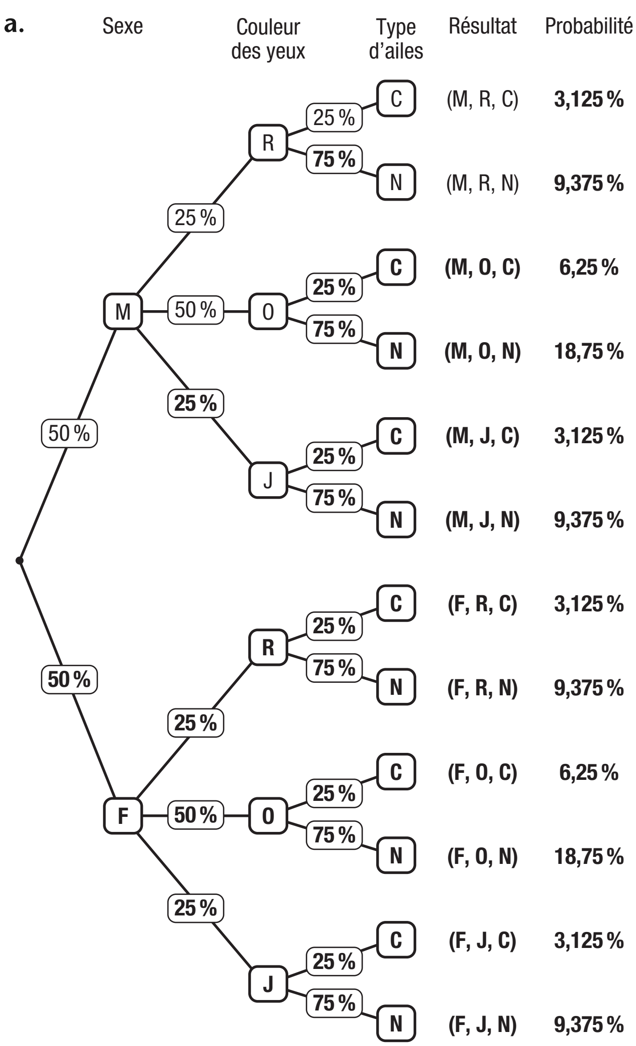
  Considérant tous les calculs, l'affirmation du médecin masculin est la plus représentative de la réalité.

## RÉVISION 7

### Réactivation 1

Page 216

**a.**




**b** **1)** 12,5 % **2)** 37,5 %

**c.** **1)** (M, O, N), (F, O, N)

**2)** (M, R, C), (M, J, C), (F, R, C), (F, J, C)

## Réactivation 2

Page 217

**a.** 1) 14 étudiants. 2) 4 étudiants.
3) 9 étudiants.

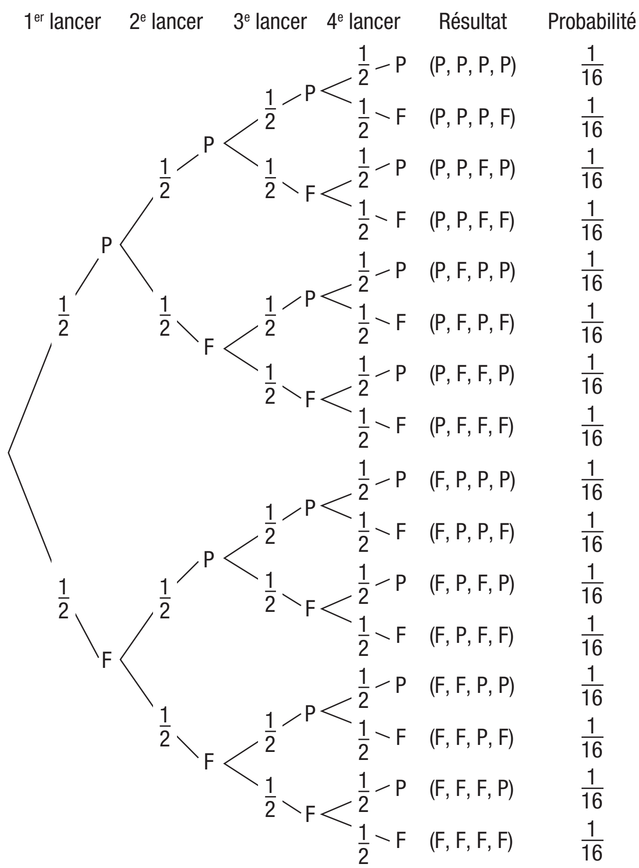
**b.** 1) $\frac{7}{13}$ 2) $\frac{3}{13}$ 3) $\frac{7}{13}$ 4) $\frac{29}{65}$

## Mise à jour

Page 220

**1. a)** $\Omega = \{P, F\}$
**b)** $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
**c)** $\Omega$ = {rouge, vert, blanc, bleu}
**d)** $\Omega$ = {pique, cœur, carreau, trèfle}

**2. a)**




**b)** $\frac{1}{8}$ **c)** $\frac{3}{8}$

**3. a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{8}$ **c)** $\frac{1}{64}$ **d)** $\frac{1}{512}$

## Mise à jour (*suite*)

Page 221

**4. a)** $\frac{1}{27}$ **b)** $\frac{1}{81}$ **c)** $\frac{1}{10\ 000}$
**d)** $\frac{1}{270\ 000}$ **e)** $\frac{1}{810\ 000}$

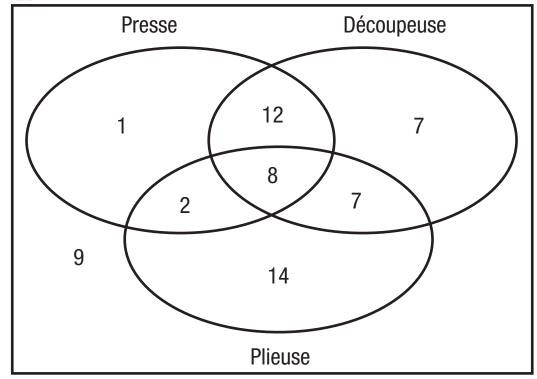
**5. a)** $\frac{1}{22}$ **b)** $\frac{1}{38}$ **c)** $\frac{1}{836}$

**6. a)** 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{16}{81}$
**b)** 1) $\frac{5}{18}$ 2) $\frac{40}{81}$
**c)** 1) $\frac{5}{18}$ 2) $\frac{25}{81}$

## Mise à jour (*suite*)

Page 222

**7. a)** $\Omega$




**b)** 1) $\frac{7}{60}$ 2) $\frac{1}{60}$ 3) $\frac{3}{20}$

**8.** La personne qui affirme que « la probabilité d'obtenir un nombre impair est égale à celle d'obtenir un nombre pair » a raison puisque les résultats de cette expérience sont indépendants.

# SECTION 7.1 La probabilité conditionnelle

## Problème

Page 223

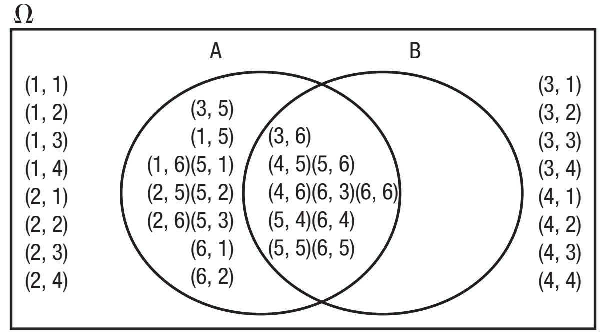
La probabilité d'obtenir le nombre 25FA8C est de $\frac{1}{8\ 388\ 608}$.

## Activité 1

Page 224

**a.** 1) Non, car les résultats sont indépendants.
2) Il y a 36 résultats possibles.

**b.** $\Omega$




**c.** Oui, car il y a des résultats qui satisfont aux conditions des deux événements.

**d.** 1) $\frac{5}{9}$ 2) $\frac{5}{18}$ 3) $\frac{5}{18}$

**e.** $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

**f.** Le numérateur en **e** est égal au dénominateur en **d 2)**.

**g.** Oui, puisqu'il est primordial d'obtenir 5 ou 6 pour que la somme soit supérieure à 8.

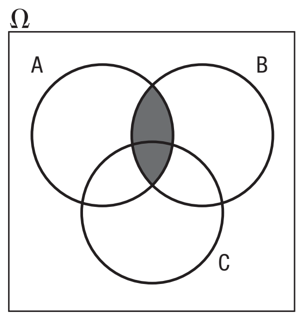
## Mise au point 7.1

Page 227

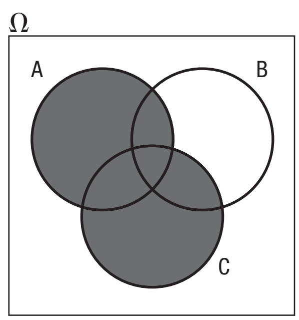
1. **a)** Événements mutuellement exclusifs.
   **b)** Événements non mutuellement exclusifs.
   **c)** Événements non mutuellement exclusifs.
   **d)** Événements non mutuellement exclusifs.

2. **a)** Événements indépendants.
   **b)** Événements dépendants.
   **c)** Événements indépendants.

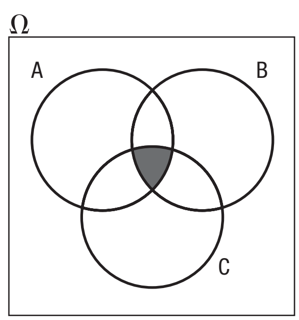
3. **a)**



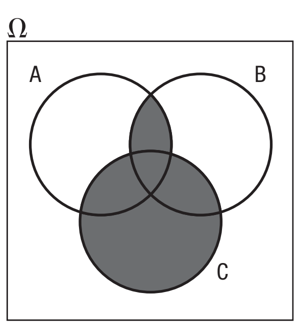

**b)**



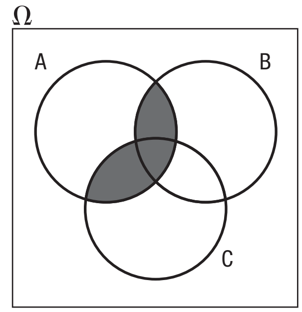

**c)**



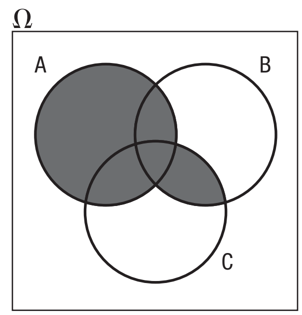

**d)**



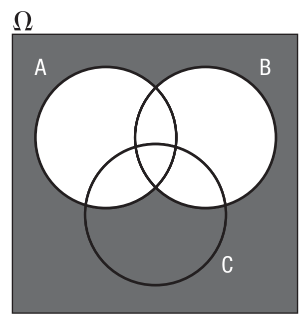

**e)**



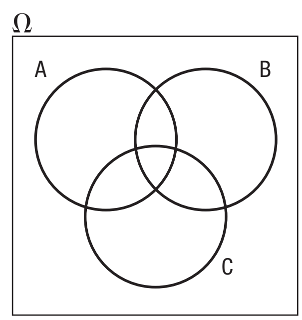

**f)**



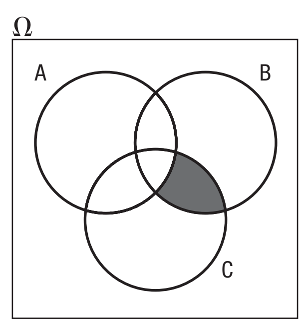

**g)**




**h)**




**i)**



## Mise au point 7.1 (*suite*) Page 228

**4. a)** Oui. Ces événements sont mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection est de 0.

**b)** Non. Ces événements ne sont pas mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection n'est pas de 0.

**c)** Oui. Ces événements sont mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection est de 0.

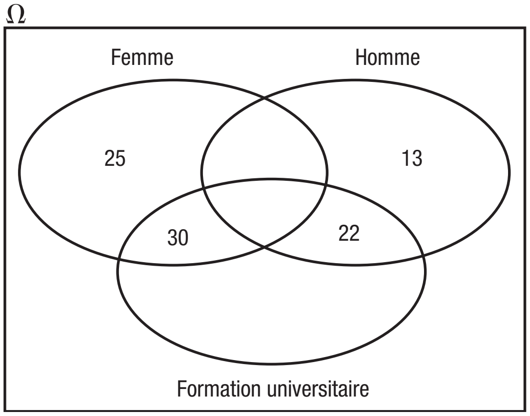
**d)** Oui. Ces événements sont mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection est de 0.

**5. a) 1)** Oui, parce que 3 n'est pas un nombre pair et que l'intersection est donc vide.

**2)** Non, parce que 6 est un nombre pair et qu'il fait partie de l'intersection.

**b) 1)** $\frac{2}{3}$ **2)** $\frac{2}{3}$ **3)** $\frac{1}{2}$

**6. a)** $\Omega$




**b)** $\frac{77}{90}$

**7. a)** 0,7 **b)** 0,65 **c)** 0,52

**8. a)** 24 **b)** 40 320 **c)** 3 628 800

**d)** 3 628 801 **e)** 1 **f)** 15

**g)** 604 800 **h)** 348

## Mise au point 7.1 (*suite*) Page 229

**9. a)** 4096 façons différentes.

**b)** 720 façons différentes.

**10.** $P(\text{M} \mid \text{N}) = \frac{P(\text{M} \cap \text{N})}{P(\text{N})}$

Les événements M et N sont indépendants, donc $P(\text{M} \cap \text{N}) = P(\text{M}) \times P(\text{N})$.

$P(\text{M} \mid \text{N}) = \frac{P(\text{M}) \times P(\text{N})}{P(\text{N})}$ et $P(\text{N}) \neq 0$.

$P(\text{M} \mid \text{N}) = P(\text{M})$

**11. a)** 5! = 120 façons différentes.

**b)** 3! = 6 façons différentes.

**c)** 2! = 2 façons différentes.

**d)** 6! = 720 façons différentes.

**e)** 4! = 24 façons différentes.

**f)** 13! = 6 227 020 800 façons différentes.

**12. a)** $\frac{4}{11}$ **b)** $\frac{7}{10}$ **c)** $\frac{2}{5}$

**13. a)** ≈ 0,12 %

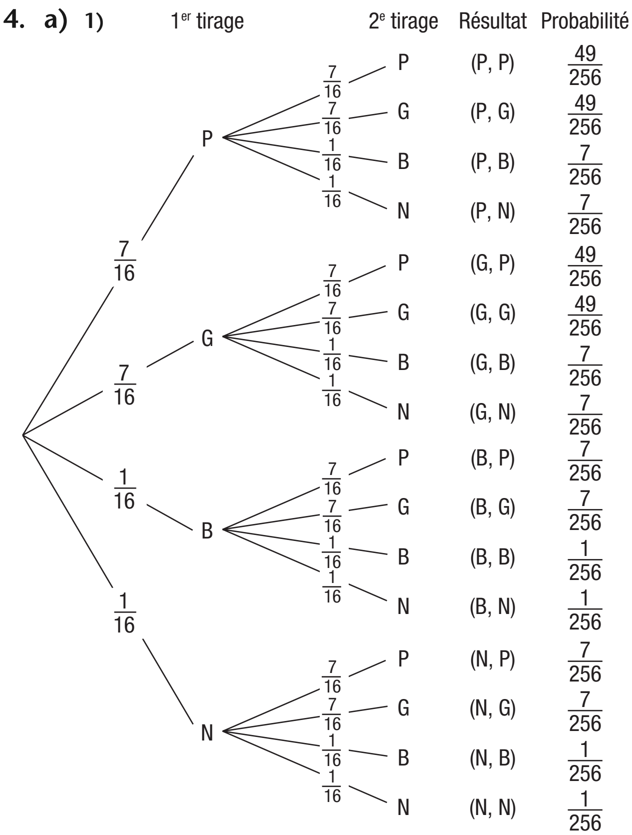
**b) 1)** ≈ 31,11 %

**2)** ≈ 9,29 %

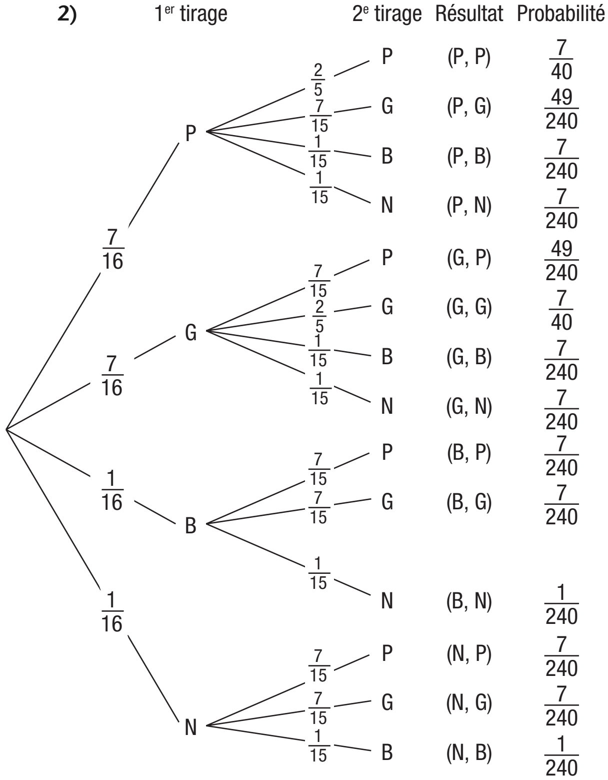
**c)** ≈ 3,03 %

## Mise au point 7.1 (*suite*) Page 230

**14. a) 1)**



2)




**b)** Dans le cas du tirage sans remise.

**c)** 1) $\frac{2}{5}$ 2) $\frac{1}{15}$ 3) $\frac{1}{15}$ 4) $\frac{1}{15}$

**15.** **a)** $\approx 1{,}16 \times 10^{10}$ **b)** 67 910 864

**16.** La probabilité est de 18 %.

**17.** **a)** 1) 0,7 2) 0,375 3) $\frac{1}{3}$ ou $\approx$ 0,33.

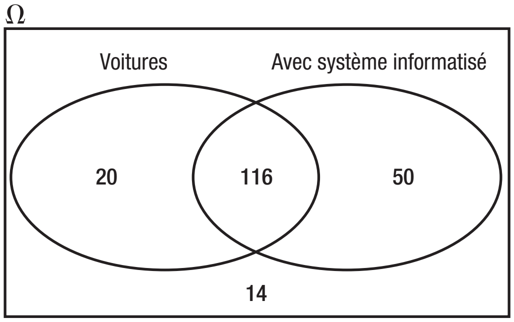
**b)** 1) 0,72 2) $\approx$ 0,73 3) $\frac{9}{11}$ ou $\approx$ 0,82.

**Mise au point 7.1** (*suite*) **Page 231**

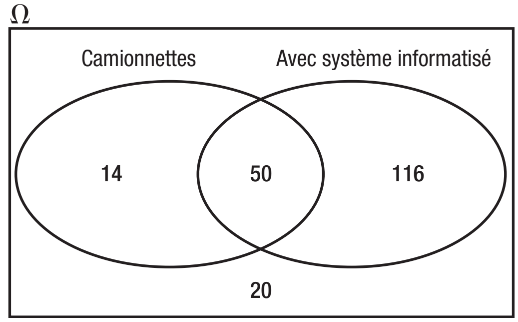
**18.** **a)** **Inspection de véhicules**

| | Voiture | Camionnette | Total |
|---|---|---|---|
| **Avec système informatisé** | **116** | 50 | **166** |
| **Sans système informatisé** | **20** | **14** | 34 |
| **Total** | 136 | **64** | **200** |

**b)** 1) $\Omega$




2) $\Omega$




**19.** **a)** 1) $\frac{287}{750}$ 2) $\frac{28}{463}$ 3) $\frac{17}{45}$

**b)** 1) $\frac{187}{374\ 750}$ 2) $\frac{154}{112\ 425}$

# SECTION 7.2 La probabilité subjective et les chances

**Problème** **Page 232**

Oui, puisque les résultats sont équiprobables à chacune des étapes.

**Activité 1** **Page 233**

**a.** **Prédictions sur la série entre les Canadiens et les Bruins**

| | Amateur ① | Amateur ② | Amatrice ③ | Amateur ④ | Amatrice ⑤ | Amateur ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité d'une victoire des Canadiens | $\frac{7}{10}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{10}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{7}{10}$ | $\frac{7}{10}$ |
| Probabilité d'une défaite des Canadiens | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{3}{10}$ |
| Chances pour une victoire des Canadiens | 7 : 3 | **1 : 1** | **7 : 3** | **4 : 1** | **7 : 3** | **7 : 3** |
| Chances contre une victoire des Canadiens | 3 : 7 | **1 : 1** | **3 : 7** | **1 : 4** | **3 : 7** | **3 : 7** |

**b.** Les amateurs ①, ③, ⑤ et ⑥.

**c.** La probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 qui représente le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles. Les chances donnent le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas défavorables. Elles sont utilisées pour calculer les gains.

## Activité 2

Page 234

**a.**

| 1er choix | 2e choix | Résultat | Probabilité |
|---|---|---|---|
| 50 % Soleil | 80 % Maximisé | (S, M) | 40 % |
| | 20 % Non maximisé | (S, N) | 10 % |
| 50 % Nuages | 40 % Maximisé | (N, M) | 20 % |
| | 60 % Non maximisé | (N, N) | 30 % |

**b.** 1) Oui pour l'agriculteur ① puisqu'il s'appuie sur les données météorologiques des 20 dernières années, et non pour l'agricultrice ② puisqu'elle s'appuie sur son expérience.

2) Oui pour l'agricultrice ②, car elle s'appuie sur son expérience, et non pour l'agriculteur ① puisqu'il s'appuie sur les données météorologiques des 20 dernières années.

**c.** 1) Les prédictions reposent sur les fréquences observées durant plusieurs années.

2) Les prédictions reposent sur son expérience et sa perception.

## Technomath

Page 235

**a.** 1) 0, 1, 25 2) 1, 6, 35 3) 1, 12, 200

**b.** 1) $\frac{54}{100}$ ou $\frac{27}{50}$. 2) $\frac{46}{100}$ ou $\frac{23}{50}$.

**c.** 1) *Plusieurs réponses possibles.*

2) *Plusieurs réponses possibles.*

## Mise au point 7.2

Page 238

**1. a)** Probabilité fréquentielle.

**b)** Probabilité subjective.

**c)** Probabilité subjective.

**d)** Probabilité théorique.

**e)** Probabilité fréquentielle.

**2. a)** Oui, en calculant une probabilité fréquentielle à partir des parties jouées entre ces deux équipes.

**b)** $\frac{9}{49}$

**3. a)** 1 : 12 **b)** 1 : 1 **c)** 3 : 5

**d)** 1 : 6 **e)** 1 : 4

## Mise au point 7.2 (*suite*)

Page 239

**4. a)** Non, la probabilité n'est pas basée sur une perception ou un jugement.

**b)** Non, la probabilité n'est pas basée sur une perception ou un jugement.

**c)** Oui, la probabilité est basée sur une perception ou un jugement.

**d)** Non, la probabilité n'est pas basée sur une perception ou un jugement.

**5.** **Derby**

| Cheval | Probabilité d'une victoire |
|---|---|
| Jolly Jumper | $\frac{7}{20}$ |
| Al Capone | $\frac{1}{5}$ |
| Rapide | $\frac{1}{5}$ |
| Rocket | $\frac{3}{20}$ |
| Schummy | $\frac{1}{10}$ |

**6. a)** Cela signifie qu'il y a une chance sur deux que l'événement se produise.

**b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Obtenir pile en lançant une pièce de monnaie.

**7.** Le meilleur placement est le placement **C,** car c'est celui qui offre la plus forte probabilité (80 %) de produire un rendement de 150 %.

## Mise au point 7.2 (*suite*)

Page 240

**8.** Non, car la somme des probabilités de tous ces événements élémentaires est supérieure à 1.

**9. a)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Les probabilités de précipitations prévues par Environnement Canada.

**b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Les pronostics des experts pour le Super Bowl.

**10. a)** 1) $\frac{7}{10}$

2) Une probabilité fréquentielle, puisqu'elle repose sur les résultats des dernières années.

**b)** 1) ≈ 4,29 $ 2) ≈ 23,33 $

**11. a)** 1) Face 1 : 13 % Face 2 : 13,2 % Face 3 : 12,8 %

Face 4 : 13,5 % Face 5 : 34,5 % Face 6 : 13 %

2) Pour chaque face, il s'agit d'une probabilité fréquentielle, car elle a été obtenue à partir du résultat d'un grand nombre de lancers.

**b)** Lancer un dé un grand nombre de fois, comptabiliser le nombre de fois que chaque face a été obtenue, calculer la probabilité fréquentielle d'obtenir chacune de ces faces et comparer ces probabilités avec les probabilités théoriques.

## Mise au point 7.2 (*suite*)

Page 241

**12. a)** 1 : 63 **b)** 1 : 15 **c)** 13 : 3

**d)** 1 : 7 **e)** 7 : 1

**13.** 78 : 22 ou 39 : 11.

**14. a)** $\frac{5}{23}$ **b)** 8 : 15 **c)** 13 : 10

**15. a)** 2 : 5 **b)** 5 : 2

**c)** 1) 12,50 $ 2) 2 $

**16. a)** $\frac{3072}{16\,807}$ **b)** $\frac{11\,664}{117\,649}$

## Mise au point 7.2 (*suite*)

Page 242

**17.** A 4, B 3, C 2, D 1

**18. a)** C'est une probabilité théorique puisqu'elle repose sur le fait que la bille, ne pouvant pas passer à travers le clou, se dirigera nécessairement vers la droite ou vers la gauche du clou et qu'elle a autant de chances d'aller d'un côté ou de l'autre.

**b)** Non. Bien que l'on puisse calculer la probabilité, on ne peut pas calculer le nombre de billes qui se retrouveront dans le réservoir **4.**

**c)** Oui, mais le calcul est complexe, car on doit déterminer le nombre de chemins qui mènent au réservoir **4** et le nombre total de chemins possibles.

**d)** C'est une probabilité fréquentielle puisqu'elle provient des résultats d'un grand nombre de répétitions de l'expérience.

# SECTION 7.3 L'espérance mathématique

## Problème

Page 243

L'entreprise devrait mettre en marché le prototype **B.**

## Activité 1

Page 244

**a.** Pour le tirage de l'organisme **A.**

**b.**

| Organisme | Gain moyen ($) |
|---|---|
| A | −68,50 |
| B | −49,00 |
| C | −35,50 |
| D | −37,50 |

**c.** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

| Tirage de l'organisme E | |
|---|---|
| Gain ($) | Probabilité (%) |
| 2500 | 2 |
| 1000 | 3 |
| **1200** | **5** |
| −100 | 90 |

## Activité 2

Page 245

**a.** 1) La situation **A.**
2) La situation **C.**
3) La situation **B.**

**b.** 1) Diminuer la mise.
2) Augmenter le gain.
3) Augmenter la probabilité.
4) Réduire la probabilité.

## Technomath

Page 246

**a.** 1) Les pertes associées à la probabilité de 0,75 sont passées de −15 $ à −20 $. Dans la cellule C4, la contribution de cette perte à la valeur de l'espérance mathématique est passée de −11,25 $ à −15 $. De plus, l'espérance mathématique de cette expérience est passée de −2,30 $ à −6,05 $.

2) Les probabilités relatives aux cellules B2 et B5 sont respectivement passées de 0,1 à 0,01 et de 0,01 à 0,1. Les contributions à la valeur de l'espérance mathématique des pertes associées à ces probabilités sont passées de 2 $ à 0,20 $ et de 1 $ à 10 $. De plus, l'espérance mathématique de cette expérience est passée de −2,30 $ à 4,90 $.

**b.** Les produits dans la colonne C correspondent aux contributions de chaque perte et de chaque gain à la valeur de l'espérance mathématique.

**c.** *Réponse personnelle.*

**d.** Lorsqu'on calcule l'espérance mathématique associée à une situation, il faut s'assurer que la somme de toutes les probabilités de tous les résultats possibles de cette situation est 1 ou 100 %. En d'autres termes, il faut s'assurer de prendre en compte tous les résultats de la situation.

**e. 1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 2 | Gains nets et probabilités | | | |
| 3 | Expérience 2 | | | |
| 4 | Gain net ($) | Probabilité (*P*) | Produit ($) (*P* × gain net) | |
| 5 | 20 | 0,1 | 2 | |
| 6 | 50 | 0,05 | 2,5 | |
| 7 | −15 | 0,75 | −11,25 | |
| 8 | 200 | 0,01 | 2 | |
| 9 | 100 | 0,02 | 2 | |
| 10 | 45 | 0,03 | 1,35 | |
| 11 | 35 | 0,04 | 1,4 | |
| 12 | | | | |
| 13 | Somme des probabilités : | | | 1 |
| 14 | Espérance mathématique ($) : | | | 0 |

**2)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | Gains nets et probabilités | | | |
| 3 | Expérience 2 | | | |
| 4 | Gain net ($) | Probabilité (*P*) | Produit ($) (*P* × gain net) | |
| 5 | 20 | 0,04 | 0,80 | |
| 6 | 50 | 0,05 | 2,50 | |
| 7 | −15 | 0,71 | −10,65 | |
| 8 | 100 | 0,01 | 1,00 | |
| 9 | 65 | 0,02 | 1,30 | |
| 10 | 25 | 0,09 | 2,25 | |
| 11 | 35 | 0,08 | 2,80 | |
| 12 | | | | |
| 13 | Somme des probabilités : | | | 1 |
| 14 | Espérance mathématique ($) : | | | 0 |

## Mise au point 7.3 Page 248

**1. a)** $x = -6{,}2$ **b)** $x = 25{,}5$
**c)** $x = -100$ **d)** $x = -21$

**2. a)** −4 **b)** 11 $

**3. a) 1)** 16,0046 u **2)** 35,484 u

**b)** Oui. Il s'agit du même calcul arithmétique, mais il n'a pas la même signification.

## Mise au point 7.3 (*suite*) Page 249

**4. a)** La durée de vie moyenne est environ de 3,54 semaines.

**b)** La durée de vie moyenne est environ de 1545,6 h.

**5.** −5950 $

**6. a)** Oui, car l'espérance mathématique est de 2,57 $ par action.

**b)** 48 110,40 $

**7.** Cette personne peut espérer un rendement de 8,25 %.

## Mise au point 7.3 (*suite*) Page 250

**8. a) 1)** 50 % ou 0,5. **2)** 50 % ou 0,5.

**b)** 0

**c)** Oui, ce jeu est équitable.

**d)**

| Nombre de lancers | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Avoir de Maude ($) | Probabilité | | | | | | | | | |
| 11 | – | – | – | – | – | – | – | – | – | ≈ 0,0010 |
| 10 | – | – | – | – | – | – | – | – | ≈ 0,0020 | – |
| 9 | – | – | – | – | – | – | – | ≈ 0,0039 | – | ≈ 0,0088 |
| 8 | – | – | – | – | – | – | ≈ 0,0078 | – | ≈ 0,0156 | – |
| 7 | – | – | – | – | – | ≈ 0,0156 | – | ≈ 0,0273 | – | ≈ 0,0342 |
| 6 | – | – | – | – | ≈ 0,0313 | – | ≈ 0,0469 | – | ≈ 0,0527 | – |
| 5 | – | – | – | 0,0625 | – | ≈ 0,0781 | – | ≈ 0,0781 | – | ≈ 0,0732 |
| 4 | – | – | 0,125 | – | 0,125 | – | ≈ 0,1094 | – | ≈ 0,0938 | – |
| 3 | – | 0,25 | – | 0,1875 | – | ≈ 0,1406 | – | ≈ 0,1094 | – | ≈ 0,0879 |
| 2 | 0,5 | – | 0,25 | – | ≈ 0,1563 | – | ≈ 0,1094 | – | ≈ 0,0820 | – |
| 1 | – | 0,25 | – | 0,125 | – | ≈ 0,0781 | – | ≈ 0,0547 | – | ≈ 0,0410 |
| 0 | 0,5 | – | 0,125 | – | 0,0625 | – | ≈ 0,0391 | – | ≈ 0,0273 | – |

**e) 1)** 0,5 ou 50 %. **2)** 0
**3)** 0,125 ou 12,5 %. **4)** 0,625 ou 62,5 %.
**5)** ≈ 0,7539 ou ≈ 75,39 %

## Mise au point 7.3 (*suite*) **Page 251**

f)

| Nombre de lancers | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Avoir de Jonathan ($)** | **Probabilité** | | | | | | | | | |
| 0 | – | – | – | – | ≈ 0,0313 | – | ≈ 0,0391 | – | ≈ 0,0391 | – |
| 1 | – | – | – | 0,0625 | – | ≈ 0,0781 | | ≈ 0,0781 | – | ≈ 0,0732 |
| 2 | – | – | 0,125 | – | ≈ 0,1563 | – | ≈ 0,1563 | – | ≈ 0,1465 | – |
| 3 | – | 0,25 | – | 0,25 | – | ≈ 0,2344 | | ≈ 0,2148 | – | ≈ 0,1953 |
| 4 | 0,5 | – | 0,375 | – | 0,3125 | – | ≈ 0,2734 | – | ≈ 0,2441 | – |
| 5 | – | 0,5 | – | 0,375 | – | 0,3125 | | ≈ 0,2734 | – | ≈ 0,2451 |
| 6 | 0,5 | – | 0,375 | – | 0,3125 | – | ≈ 0,2734 | – | ≈ 0,2461 | – |
| 7 | – | 0,25 | – | 0,25 | – | ≈ 0,2344 | | ≈ 0,2188 | – | ≈ 0,2051 |
| 8 | – | – | 0,125 | – | ≈ 0,1563 | – | ≈ 0,1641 | – | ≈ 0,1641 | – |
| 9 | – | – | – | 0,0625 | – | ≈ 0,0938 | – | ≈ 0,1094 | – | ≈ 0,1172 |
| 10 | – | – | – | – | ≈ 0,0313 | – | ≈ 0,0547 | – | ≈ 0,0703 | – |
| 11 | – | – | – | – | – | ≈ 0,0156 | – | ≈ 0,0313 | – | ≈ 0,0439 |
| ⋮ | | | | | | | | | | |

**g)** 1) $\frac{1}{32}$ ou 3,125 %. 2) 0

3) $\frac{5}{128}$ ou environ 3,91 %. 4) 0

5) $\frac{7}{64}$ ou environ 10,94 %.

**h)** Le joueur qui commence avec le moins d'argent, car celui qui en a plus aura, de fait, plus d'occasions de recouvrer ce qu'il a perdu.

**i)** La personne qui joue au casino, car c'est elle qui, au départ, possède le moins d'argent.

**9. a)** 1) $^{-}$7,50 $ 2) $^{-}$22,50 $ 3) $^{-}$75 $

**b)** Non, puisque la mise est trop élevée par rapport au lot à gagner.

## Mise au point 7.3 (*suite*) **Page 252**

**10. a)** Non. Ce jeu est à l'avantage du joueur ou de la joueuse, car l'espérance mathématique est environ de 3,41 $.

**b)** La mise devrait s'élever à 25,33 $.

**11. a)** 1) L'espérance de gain est environ de 0,88 $.
2) L'espérance de gain est environ de $^{-}$0,12 $.
3) L'espérance de gain est environ de $^{-}$3,12 $.

**b)** La mise devrait s'élever à environ 1,88 $.

**c)** L'espérance de gain des loteries publiques est généralement inférieure à 0 pour que l'avantage soit à la banque et que ce soit lucratif.

**12. a)** $E = \frac{1}{x}(0{,}5xy - y) - \frac{(x-1)}{x}y$

**b)** Non, car lorsqu'on simplifie la règle obtenue, on obtient $^{-}0{,}5y$, soit une valeur négative puisque $y > 0$.

## Mise au point 7.3 (*suite*) **Page 253**

**13. a)** 1) Non. 2) Non. 3) Non.

**b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On pourrait modifier le nombre de façons de gagner.

**14. a)** Jeu ① Le gros lot devrait être de 8000 $.

Jeu ② Le gros lot devrait être de 250 000 $.

**b)** Jeu ① La mise devrait être de 4 $.

Jeu ② La mise devrait être de 40 $.

**15. a)** Oui, car son espérance mathématique est de 12,50 $.

**b)** Le diamètre de la zone rouge devrait être de $\frac{10}{3}$ cm.

**16. a)** 66 666,67 $

**b)** Cette personne a 5 chances sur 6 de perdre sa mise de 100 000 $.

**c)** Parce qu'il y a environ 83,33 % de chances de perdre sa mise de 100 000 $.

**d)** 1) ≈ 75 000 $
2) 5 chances sur 6 de perdre sa mise de 10 000 $.

**e)** Dans cet exemple, 5 chances sur 6 de perdre représentent un trop grand risque de perdre sa mise initiale, et peu de gens ont les moyens de répéter plusieurs fois cette expérience afin de voir l'espérance mathématique se réaliser.

## Chronique du passé

Page 255

1. $\frac{64}{123}$ ou $\approx$ 52,03 %.
2. 20 fois.
3. La probabilité obtenue se rapproche d'une probabilité fréquentielle, car cette formule repose sur l'observation de phénomènes naturels.
4. 1

## Le monde du travail

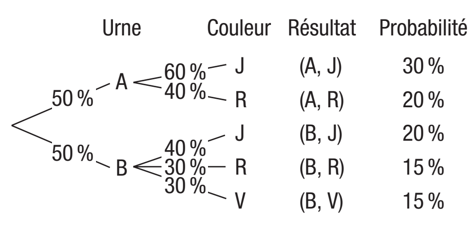
Page 257

1. Les propriétaires de ce site peuvent espérer 32 000 visiteurs.
2. **a)** Les probabilités énoncées sont subjectives, car elles semblent reposer sur la perception et le jugement. Par contre, si elles sont appuyées par des statistiques, elles sont alors fréquentielles.
   **b)** La probabilité est de 5 %.
3. **a)** L'espérance mathématique est environ de 2,01 \$ pour la mise de 2 \$ et environ de 7,34 \$ pour la mise de 5 \$.
   **b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
   On peut rendre ce jeu équitable en modifiant les probabilités pour les lots ou en modifiant les lots attribués.

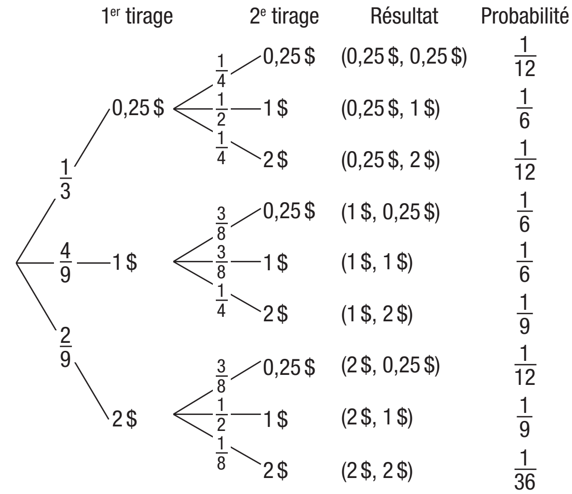
## Vue d'ensemble

Page 258

1. **a)** Les événements A et C, et les événements B et D.
   **b)** 1) $\frac{1}{52}$ 2) 0 3) $\frac{43}{52}$
   4) $\frac{4}{13}$ 5) $\frac{1}{4}$ 6) 0
2. **a)**




   **b)** 1) Les deux événements sont indépendants : le premier n'a aucun effet sur le second.
   2) Les deux événements sont mutuellement exclusifs : il n'y a aucun élément commun aux deux événements.
   **c)** 1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{3}{10}$ 3) $\frac{2}{5}$
   **d)** 1) $\frac{7}{20}$ 2) $\frac{3}{20}$ 3) $\frac{1}{2}$
3. **a)**

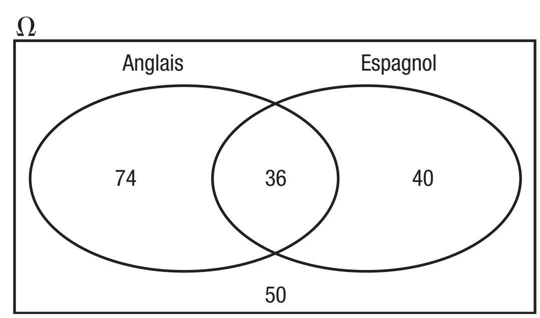



   **b)** $\frac{1}{36}$
   **c)** $\frac{3}{8}$

## Vue d'ensemble (*suite*)

Page 259

4. **a)** Probabilité subjective.
   **b)** Probabilité fréquentielle.
   **c)** Probabilité fréquentielle.
   **d)** Probabilité subjective.
   **e)** Probabilité théorique.
5. **a)** 1) $\approx$ 0,23 2) 0,24 **b)** 2 : 3
6. **a)**




   **b)** 1) $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{9}{19}$ **c)** 1 : 3

## Vue d'ensemble (*suite*)

Page 260

7. **a)** 362 880 façons différentes.
   **b)** 362 880 façons différentes.
   **c)** 9 façons différentes.

**8. a)** **Durabilité des ampoules**

| Temps après lequel l'ampoule a cessé de fonctionner (jours) | Nombre d'ampoules | Probabilité qu'une ampoule ne fonctionne plus dans cet intervalle de temps |
|---|---|---|
| [10, 20[ | 12 | $\frac{12}{1050} = \frac{2}{175}$ |
| [20, 30[ | 50 | $\frac{50}{1050} = \frac{1}{21}$ |
| [30, 40[ | 47 | $\frac{47}{1050}$ |
| [40, 50[ | 18 | $\frac{18}{1050} = \frac{3}{175}$ |
| [50, 60[ | 76 | $\frac{76}{1050} = \frac{38}{525}$ |
| [60, 70[ | 83 | $\frac{83}{1050}$ |
| [70, 80[ | 141 | $\frac{141}{1050} = \frac{47}{350}$ |
| [80, 90[ | 168 | $\frac{168}{1050} = \frac{4}{25}$ |
| [90, 100[ | 213 | $\frac{213}{1050} = \frac{71}{350}$ |
| [100, 110[ | 122 | $\frac{122}{1050} = \frac{61}{525}$ |
| [110, 120[ | 74 | $\frac{74}{1050} = \frac{37}{525}$ |
| [120, 130[ | 13 | $\frac{13}{1050}$ |
| [130, 140[ | 24 | $\frac{24}{1050} = \frac{4}{175}$ |
| [140, 150[ | 9 | $\frac{9}{1050} = \frac{3}{350}$ |

**b)** Il s'agit de probabilités fréquentielles puisqu'elles sont obtenues à partir des résultats d'une expérience répétée plusieurs fois.

**c)** $\approx$ 81,94 jours.

**d)** L'espérance mathématique correspond à la durée de vie moyenne d'une ampoule de ce modèle. On pourrait aussi l'appeler, dans ce contexte, l'espérance de vie d'une ampoule.

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 261

**9.**

| | | Numéro plein | À cheval | Carré |
|---|---|---|---|---|
| **a)** | | 1 : 36 | 2 : 35 | 4 : 33 |
| **b)** | 1) | $^-0{,}68$ | $^-0{,}68$ | $^-0{,}68$ |
| | 2) | $^-1{,}35$ | $^-1{,}35$ | $^-1{,}35$ |

**c)** Il est impossible que ce jeu soit équitable avec la stratégie du carré puisqu'il faudrait solutionner l'équation $0 = \frac{32}{37}x - \frac{33}{37}x$, et que la seule valeur pouvant solutionner est 0.

**10. a)** 90 % **b)** 13,5 % **c)** 55 %

**11.** $\frac{1}{10^{14}}$

Avec une espérance mathématique de $^-590\ 000$ $, la compagnie prend un bon risque si elle va de l'avant avec le projet d'exploration : elle risque en effet de perdre près de un demi-million de dollars.

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 262

**12. a)** 1) Aucun des trois jeux n'est à l'avantage des participants puisque les trois espérances mathématiques sont négatives.

2) Les trois jeux. (Voir 1)).

**b)** 1) Le lot devrait être de 2100 $.

2) Le prix d'un billet devrait être de 0,94 $.

3) La probabilité devrait être de 0,000 07.

**13. a)** 1) $\approx$ 31,64 % 2) 56,25 %

3) 1 : 15 4) 27 : 37

**b)** Non, puisque chaque lancer est indépendant.

**14.** 0,20 $/carton de jus.

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 263

**15. a)** 1) $\frac{55}{372}$ 2) $\frac{251}{372}$

3) $\frac{34}{59}$ 4) $\frac{105}{217}$

**b)** 1) 105 : 66 2) 171 : 201

**16. a)** Pour la compagnie, l'espérance mathématique est alors de $^-2$ $.

**b)** La cotisation annuelle devrait être de 28 $.

**c)** Le montant de la prime de décès devrait être de 44 000 $.

**17. a)** $\frac{1}{7}$ **b)** $\frac{1}{365}$ **c)** $\frac{1}{12}$

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 264

**18. a)** $\frac{1}{40}$

**b)** 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{8}$

**19. a)** 240 garçons se sont inscrits à l'université.

**b)** $\frac{1}{2}$

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 265

**20.** L'entreprise devrait choisir la firme ①.

**21. a)**

| Nombre de lancers avant que le côté face apparaisse | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 100 | 300 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Somme à gagner ($)** | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | $2^{99}$ | $2^{299}$ | – |
| **Coût pour participer ($)** | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | – |
| **Gain net ($)** | **⁻4** | **⁻3** | **⁻1** | **3** | **11** | **27** | **59** | **123** | **251** | **507** | $2^{99} - 5$ | $2^{299} - 5$ | – |
| **Probabilité** | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{32}$ | $\frac{1}{64}$ | $\frac{1}{128}$ | $\frac{1}{256}$ | $\frac{1}{512}$ | $\frac{1}{1024}$ | $\frac{1}{2^{100}}$ | $\frac{1}{2^{300}}$ | – |
| **Gain net × probabilité** | **⁻2** | **⁻0,75** | **⁻0,125** | **≈ 0,188** | **≈ 0,344** | **≈ 0,422** | **≈ 0,461** | **≈ 0,480** | **≈ 0,490** | **≈ 0,495** | **0,5** | **0,5** | **≈ 1,005** |

**b)** L'espérance mathématique de cette loterie est infinie, car chaque nouveau terme (probabilité de 3 gains nets) ajoutera 0,5 à sa valeur.

**c)** Le paradoxe relève du fait que, malgré une espérance mathématique qui semble infinie, le nombre de fois où il faudrait jouer pour voir l'espérance mathématique se réaliser est tellement grand que, dans les faits, on est, pour ainsi dire, toujours perdant.

## Banque de problèmes

**Page 266**

**22.** La mise devrait s'élever à 0,62 $.

**23.** Non, car l'espérance mathématique est de ⁻851,72 $ et est donc à l'avantage du gérant.

**24.** La probabilité est de 26 %.

## Banque de problèmes (*suite*)

**Page 267**

**25.** La vendeuse **A** aura le salaire le plus élevé d'après les renseignements fournis.

**26.** Les chances sont de 5 : 2 si le cycliste a eu un résultat positif au contrôle EPO, et de 5 : 3 s'il a eu un résultat positif au contrôle des hormones de croissance.