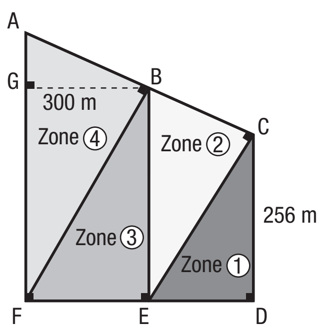
SAÉ 3 Le reboisement

Voici une démarche qui permet à la fois de produire un rapport dans lequel le coût total du projet est calculé, ainsi qu'un schéma du territoire dans lequel le type d'arbre planté est indiqué pour chacune des quatre zones.

- Démontrer que les triangles ①, ②, ③ et ④ sont semblables entre eux par AA.



- Démontrer que le triangle ① est semblable au triangle ②:

  $m \angle CDE = m \angle ECB = 90°$
  $\angle ECD \cong \angle BEC$, car si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.

  Donc, Δ ① ~ Δ ②, car deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.

- Démontrer que le triangle ② est semblable au triangle ③:

  $m \angle BCE = m \angle FEB = 90°$
  $\angle EBF \cong \angle BEC$, car si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.

  Donc, Δ ② ~ Δ ③, car deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.

- Démontrer que le triangle ③ est semblable au triangle ④:

  $m \angle BEF = m \angle FBA = 90°$
  $\angle FBE \cong \angle AFB$, car si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.

  Donc, Δ ③ ~ Δ ④, car deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.

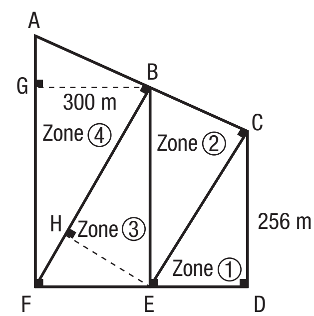
- Les triangles ①, ②, ③ et ④ sont semblables entre eux.
- Déterminer le rapport des mesures des côtés homologues des triangles ② et ③, soit $\frac{5}{4}$.
- Calculer m $\overline{BC}$:

  $\frac{5}{4} = \frac{\overline{FE}}{\overline{BC}}$

  $\frac{5}{4} = \frac{300}{\overline{BC}}$

  m $\overline{BC}$ = 240 m

- La mesure du segment BC peut être reportée à la hauteur EH issue du point E dans le triangle ③.



- Calculer m $\overline{AB}$:

  $\frac{\overline{BG}}{\overline{EH}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{FE}}$

  $\frac{300}{240} = \frac{\overline{AB}}{300}$

  m $\overline{AB}$ = 375 m

- Calculer m $\overline{AG}$ à l'aide du théorème de Pythagore : m $\overline{AG}$ = 225 m
- Calculer m $\overline{GF}$:

  $\frac{\overline{AG}}{\overline{GB}} = \frac{\overline{GB}}{\overline{GF}}$

  $\frac{225}{300} = \frac{300}{\overline{GF}}$

  m $\overline{GF}$ = 400 m

- Calculer les mesures de $\overline{BF}$, $\overline{BE}$, $\overline{EC}$ et $\overline{ED}$ à l'aide du théorème de Pythagore :

  m $\overline{BF}$ = 500 m, m $\overline{BE}$ = 400 m, m $\overline{EC}$ = 320 m, m $\overline{ED}$ = 192 m

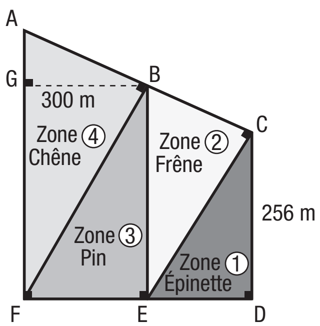
- Calculer l'aire des 4 triangles :

  aire du Δ ① = 24 576 m^2,
  aire du Δ ② = 38 400 m^2,
  aire du Δ ③ = 60 000 m^2,
  aire du Δ ④ = 93 750 m^2.

- Déterminer l'espèce des arbres qui serviront à reboiser chaque zone.

Zone à reboiser	Type d'arbre	Nombre d'arbres	Coût par plant ($)	Total ($)
Zone ①	Épinette	2457	3	7 371
Zone ②	Frêne	9600	2,5	24 000
Zone ③	Pin	7500	2,5	18 750
Zone ④	Chêne	7812	4	31 250

Le coût total de reboisement sera donc de 81 369 $ pour un total de 27 369 arbres.

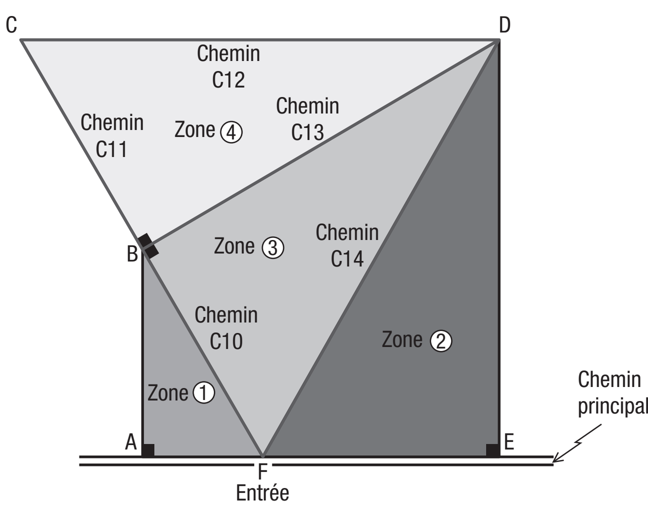


SAÉ 4 Minimiser les déplacements

Voici une démarche qui permet de démontrer que la longueur du chemin C13 est bien de $10\sqrt{3}$ km.

- Factoriser les expressions algébriques qui représentent l'aire de chacune des zones afin de déterminer les mesures possibles des côtés de chacune d'entre elles.

  Aire de la zone ①: $xy + 1{,}5x = \frac{b \times h}{2}$



  $2xy + 3x = b \times h$

  $x(2y + 3) = b \times h$

  Les mesures possibles des côtés de l'angle droit du triangle qui forme la zone ① sont donc de x km et de $(2y + 3)$ km.

  Aire de la zone ②: $30y + 45 - 2xy - 3x = \frac{b \times h}{2}$

  $60y + 90 - 4xy - 6x = b \times h$

  $15(4y + 6) - x(4y + 6) = b \times h$

  $(4y + 6)(15 - x) = b \times h$

  Les mesures possibles des côtés de l'angle droit du triangle qui forme la zone ② sont donc de $(4y + 6)$ km et de $(15 - x)$ km.

- Les triangles qui forment les zones ① et ② sont semblables, car la somme des longueurs des chemins C10 et C14 est minimale par hypothèse. À l'aide des côtés homologues des triangles semblables, on peut associer aux côtés homologues les mesures x km et $(15 - x)$ km, ainsi que les mesures $(2y + 3)$ km et $(4y + 6)$ km.
- Associer $(2y + 3)$ km à $\overline{AB}$ et $(4y + 6)$ km à $\overline{ED}$.
- La mesure du côté AB est la moitié de la mesure du côté ED. Le rapport des mesures des côtés est donc de 2 : 1 ou 1 : 2.
- Associer x km à $\overline{AF}$ et $(15 - x)$ km à $\overline{FE}$.
- Calculer la valeur de x.

  $\frac{1}{2} = \frac{\overline{AF}}{\overline{FE}}$

  $\frac{1}{2} = \frac{x}{15 - x}$

  $x = 5$

  Donc, $\overline{AF} = 5$ km et $\overline{FE} = 10$ km.

- Démontrer que les triangles qui constituent les zones ① et ④ sont semblables par AA.

  $m \angle FAB = m \angle CBD = 90°$
  $\angle AFB \cong \angle BCD$, car si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.

  Donc, Δ ① $\sim \Delta$ ④, car deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.

- Par transitivité, le triangle ② est semblable au triangle ④.
- Démontrer que les triangles ②, ③ et ④ sont isométriques par ACA.
- Démontrer que le triangle ③ est isométrique au triangle ④.

  $m \angle CBD = m \angle FBD = 90°$

  Le segment BD est un côté commun aux deux triangles.

  $m \angle CBD = m \angle FDB$, car la bissectrice d'un angle sépare cet angle en deux angles isométriques.

  Donc, Δ ③ $\cong \Delta$ ④, car deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.

- Démontrer que le triangle ② est isométrique au triangle ③.

  Le triangle ② est semblable au triangle ④. Par transitivité, il est donc semblable au triangle ③.

  Le côté DF est commun aux deux triangles.

  Donc, Δ ② ≅ Δ ③, car deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.
- Les angles AFB, BFD et EFD sont isométriques. Ils mesurent 60°.
- Le triangle CDF est donc équilatéral.
- Si $\overline{FE}$ = 10 km, alors C10 = 10 km et C11 = 10 km.
- La longueur des chemins C12 et C14 est de 20 km.
- Déterminer la longueur du chemin C13 : $10\sqrt{3}$ km ou ≈ 17,32 km.

RÉVISION 2

Réactivation 1

Page 62

a. Le triangle est isocèle.

b. L'angle EGF mesure 21°.

c. 1) L'aire de la plaque d'acier est environ de 170,76 cm^2.

2) L'aire de la section ① est environ de 75,89 cm^2.

3) L'aire de la section ② est environ de 18,97 cm^2.

4) L'aire du parallélogramme BDFG est environ de 75,9 cm^2.

5) L'aire de la section ④ est environ de 5,82 cm^2. m $\overline{GE}$ ≈ 5,42 cm, m $\overline{EF}$ ≈ 2,15 cm

Mise à jour

Page 66

1. A, E, H

2. **a)** 5 **b)** $3n$

c) $3b$ **d)** $7p$

e) 11 **f)** $6z$

3. **a)** $8m(m + 3)$ **b)** $18s^2(4s - 1)$

c) $^-2t(7t^2 + 1)$ **d)** $ab(ab^2 + b - 1)$

e) $2(y - 1)$ **f)** $3r(2r + 1)$

4. **a)** Tous les angles d'un carré sont droits et ses diagonales sont isométriques.

b) Le parallélogramme a deux paires de côtés opposés parallèles, tandis que le trapèze n'en a qu'une. Aussi, les côtés opposés du parallélogramme sont isométriques, tandis que ceux du trapèze ne le sont pas nécessairement.

c) Les quatre côtés du losange sont isométriques.

d) Le trapèze isocèle a deux diagonales isométriques.

5. A, D, C, B

6. La somme des mesures de deux côtés d'un triangle est toujours supérieure à la mesure du troisième côté.

y cm + $(4y + 1)$ cm < $(5y + 3)$ cm

Mise à jour (*suite*)

Page 67

7. **a)** La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180°.

b) Les angles opposés par le sommet sont isométriques.

c) Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles correspondants sont isométriques.

d) Des angles adjacents dont les côtés extérieurs sont en ligne droite sont supplémentaires.

8. **a)** ≈ 1,37 cm^2 **b)** 8 cm^2

9. **a)** Triangle isocèle. **b)** Triangle isoangle.

10. ≈ 55,43 cm^2

11. m ∠ A = 91,5°, m ∠ B = 113,5°, m ∠ C = 113,5°, m ∠ D = 86,5°, m ∠ E = 135°

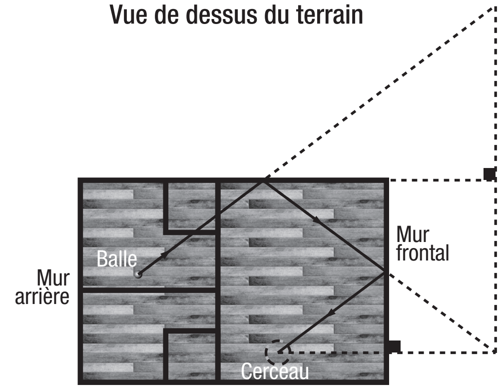
SECTION 2.1 Les triangles isométriques

Problème

Page 68

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
La balle frappe le mur de gauche puis le mur frontal. L'angle formé par le trajet de la balle frappant le mur de gauche et celui formé par le trajet de la balle frappant ensuite le mur frontal sont égaux. Le schéma pourrait être le suivant.

Vue de dessus du terrain



Activité 1 — Page 69

a. Cette série d'images s'apparente à une rotation.

b. 1) Le côté homologue au côté AB est EF.
2) Le côté homologue au côté BC est FG.
3) Le côté homologue au côté AC est EG.

c. 1) Le côté EF mesure 3 cm.
2) Le côté FG mesure 4 cm.
3) Le côté EG mesure 5 cm.

d. 1) Les hauteurs BD et FH sont isométriques.
2) Les périmètres sont égaux.
3) Les aires sont égales.

Activité 2 — Page 70

a. $m \angle A = 30°$, $m \angle B = 120°$, $m \angle P = 30°$

b. 1) Le segment CD mesure 100 m.
2) $m \angle C = 120°$, $m \angle D = 30°$, $m \angle P = 30°$

c. Les triangles ABP et DCP sont isométriques.

d. On ne peut construire qu'un seul triangle.

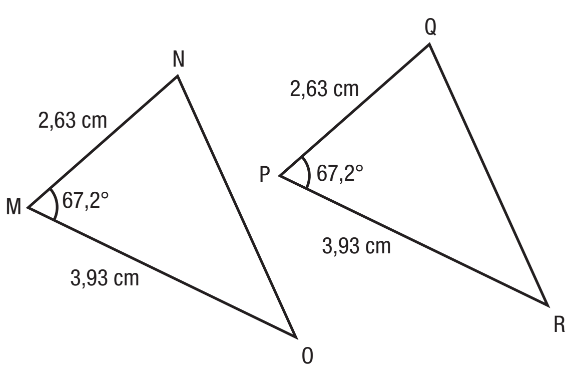
Technomath — Page 71

a. 1) Un des côtés du triangle ABC est isométrique à un côté du triangle DEF, $m\ \overline{CB} = m\ \overline{FE}$; aucun des angles du triangle ABC n'est isométrique à ceux du triangle DEF.
2) Les trois angles du triangle ABC sont isométriques aux trois angles du triangle GHI.
3) Deux des côtés du triangle ABC sont isométriques à deux des côtés du triangle JKL ; un des angles du triangle ABC est isométrique à un des angles du triangle JKL.

b. Non.

c. 1) Non. 2) Non.

d. 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



2) Ces triangles sont isométriques uniquement si les paires de côtés isométriques sont situées de part et d'autre de la paire d'angles isométriques.

Mise au point 2.1 — Page 74

1. a) Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

b) Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

c) Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

d) Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

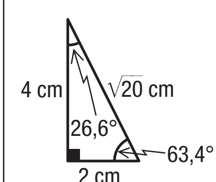
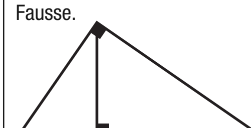
e) Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

f) Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

g) Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

h) Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

2.

	1) Hypothèse	Conclusion	2) Exemple ou contre-exemple
a)	On double la mesure des cathètes d'un triangle rectangle.	La mesure de l'hypoténuse est doublée.	Vraie. Si $a^2 + b^2 = c^2$ alors $(2a)^2 + (2b)^2 = (2c)^2$ $\Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 = 4c^2$ $\Leftrightarrow 4(a^2 + b^2) = 4c^2$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2$
b)	Soit un triangle rectangle dont la hauteur égale le double de sa base.	L'un des angles aigus mesure le double de l'autre.	Fausse. 
c)	Soit un triangle rectangle.	La hauteur sépare le triangle en deux triangles isométriques.	Fausse. 

Mise au point 2.1 (*suite*) — Page 75

3. a) 8 cm

b) Les angles AED et CEB sont isométriques puisque les angles opposés par le sommet sont isométriques.

La paire de côtés AE et CE ainsi que la paire de côtés DE et BE sont isométriques par hypothèse.

Les triangles AED et CEB sont isométriques puisque deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure.

4. a)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AE} \cong \overline{AB}$	Dans un polygone régulier, tous les côtés sont isométriques.
$\overline{ED} \cong \overline{BC}$	Dans un polygone régulier, tous les côtés sont isométriques.
$\angle$ AED $\cong$ $\angle$ ABC	Dans un polygone régulier, tous les angles intérieurs sont isométriques.
Δ ADE $\cong$ Δ ACB	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

b)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
m $\angle$ ABC = 180°	La mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier vaut $\frac{180 \times (n-2)}{n}$, où $n = 5$.
Δ ABC est isocèle.	$\overline{AB}$ et $\overline{BC}$ sont isométriques puisque ce sont deux côtés d'un pentagone régulier et que dans un polygone régulier, tous les côtés sont isométriques.
$\angle$ BAC $\cong$ $\angle$ BCA	Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.
m $\angle$ BAC = 36°	La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180°.
m $\angle$ EAB = 108°	La mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier vaut $\frac{180 \times (n-2)}{n}$, où $n = 5$.
$\angle$ EAD $\cong$ $\angle$ BCA	Les angles homologues de triangles isométriques sont isométriques.
m $\angle$ DAC = m $\angle$ EAB − m $\angle$ EAD − m $\angle$ BAC	Angles adjacents.
m $\angle$ DAC = 108° − 36° − 36°	Par substitution.
m $\angle$ DAC = 36°	Par calculs.

5. a) 1) Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.

2) Si une droite coupe deux parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.

3) Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC) ou deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC) ou deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

b) Une rotation.

6. ≈ 6,93 cm

7.

Hypothèse :	Le point C est le point milieu des segments AE et BD.
Conclusion :	$\overline{AB}$ // $\overline{DE}$

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AC} \cong \overline{CE}$	Le point C est le point milieu du segment AE, par hypothèse.
$\angle$ ACB $\cong$ $\angle$ DCE	Ces angles sont opposés par leur sommet, donc isométriques.
$\overline{BC} \cong \overline{CD}$	Le point C est le point milieu du segment BD, par hypothèse.
Δ ABC $\cong$ Δ CDE	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
$\angle$ BAC $\cong$ $\angle$ CED	Dans des triangles isométriques, les angles homologues sont isométriques.
$\overline{AB}$ // $\overline{DE}$	Si des angles alternes-internes sont isométriques, les droites coupées par la sécante sont parallèles.

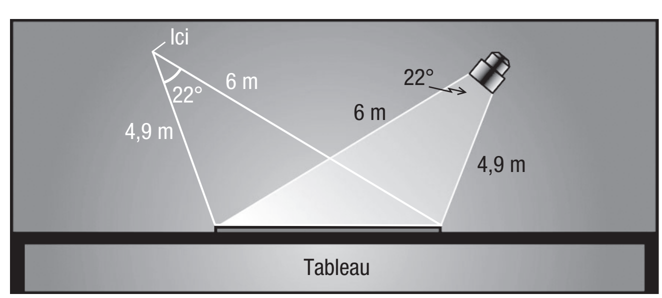
Mise au point 2.1 (*suite*)

8.

Hypothèse :	Le point O est le point milieu de $\overline{MN}$, et les droites MP et NQ sont parallèles.
Conclusion :	Le point O est le point milieu de $\overline{PQ}$.

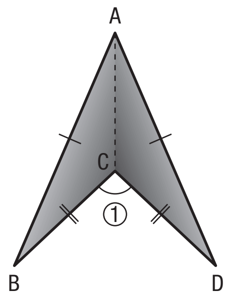
AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{MO} \cong \overline{NO}$	Définition de « point milieu » et hypothèse.
$\angle$ PMO $\cong$ $\angle$ QNO	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\angle$ MOP $\cong$ $\angle$ NOQ	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
Δ MOP $\cong$ Δ NOQ	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).
$\overline{PO} \cong \overline{QO}$	Les côtés homologues de triangles isométriques sont isométriques.
Le point O est le point milieu de $\overline{PQ}$.	Définition de « point milieu ».

9.



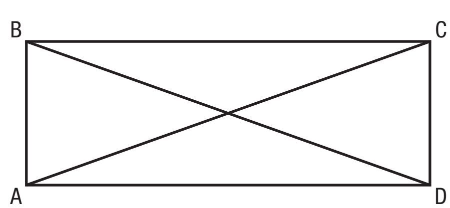
10. a) Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

b)



AFFIRMATION	JUSTIFICATION
Prolonger le segment AC et placer le point E.	—
$m \angle BCE = m \angle BAC + m \angle ABC$	La mesure d'un angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des mesures des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents.
$m \angle BCE = 180° - m \angle BCA$	Des angles adjacents dont les côtés extérieurs sont en ligne droite sont supplémentaires.
$m \angle DCE = 180° - m \angle DCA$	Des angles adjacents dont les côtés extérieurs sont en ligne droite sont supplémentaires.
$m \angle BCA = m \angle DCA$	Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure.
$m \angle BCE = \frac{m \angle BCD}{2}$	Par substitution.
$m \angle BAC = \frac{m \angle BAD}{2}$	Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure.
$m \angle BAC = \frac{m \angle BCD}{4}$	Par substitution et par hypothèse.
$\frac{m \angle BCD}{2} = \frac{m \angle BCD}{4} + m \angle ABC$	Par substitution dans la première équation.
$\frac{m \angle BCD}{4} = m \angle ABC$	Par calculs.
$m \angle ABC = m \angle BAC$	Par transitivité.
Δ ABC est isocèle.	Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.
Δ ACD est isocèle.	Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure.

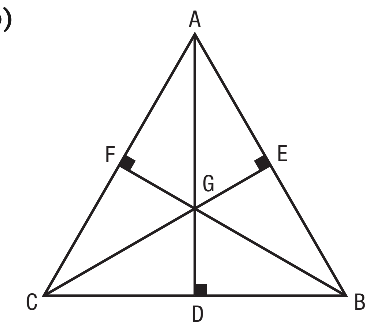
11. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



Hypothèse :	Le quadrilatère ABCD est un rectangle et les segments BD et CA sont ses diagonales.
Conclusion :	Les triangles ACD et ACB sont isométriques ainsi que les triangles BCD et DAB.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{BC} \cong \overline{DA}$	Dans un rectangle, les paires de côtés opposés sont isométriques.
$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	Les côtés opposés d'un rectangle sont isométriques.
$\overline{AC} \cong \overline{AC}$	Tout côté est isométrique à lui-même.
Δ ACD ≅ Δ ACB	Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).
$\overline{BD} \cong \overline{BD}$	Tout côté est isométrique à lui-même.
Δ BCD ≅ Δ DAB	Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

b)



Hypothèse :	Le pentagone ABC est un triangle équilatéral et les segments AD, CE et BF sont les trois hauteurs de ce triangle.
Conclusion :	Les six triangles sont isométriques deux à deux.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{CF} \cong \overline{AF}$	L'axe de symétrie d'un triangle isocèle supporte une médiane, une médiatrice, une bissectrice et une hauteur de ce triangle.
∠ CFG ≅ ∠ AFG	L'angle supplémentaire à un angle droit est aussi un angle droit.
$\overline{FG} \cong \overline{FG}$	Tout côté est isométrique à lui-même.
Δ CFG ≅ Δ AFG	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
De façon analogue, on peut démontrer que Δ AEG ≅ Δ BEG et Δ BDG ≅ Δ CDG.	
$\overline{AE} \cong \overline{AF}$	L'axe de symétrie d'un triangle isocèle supporte une médiane, une médiatrice, une bissectrice et une hauteur de ce triangle. Dans un triangle équilatéral, on a trois axes de symétrie, considérant qu'il y a trois côtés isométriques.
∠ AEG ≅ ∠ AFG	Hauteurs d'un triangle.
$\overline{AG} \cong \overline{AG}$	Tout côté est isométrique à lui-même.
Δ AEG ≅ Δ AFG	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
De façon analogue, on peut démontrer que Δ BDG ≅ Δ BEG et Δ CFG ≅ Δ CDG.	
Les six triangles sont isométriques deux à deux par transitivité.	

12.

Hypothèses :	• La demi-droite BD est la bissectrice de l'angle ADC. • $\overline{AD} \cong \overline{CD}$
Conclusion :	$\overline{AB} \cong \overline{BC}$

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AD} \cong \overline{CD}$	Par hypothèse.
$\angle ADB \cong \angle BDC$	Puisque, par hypothèse, la demi-droite BD est la bissectrice de l'angle ADC, elle sépare l'angle ADC en deux angles isométriques.
$\overline{BD} \cong \overline{BD}$	Un segment est toujours isométrique à lui-même (réflexivité).
$\Delta ABD \cong \Delta BCD$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
$\overline{AB} \cong \overline{BC}$	Dans des triangles isométriques, les côtés homologues sont isométriques.

Mise au point 2.1 (*suite*)

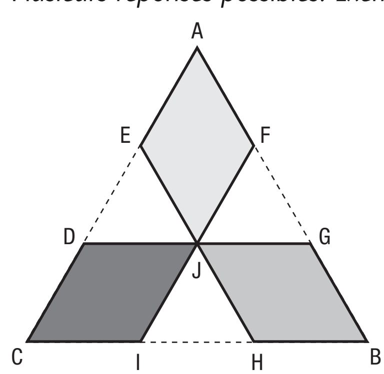
Page 77

13. a)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AD} \cong \overline{CD}$	Par hypothèse.
$\angle ADB \cong \angle CDB$	L'angle supplémentaire à un angle droit est aussi un angle droit.
$\overline{BD} \cong \overline{BD}$	Tout côté est isométrique à lui-même.
$\Delta ABD \cong \Delta BCD$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

b) L'observateur doit placer le marteau à une distance de $\sqrt{4332}$ cm ou $\approx$ 65,82 cm.

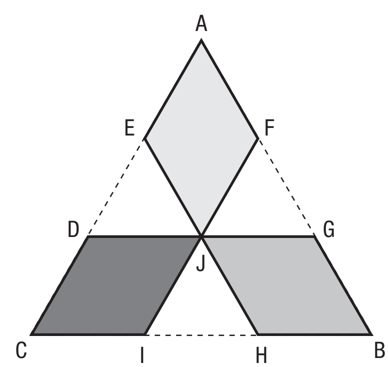
14. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



Hypothèse :	Les quadrilatères AEJF, BGJH et CIJD sont des losanges isométriques.
Conclusion :	Les triangles EDJ, FJG et IJH sont isométriques et équilatéraux.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle EJF \cong \angle IJH$	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
$\angle EJD \cong \angle GJH$	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
$\angle FJG \cong \angle DJI$	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
$\angle EJF \cong \angle GJH \cong \angle DJI$	Les angles homologues de losanges isométriques sont isométriques.
$\overline{EJ} \cong \overline{FJ} \cong \overline{GJ} \cong \overline{HJ} \cong \overline{IJ} \cong \overline{DJ}$	Côtés de losanges isométriques.
$\Delta EDJ \cong \Delta FGJ \cong \Delta HIJ$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
Les triangles EDJ, FJG et JIH sont isocèles.	Définition de « triangle isocèle ».
$m \angle EJD = m \angle GJF = m \angle HJI = 60°$	Six angles isométriques de 60° forment un angle de 360°.
$m \angle EDJ = m \angle DEJ = m \angle FGJ = m \angle GFJ = m \angle HIJ = m \angle IHJ = 60°$	Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques et la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180°.
Les triangles EDJ, FJG et IJH sont équilatéraux.	Un triangle ayant trois côtés isométriques est dit équilatéral.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



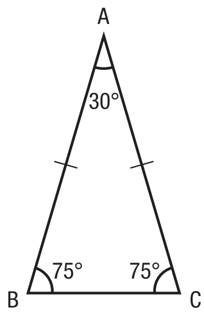
Hypothèse :	Les quadrilatères AEJF, BGJH et CIJD sont des losanges isométriques.
Conclusion :	Le triangle ABC est équilatéral.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AE} \cong \overline{DC} \cong \overline{CI} \cong \overline{HB} \cong \overline{BG} \cong \overline{FA}$	Les côtés homologues de losanges isométriques sont isométriques.
$\overline{ED} \cong \overline{IH} \cong \overline{GF}$	Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure.
$\overline{AC} \cong \overline{CB} \cong \overline{AB}$	Les segments sont formés de segments isométriques.
Δ ABC est équilatéral.	Un triangle ayant trois côtés isométriques est dit équilatéral.

Mise au point 2.1 (*suite*) **Page 78**

15. a) Conjecture fausse, un contre-exemple approprié serait :

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

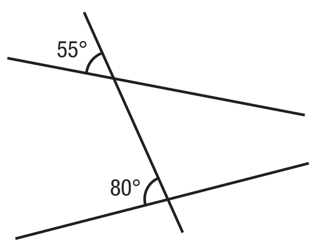


b) Conjecture fausse, un contre-exemple approprié serait :

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
Les diagonales d'un parallélogramme sont isométriques.

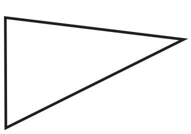
c) Conjecture fausse, un contre-exemple approprié serait :

Plusieurs réponses possibles. Exemple :



d) Conjecture fausse, un contre-exemple approprié serait :

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

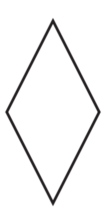


Un triangle scalène sans angle obtus.

e) Conjecture vraie.

f) Conjecture fausse, un contre-exemple approprié serait :

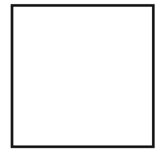
Plusieurs réponses possibles. Exemple :



Un losange.

g) Conjecture fausse, un contre-exemple approprié serait :

Plusieurs réponses possibles. Exemple :



Un carré.

16.

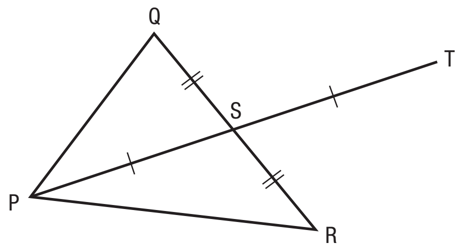
AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AC} \cong \overline{AB}$	Le triangle ABC est isocèle puisque les angles à la base sont isométriques.
$\overline{DB} \cong \overline{EC}$	Par hypothèse et $\overline{AC} \cong \overline{AB}$.
$\overline{BC} \cong \overline{CB}$	Tout côté est isométrique à lui-même.
$\angle ABC \cong \angle ACB$	Par hypothèse.
$\Delta DBC \cong \Delta ECB$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
$\overline{CD} \cong \overline{BE}$	Les côtés homologues de triangles isométriques sont isométriques.

17. Les angles formés par les aiguilles ne sont pas isométriques sur les deux horloges. Sur l'horloge qui indique 12 h 15, l'aiguille des heures a parcouru le quart de la distance entre 12 et 1 alors que sur celle qui indique 3 h 30, l'aiguille des heures a parcouru la moitié de la distance entre 3 et 4.

18. Non, les triangles EFG et LMN ne sont pas isométriques.

Triangle EFG	Triangle LMN
Si le volume de la pyramide égale $\frac{20\ 000}{3}$ cm³ et si la hauteur (c'est-à-dire le segment EG) égale 10 cm, alors : Volume $= \frac{20\ 000}{3}$ $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{20\ 000}{3}$ Aire de la base $\times$ hauteur $= 20\ 000$ Aire de la base $\times$ 10 $= 20\ 000$ Aire de la base $= 2000$ $m\ \overline{DC} = \sqrt{2000}$ $m\ \overline{DC} = 20\sqrt{5}$ $m\ \overline{GF} = \frac{20\sqrt{5}}{2}$ $m\ \overline{GF} = 10\sqrt{5}$ $m\ \overline{EF}^2 = m\ \overline{EG}^2 + m\ \overline{GF}^2$ $m\ \overline{EF}^2 = 10^2 + \left(10\sqrt{5}\right)^2$ $m\ \overline{EF}^2 = 600$ $m\ \overline{EF} = 10\sqrt{6}$ Les mesures des côtés du triangle EFG sont de 10 cm, $10\sqrt{5}$ cm et $10\sqrt{6}$ cm.	Si $m \angle NML = 30°$ et $m \angle LNM = 90°$, alors le triangle LMN est un triangle 30° – 60° – 90°. Puisque le segment LM mesure 20 cm, le segment LN en mesure 10 car, dans un triangle 30° – 60° – 90°, la mesure du côté opposé à l'angle de 30° est égale à la moitié de la mesure de l'hypoténuse. Ainsi, $m\ \overline{LM}^2 = m\ \overline{LN}^2 + m\ \overline{NM}^2$ $20^2 = 10^2 + m\ \overline{NM}^2$ $400 = 100 + m\ \overline{NM}^2$ $300 = m\ \overline{NM}^2$ $10\sqrt{3} = m\ \overline{NM}^2$ Les mesures des côtés du triangle LMN sont de $10\sqrt{3}$ cm, 10 cm et 20 cm.

19.

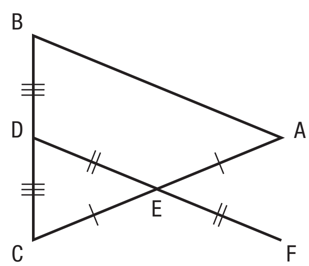


Hypothèses :	• $\overline{PS} \cong \overline{ST}$ • $\overline{QS} \cong \overline{SR}$
Conclusion :	Le quadrilatère PQTR est un parallélogramme.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
Le parallélogramme PQTR est un quadrilatère.	Un quadrilatère est une figure plane formée par une ligne brisée.
$\overline{QS} \cong \overline{SR}$	Par hypothèse.
$\overline{PS} \cong \overline{ST}$	Par hypothèse.
Le point S est le point milieu de $\overline{QR}$. Le point S est le point milieu de $\overline{PT}$.	Par hypothèse.
Le quadrilatère PQTR est un parallélogramme.	Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

20. La largeur minimale du boîtier doit être environ de 40,08 cm.

21. a)



Hypothèse :	$\overline{AE} \cong \overline{EC}$, $\overline{BD} \cong \overline{DC}$, $\overline{DE} \cong \overline{EF}$
Conclusion :	$\overline{AF} \cong \overline{CD}$

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{DE} \cong \overline{EF}$	Par hypothèse.
$\overline{AE} \cong \overline{EC}$	Par hypothèse.
$\angle$ AEF $\cong$ $\angle$ CED	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
Δ AEF $\cong$ Δ DBC	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
$\overline{AF} \cong \overline{CD}$	Les côtés homologues de triangles isométriques sont isométriques.

c)

Hypothèses :	• ABC est un triangle. • m $\overline{CD}$ = m $\overline{BD}$ • m $\overline{CE}$ = m $\overline{AE}$
Conclusion :	$\overline{DE}$ est parallèle à $\overline{BA}$ et m $\overline{DE} = \frac{1}{2} \times$ m $\overline{BA}$.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
m $\overline{CB}$ = m $\overline{CD}$ + m $\overline{BD}$ = 2 × m $\overline{CD}$ $\frac{\text{m } \overline{CD}}{\text{m } \overline{CB}} = \frac{1}{2}$	Par hypothèse.
m $\overline{CA}$ = m $\overline{CE}$ + m $\overline{AE}$ = 2 × m $\overline{CE}$ $\frac{\text{m } \overline{CE}}{\text{m } \overline{CA}} = \frac{1}{2}$	Par hypothèse.
$\angle$ DCE $\cong$ $\angle$ BCA	Angles superposés.
Δ CED $\sim$ Δ CAB	Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
$\angle$ EDC $\cong$ $\angle$ ABC	Lorsque deux triangles sont semblables, les angles homologues sont isométriques (CAC).
$\overline{DE}$ est parallèle à $\overline{BA}$.	Si deux angles correspondants sont isométriques, alors ils sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante.
$\frac{\text{m } \overline{DE}}{\text{m } \overline{AB}} = \frac{1}{2}$ m $\overline{DE} = \frac{1}{2} \times$ m $\overline{BA}$	Puisque Δ CED $<$ Δ CAB par CAC, le rapport de tous les côtés homologues est $\frac{1}{2}$.

22. a) 1 triangle. **b)** 1 triangle.

SECTION 2.2 Les triangles semblables

Problème

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
Les dimensions maximales de la caisse de résonance sont de 175 cm, 175 cm et 210 cm.

Activité 1

a. Les segments AE et BD sont parallèles.

b. Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles correspondants sont isométriques.

c. Les angles ACE et BCD sont isométriques, puisqu'il s'agit d'un angle commun aux triangles ACE et BCD.

d. Le rapport de similitude est 8.

e. La lampe est installée à 4 m du mur.

Activité 2 — Page 82

a. 1) La droite d_3 a été déplacée vers le bas.

2) L'angle formé entre les sécantes a été agrandi.

3) Les droites d_1, d_2 et d_3 ont été inclinées.

b.

Écran	1) $\frac{m\,\overline{DE}}{m\,\overline{AB}}$	2) $\frac{m\,\overline{EF}}{m\,\overline{BC}}$
1	$\frac{15}{14}$	$\frac{15}{14}$
2	$\frac{15}{14}$	$\frac{15}{14}$
3	$\frac{10}{7}$	$\frac{10}{7}$
4	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$

c. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Lorsque trois parallèles sont coupées par deux sécantes, les segments déterminés sur les sécantes sont proportionnels.

Technomath — Page 83

a. 1) 3 paires d'angles. 2) Aucune.

3) 1 paire d'angles.

b. 1) $\frac{10,0}{5,0} = \frac{12,0}{6,0} = \frac{6,0}{3,0} = 2$

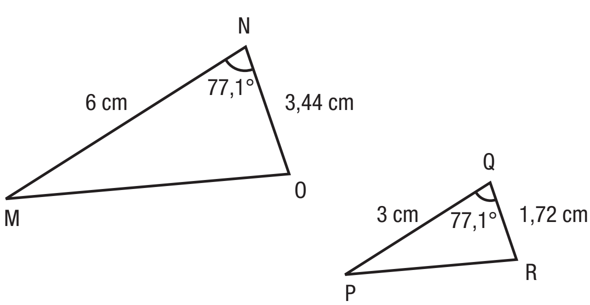
2) $\frac{7,5}{5,0} = \frac{4,5}{3,0} = 1,5$

3) $\frac{6,0}{3,0} = \frac{12,0}{6,0} = 2$

c. Les triangles ABC et DEF sont semblables.

d. 1) Non. 2) Non.

e. 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



2) Uniquement si les paires de côtés proportionnels sont situées de part et d'autre de la paire d'angles isométriques.

Mise au point 2.2 — Page 85

1. **a)** Deux triangles dont les côtés homologues ont des mesures proportionnelles sont semblables (CCC).

b) Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

c) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

2. **a)** Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

b) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

c) Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables (CCC).

d) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

e) Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

f) Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables (CCC).

3. Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

Mise au point 2.2 (*suite*) — Page 86

4. $\approx$ 6,64 m

5. Le périmètre est de 27,6 cm.

6. **a)** $x = 3$ cm et $y = 2,8$ cm.

b) $x = 2,8$ cm et $y = 0,71$ cm.

c) $x = 1$ cm et $y = 3,51$ cm.

d) $x = 3,1$ cm et $y = 4,9$ cm.

e) $x = 5,76$ cm et $y = 1,78$ cm.

f) $x = 1,77$ cm et $y = 2,97$ cm.

7. **a)** Non, puisque l'angle de 50° peut être, dans l'un des deux triangles, l'angle compris entre les deux côtés isométriques et, dans l'autre triangle, un des deux angles isométriques.

b) Oui, sauf pour un angle de 60°.

Mise au point 2.2 (*suite*) — Page 87

8. **a)** Un seul triangle.

Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

Les angles opposés par le sommet sont isométriques. Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.

b) 4 triangles.

Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

Tout angle est isométrique à lui-même.
Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles correspondants sont isométriques.

9. La source lumineuse doit se trouver à 1,05 m de l'objet.

10. a) 4 m **b)** 11,4 m

11. a)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
∠ ADB ≅ ∠ BDC	Deux angles droits.
∠ ABD ≅ ∠ CBD	Deux angles complémentaires à un même angle.
Δ ABD ~ Δ BCD	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

b) 1) $\frac{16}{3}$ mm. **2)** $\frac{20}{3}$ mm.

Mise au point 2.2 (*suite*) Page 88

12.

Hypothèses :	• Le quadrilatère ABCD est un trapèze. • Les diagonales BD et AC se rencontrent au point E.
Conclusion :	$\frac{m\,\overline{BE}}{m\,\overline{ED}} = \frac{m\,\overline{AE}}{m\,\overline{CE}}$

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
∠ ABE ≅ ∠ EDC	Ces angles sont alternes-internes, donc isométriques.
∠ BEA ≅ ∠ CED	Ces angles sont opposés par le sommet, donc isométriques.
Δ ABE ~ Δ CDE	Par AA.
$\frac{m\,\overline{BE}}{m\,\overline{ED}} = \frac{m\,\overline{AE}}{m\,\overline{CE}}$	Le rapport des mesures des côtés homologues de deux triangles semblables est constant.

13. a) La hauteur de la pyramide est de 137 m.

b) La mesure de l'ombre aurait été de 106,86 m.

14.

Hypothèse :	$\overline{AE}$, $\overline{CD}$ et $\overline{FB}$ sont trois hauteurs du triangle isocèle ABC.
Conclusion :	$\frac{m\,\overline{AE}}{m\,\overline{CD}} = \frac{m\,\overline{BE}}{m\,\overline{BD}}$

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
∠ AEB ≅ ∠ CDB	Une hauteur d'un triangle forme un angle droit avec sa base.
∠ ABE ≅ ∠ DBC	Angle commun.
Δ ABE ~ Δ CDB	Par AA.
$\frac{m\,\overline{AE}}{m\,\overline{CD}} = \frac{m\,\overline{BE}}{m\,\overline{BD}}$	Le rapport des mesures des côtés homologues de deux triangles semblables est constant.

15. 13,6 m

SECTION 2.3 La manipulation d'expressions algébriques

Problème Page 89

Les dimensions possibles du panneau sont de 27 dm sur 10 dm et 31 dm sur 11 dm.

Activité 1 Page 90

a. 1) $12xy + 9x + 8y + 6$

2) $3x(4y + 3) + 2(4y + 3)$

3) $(4y + 3)(3x + 2)$

b. Oui. En multipliant les deux binômes on obtient le polynôme initial.

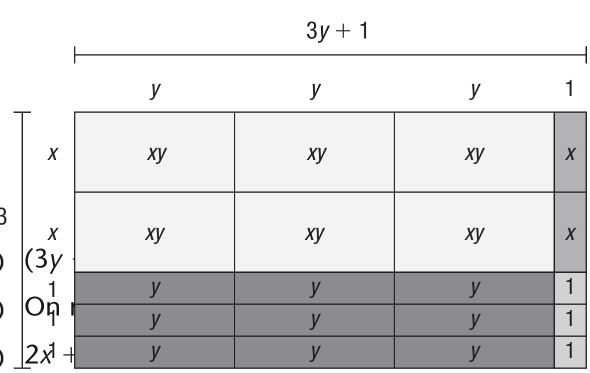
Activité 1 (*suite*) Page 91

c. 1) $12xy - 3x + 16y - 4$

2) $3x(4y - 1) + 4(4y - 1)$

3) $(4y - 1)(3x + 4)$

d. 1)



2x + 3

2) (3y

3) On

4) 2x +

e. 1) $(3x + 2)(y + 3)$ **2)** $(2x + 3)(y + 2)$

Activité 2 Page 92

a. $x^2 - y^2$

b. Non, il n'y a aucun facteur commun aux deux termes.

c. 1) $x(x - y)$ **2)** $y(x - y)$

3) $x(x - y) + y(x - y)$ **4)** $(x - y)(x + y)$

d. $(x - y)(x + y) = x^2 - xy + yx - y^2 = x^2 - y^2$

e. 1) L'ensemble des sections vertes est un carré.
2) L'ensemble des sections rouges est un carré.
3) La figure ABCD est un carré.

f. $(2x + 3)(2x + 3)$

g. $(2x + 3)(2x + 3) = 4x^2 + 6x + 6x + 9$
$= 4x^2 + 12x + 9$

Activité 3 — Page 93

a. 1) $t = \frac{6}{v}$ 2) $t = \frac{3}{v}$

b. $t = \frac{9}{v}$

c. Non, $v \neq 0$ parce qu'on ne peut pas diviser par 0.

d. $\frac{4n + 12}{4n} = \frac{4(n + 3)}{4n} = \frac{n + 3}{n}$

e. $d = vt \Rightarrow \left(\frac{3n}{n + 3}\right)\left(\frac{4n + 12}{4n}\right) = \left(\frac{3n}{n + 3}\right)\left(\frac{4(n + 3)}{4n}\right) = 3$ m

f. Non, parce qu'on ne peut pas diviser par 0, $n \neq 0$ et $n \neq -3$.

g. Oui, en factorisant l'expression du dénominateur et en simplifiant, on obtient : $\frac{5}{3(2t + 1)}$.

h. $v = \frac{d}{t} \Rightarrow \left(\frac{5t^2}{2t + 1}\right) \div \left(\frac{5t}{6t^2 + 3t}\right) = \left(\frac{5t^2}{2t + 1}\right)\left(\frac{3t\,(2t + 1)}{5t}\right) = 3t^2$ km/h

i. Non, parce qu'on ne peut pas diviser par 0, $t \neq -\frac{1}{2}$.

Mise au point 2.3 — Page 98

1. a) Oui. $1 > 0$, $4 > 0$ et $4 = 2\sqrt{1}\,\sqrt{4}$.

b) Non. $-144 < 0$

c) Non. $-9 < 0$

d) Oui. $64 > 0$, $81 > 0$ et $144 = 2\sqrt{64}\,\sqrt{81}$.

e) Non. $15 \neq 2\sqrt{3}\,\sqrt{5}$

f) Oui. $\frac{9}{2} > 0$, $4 > 0$ et $\frac{4}{3} = 2\sqrt{1}\,\sqrt{\frac{4}{9}}$.

2. a) $(x + 2)(y + 4)$ **b)** $(13x - 1)^2$

c) $(x + 4)(y - 2)$ **d)** $-2(y - 2)(x + 1)$

e) $4(x - 3y)(x + 3y)$ **f)** $(3x + 2)(7y - 6)$

g) $(5x + 3y)(x - y)$ **h)** $(3x + 1)(y - 1)$

i) $(7 - x)^2$ **j)** $(x - y)(x - 1)$

k) $\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)(y + 8)$

l) $\left(\left(\sqrt{2} - 2\right)x - 3\right)\left(\left(\sqrt{2} + 2\right)x + 3\right)$

3. a) $x + 1$ **b)** $3x - 4$

c) $3x - 7 + \frac{17}{x + 3}$ **d)** $5x - 4$

e) $x + 2$ **f)** $x^2 - 2x - 1$

4. a) $\frac{8x^2}{3}$ **b)** $\frac{xy}{x - 3}$

c) $\frac{1}{x - 3}$ **d)** $\frac{x + y}{3}$

e) $\frac{4(x - 1)}{3}$ **f)** $-\frac{2}{1 - 4x}$

5. a) $\frac{2}{15x}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

b) $\frac{3}{2x}$, $x \neq 0$

c) $-\frac{21}{4}$, $x \neq -3$

d) $-\frac{x + 1}{y}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

e) $\frac{5x - 1}{yy}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

f) $\frac{(x - 7)(x - 3)}{2}$, $x \neq 3$, $x \neq -7$

g) $\frac{8y}{9x}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

h) $\frac{2(4x + 1)}{x(x + 1)}$, $x \neq 0$, $x \neq -1$

i) $\frac{-x^2 - x + 8}{(x + 4)^2}$, $x \neq -4$

Mise au point 2.3 (*suite*) — Page 99

6. a) 1) $(x^2 + 2x)$ cm^2
2) $(5x + 10)$ cm^2
3) $(x^2 + 7x + 10)$ cm^2

b) 1) $(x + 5)(x + 2)$
2) $(x + 7)(x + 2) - 2(x + 2)$

c) On obtient les mêmes facteurs qu'en **b)** 1).

7. a) $m = 5$, $n = 1$ **b)** $m = -3$, $n = -2$

c) $m = -\frac{1}{8}$, $n = -\frac{1}{3}$ **d)** $m = -\frac{1}{3}$, $n = 3$

e) $m = \frac{1}{2}$, $n = 2$ **f)** $m = \frac{3}{2}$, $n = -1$

8. Le rayon du cadran est de 4 cm.

9. a) La ligne rouge mesure $(4x - 4y + 40)$ m.

b) La surface de combat mesure $(20x - 20y + 100)$ m^2.

Mise au point 2.3 (*suite*) — Page 100

10. a) $x - 4 + \frac{56}{x + 7}$ **b)** $2x - \frac{26}{3} + \frac{28}{3(3x - 2)}$

c) $2x + 9$ **d)** $7x + 5$

11. a) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

b) $\left(\frac{9x^2}{2} + \frac{27x}{2} + 9\right)$ cm^2

12. a) L'aire de l'habitat est de $(x + 10)(y + 12)$ m^2.

b) La largeur du fossé à l'ouest et à l'est de la surface sèche est de 5 m. Elle est de 6 m au nord et au sud de la surface sèche.

Mise au point 2.3 (*suite*)

13. $\frac{3}{2(5b - 1)}$

14. $\frac{7x^2 - 8x + 9}{2(x + 1)^2}$

15. **a)** 1) Son temps à vélo est représenté par l'expression $t_1 = \frac{10}{v}$, où v correspond à la vitesse à la course à pied.

2) Son temps à la course à pied est représenté par l'expression $t_2 = \frac{10}{v}$, où v correspond à la vitesse à la course à pied.

3) Son temps total est représenté par l'expression $t_{total} = \frac{1}{3} + \frac{20}{v}$.

b) Sa vitesse à vélo a été de 40 km/h.

16. $7x + 19 + \frac{39}{x - 2}$

SECTION 2.4 L'optimisation d'une distance

Problème — Page 102

La distance qui sépare la personne A de l'image de la personne B est de 15,2 m.

Activité 1 — Page 103

a. Le trajet AP_2B est le plus court.

b. 1) $75 - x$ 2) $\sqrt{(20^2 + x^2)}$

3) $\sqrt{(10^2 + (75 - x)^2)}$

Activité 1 (*suite*) — Page 104

c.

Distance de D à P (m)	Distance de C à P (m)	Distance de A à P (m)	Distance de B à P (m)	Longueur du trajet (m)
10	**65**	**≈ 22,36**	**≈ 65,76**	**≈ 88,13**
25	**50**	**≈ 32,02**	**≈ 50,99**	**≈ 83,01**
40	**35**	**≈ 44,72**	**≈ 36,40**	**≈ 81,12**
45	**30**	**≈ 49,24**	**≈ 31,62**	**≈ 80,87**
55	**20**	**≈ 58,52**	**≈ 22,36**	**≈ 80,88**
60	**15**	**≈ 63,25**	**≈ 18,03**	**≈ 81,27**
70	**5**	**≈ 72,80**	**≈ 11,18**	**≈ 83,98**

d. Les scientifiques devraient installer le poste de changement à 45 m du point D.

e. 1) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

2) Le point B′ correspond à une réflexion du point B par rapport à l'axe CD.

3) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

f. Les angles homologues des figures planes ou des solides semblables sont isométriques et les mesures des côtés homologues sont proportionnelles. Or, dans cette situation, cette proportion fait appel à des côtés homologues.

g. La distance minimale à parcourir sera d'environ 80,77 m.

Technomath — Page 105

a) 1) $\sqrt{(12 - x)^2 + 5^2}$ 2) $\sqrt{(x^2 + 2^2)}$

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* À environ 3,5 km du point D.

c) 150 km

Mise au point 2.4 — Page 107

1. **a)** Les triangles ne sont pas semblables.

b) Les triangles sont semblables.

Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

c) Les triangles ne sont pas semblables.

d) Les triangles ne sont pas semblables.

2. **a)** 1) 17,28 km 2) ≈ 36,80 km

b) 1) ≈ 4,59 km 2) ≈ 21,4 km

3. **a)** $\left(\frac{62}{9}, 0\right)$ **b)** $\left(0, \frac{56}{11}\right)$

Mise au point 2.4 (*suite*) — Page 108

4. ≈ 30,92 cm

5. **a)** La hauteur de la partie Ⓑ est environ de 10,71 cm.

b) L'aire latérale des parties Ⓐ et Ⓑ de ce sablier est environ de 215,46 cm^2.

6. Elle devra construire la plate-forme à environ 1272,73 m du point A.

Mise au point 2.4 (*suite*) — Page 109

7. La surface à repeindre est de 381,3 m^2.

8. Chaque section violette a une aire de 27 cm^2.

9. ≈ 44,72 cm

Mise au point 2.4 (*suite*) **Page 110**

10. La longueur de bois nécessaire est environ de 25,19 m.

11. **Étape ①**: ≈ 116,62 km

Étape ②: ≈ 102,59 km

12. Aile A : ≈ 117,81 m

Aile B : ≈ 235,61 m

Aile C : ≈ 153,22 m

SECTION 2.5 Les relations métriques

Problème **Page 111**

La hauteur de la tour est environ de 705,18 m.

Activité 1 **Page 112**

a. 1) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

2) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

3) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

b. 1) $\frac{m\,\overline{CD}}{m\,\overline{AC}} = \frac{m\,\overline{AC}}{\mathbf{m\,\overline{CB}}} = \frac{\mathbf{m\,\overline{DA}}}{m\,\overline{AB}}$

2) $\frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{AD}} = \frac{m\,\overline{BC}}{\mathbf{m\,\overline{AB}}} = \frac{\mathbf{m\,\overline{AB}}}{m\,\overline{DB}}$

3) $\frac{m\,\mathbf{\overline{AC}}}{m\,\overline{AB}} = \frac{m\,\overline{AD}}{\mathbf{m\,\overline{BD}}} = \frac{\mathbf{m\,\overline{CD}}}{m\,\overline{AD}}$

c. 1) 4,8 mm

2) 6 m

3) 6,25 cm

Technomath **Page 113**

a. 1) Écran **3** : $\frac{m\,\overline{CH}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BH}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{AB}} = \frac{2}{3}$

Écran **4** : $\frac{m\,\overline{CH}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BH}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{AB}} = 1,6$

Écran **5** : $\frac{m\,\overline{CH}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BH}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{AB}} = 1,4$

Écran **6** : $\frac{m\,\overline{CH}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BH}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{AB}} = 0,5$

Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.

2) Écran **3** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{AB}} \approx 1,20$

Écran **4** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{AB}} \approx 1,89$

Écran **5** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{AB}} \approx 1,72$

Écran **6** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{AH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{AB}} \approx 1,12$

Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.

3) Écran **3** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{CH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{BC}} \approx 1,80$

Écran **4** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{CH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{BC}} \approx 1,18$

Écran **5** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{CH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{BC}} \approx 1,23$

Écran **6** : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{BH}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{CH}} = \frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{BC}} \approx 2,24$

Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.

b. 1) Écran **3** : 32,955 cm^2

Écran **4** : 35,6 cm^2

Écran **5** : 83,916 cm^2

Écran **6** : 22,5 cm^2

2) Écran **3** : 32,955 cm^2

Écran **4** : 35,6 cm^2

Écran **5** : 83,916 cm^2

Écran **6** : 22,5 cm^2

c. Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse par la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.

d. 1) Non.

2) Non.

Mise au point 2.5 **Page 115**

1. **a)** Δ ABC, Δ ADB et Δ BDC.

b) Δ ABC ∼ Δ ADB : $\frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{AB}} = \frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{AD}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{BD}}$

Δ ABC ∼ Δ BDC : $\frac{m\,\overline{AC}}{m\,\overline{BC}} = \frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{BD}} = \frac{m\,\overline{BC}}{m\,\overline{DC}}$

Δ ABD ∼ Δ BCD : $\frac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{BC}} = \frac{m\,\overline{AD}}{m\,\overline{BD}} = \frac{m\,\overline{BD}}{m\,\overline{DC}}$

c) Δ ABC ∼ Δ ADB × k = 1,25

Δ ABC ∼ Δ ADB × k = 1,67

Δ ABC ∼ Δ BDC × k = 1,33

d) Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.

2. **a)** 2 cm

Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

b) 3,2 cm

Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse par la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.

3. 5,82 cm

4. 12,99 cm

5. 3079,49 cm^2

Mise au point 2.5 (*suite*) — Page 116

6. Elle doit commencer la coupe à 9,67 cm du point D.

7. Mesure des segments

	a	*b*	*c*	*m*	*n*	*h*
a)	9	12	**15**	**5,4**	**9,6**	**7,2**
b)	**$4\sqrt{5}$**	**$8\sqrt{5}$**	**20**	4	**16**	8
c)	10	**7,5**	**12,5**	**8**	**4,5**	6

8. 23,31 cm

9.

	1) Mesure associée à *x*	2) Énoncé de géométrie
a)	Environ 1,98 cm	$\left(\text{m }\overline{AB}\right)^2 = \text{m }\overline{AD} \times \text{m }\overline{BC}$
b)	40,5 cm	$\left(\text{m }\overline{CD}\right)^2 = \text{m }\overline{AD} \times \text{m }\overline{BD}$
c)	12 cm	$\left(\text{m }\overline{BC}\right)^2 = \text{m }\overline{CD} \times \text{m }\overline{AC}$
d)	40 cm	$\left(\text{m }\overline{AB}\right)^2 = \left(\text{m }\overline{AC}\right)^2 + \left(\text{m }\overline{BC}\right)^2$

Mise au point 2.5 (*suite*) — Page 117

10. a) La distance est de 4 km.

b) La distance est de 6,93 km.

c) La hauteur du ballon est de 3,46 km.

11. ≈ 837,08 cm^2

12. a) La hauteur du barrage est de 61,47 m.

b) Le niveau d'eau minimal à maintenir dans le bassin est environ de 36,29 m.

13. La console se trouve à 2,83 m de hauteur.

Mise au point 2.5 (*suite*) — Page 118

14. a) À 5 m du pied de l'arbre.

b) ≈ 8,33 m c) À 5 m du sol.

d) ≈ 2,08 m e) ≈ 5,42 m

15. La hauteur intérieure maximale est de 2,08 m.

16. Le volume de ce conteneur est environ de 58,14 m^3.

Mise au point 2.5 (*suite*) — Page 119

17. a) Un côté de cette pièce mesure 5,4 mm.

b) Le segment CD mesure 5,22 mm.

18. La distance parcourue est environ de 44,32 m.

19. ≈ 74,88 m

20. Le haut-parleur est fixé à environ 14,74 m de hauteur.

21. La baguette de bois BD mesure 76,8 cm.

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 2

Chronique du passé — Page 121

1. ≈ 4,71 cm

2. a)

Hypothèses :	• Les droites AB et DC sont parallèles. • Les droites AD et BC se rencontrent au point O.
Conclusion :	Δ ABO ∼ Δ DCO

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$	Par hypothèse.
∠ BAO ≅ ∠ CDO	Lorsqu'une droite coupe deux droites parallèles, les angles correspondants sont isométriques.
∠ ABO ≅ ∠ DCO	Lorsqu'une droite coupe deux droites parallèles, les angles correspondants sont isométriques.
Δ ABO ∼ Δ DCO	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

b) Oui. Puisque les paires de côtés AO et DO et AB et DC sont deux paires de côtés homologues de triangles semblables, le rapport de leurs mesures est le même.

3.

Hypothèses :	• m $\overline{AB}$ = 2 m • m $\overline{AC}$ = 3,2 m • m $\overline{AD}$ = 1,25 m
Conclusion :	Δ ABC ∼ Δ ADB

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\frac{\text{m }\overline{AC}}{\text{m }\overline{AB}} = \frac{\text{m }\overline{AB}}{\text{m }\overline{AD}}$	Puisque $\frac{\text{m }\overline{AC}}{\text{m }\overline{AB}} = \frac{3,2}{2} = 1,6$ et $\frac{\text{m }\overline{AB}}{\text{m }\overline{AD}} = \frac{2}{1,25} = 1,6$.
∠ BAD ≅ ∠ BAC	Angle commun.
Δ ABC ∼ Δ ADB	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

Le monde du travail

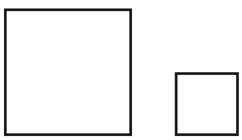
Page 123

1. La tige d’acier AD mesure environ 80,78 cm.
2. Les triangles EFI et FGH sont isométriques si les segments EF et FG sont isométriques par ACA ; sinon, ils seront semblables par AA, puisqu’il y a deux paires d’angles correspondants isométriques formés par les segments parallèles coupés par une droite.
3. La poutre mesure environ 1,67 m.
4. La profondeur du puisard ① est de 3,83 m et la profondeur du puisard ② est de 3,53 m.

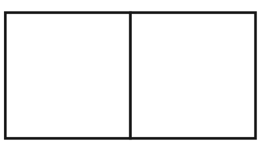
Vue d’ensemble

Page 124

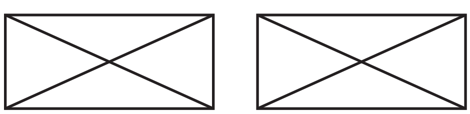
1. **a)** Non.



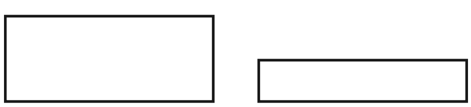
b) Oui.



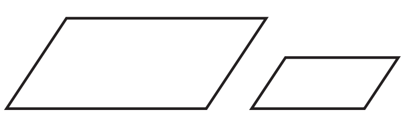
c) Oui.



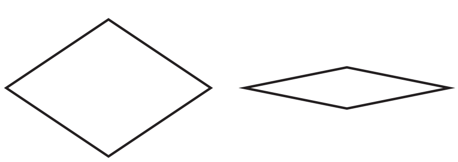
d) Non.



e) Non.



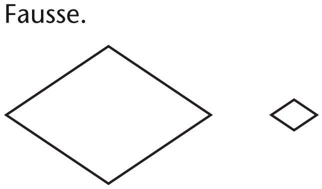
2. **a)** Fausse.



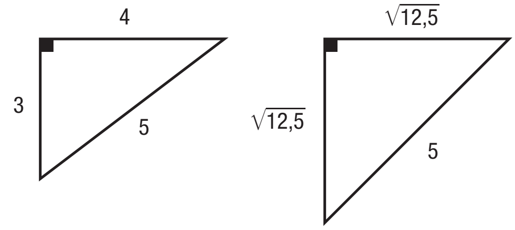
b) Vraie.

c) Vraie.

d) Fausse.



e) Fausse.



3. **a)** 1) $\frac{12}{17}$ ou $\approx$ 0,71 cm. 2) 1,62 cm

3) $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ ou $\approx$ 1,47 cm. 4) $\frac{196}{75}$ ou $\approx$ 2,61 cm.

b) Non, puisque les droites EF et GH ne sont pas parallèles.

Vue d’ensemble (*suite*)

Page 125

4. **a)** $m = 2$ **b)** $m = 40$ **c)** $m = 625$

d) $m = -\frac{16}{3}$ **e)** $m = 3$ **f)** $m = 20\,000$

5. $\frac{x + 5}{3}$
6. **a)** Ni l’un ni l’autre.

b) Triangles isométriques. Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

c) Triangles semblables. Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

d) Ni l’un ni l’autre.

e) Triangles semblables. Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables (CCC).

f) Triangles semblables. Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables (CCC).

Vue d’ensemble (*suite*)

Page 126

7. **a)** Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

b) Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

c) Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

d) Deux triangles qui ont un côté homologue isométrique compris entre deux angles isométriques sont isométriques (ACA).

8. **a)** $(a + b)(x + y)$

b) $3x^3(x - 2)$

c) $(x + 3)(4y + 5)$

d) $(5a^4 - 8b^2)(5a^4 + 8b^2)$

e) $(b + 3)(c - 2)$

f) $2(z - 2)^2$

g) $(2a - 3)(2x + y)$

h) $(7a^2x + y)(x - 2ay)$

i) $(x - 1)(x + 2)$

j) $(3b - a)(4b - x^2)$

k) $2(m - 1)$

l) $(z - 2)(3z^4 - 5z^2)$

m) $(x - y - 13)(x - y + 13)$

n) $(m - n - 1)(m - n + 1)$

9. a) $(5x + 2)$ dm et $(y - 4)$ dm.

b) 12 dm et 6 dm.

c) $x \geq -\frac{2}{5}$ et $x \geq 4$.

10. Cette personne parcourt environ 35,36 m.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 127**

11. Le volume de cette semi-remorque est de 88,44 m^3.

12. a) Le rapport entre le périmètre du rectangle A et celui du rectangle B est : $\frac{3x + 5}{2x + 3}$.

b) Le rapport entre l'aire du rectangle B et celle du rectangle A est : $\frac{x + 3}{2(x + 5)}$.

13. a) $x = 2{,}88$ cm   b) $x = 1{,}2$ cm

c) $x = \frac{\sqrt{19}}{5}$ ou $\approx 0{,}87$ cm.   d) $x = 3{,}6$ cm

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 128**

14. Une distance de 3,18 m.

15. Le périmètre correspond à $6(m + 4n + 2)$ m.

16. La hauteur de cette école est environ de 3,21 m.

17. L'aire du triangle vert est de 4 dm^2.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 129**

18. m $\overline{AB} = 5$ hm, m $\overline{BE} = 3$ hm, m $\overline{CD} = 4{,}2$ hm

19. La hauteur de l'image de la personne est de 10,8 cm.

20. $\approx 12{,}99$ cm

21. L'aire du triangle orange est de 32 dm^2.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 130**

22. La mesure de la surface inscriptible du disque compact est de $\pi(R - r)(R + r)$.

23. a) L'expression qui correspond à la vitesse du mobile est $(x^2 + 3)$ m/s.

b) L'expression qui correspond au temps de déplacement est $(x - y)$ s.

24. a) 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Les triangles ABD, BCD, ADF et BDF sont tous semblables au triangle ABC.

2) Le triangle ECG est isométrique, donc semblable au triangle EBG.

3) Aucun triangle n'est semblable au triangle BED.

b) 1) Le triangle EBG est isométrique au triangle ECG.

2) Aucun triangle n'est isométrique au triangle FDB.

25. Il faut acheter au moins 29,73 m de fil.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 131**

26. a) Le segment BC mesure 0,65 m.

b) Le segment AJ mesure 0,81 m.

27. a)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle$ BRA $\cong$ $\angle$ DOP	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-externes sont isométriques.
$\angle$ BAR $\cong$ $\angle$ PDO	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\overline{DO} \cong \overline{AS}$	Par hypothèse.
Δ BRA $\cong$ Δ DOP	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles isométriques sont isométriques (ACA).

b)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle$ FGP $\cong$ $\angle$ ODP	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\angle$ FPG $\cong$ $\angle$ OPD	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
Δ FPG $\sim$ Δ OPD	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
$\angle$ PDO $\cong$ $\angle$ OSC	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\angle$ DOP $\cong$ $\angle$ SOC	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
Δ OPD $\sim$ Δ OSC	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
$\angle$ SOC $\cong$ $\angle$ SRQ	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\angle$ QSR $\cong$ $\angle$ CSO	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
Δ QSR $\sim$ Δ CSO	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
Δ SRQ $\sim$ Δ GFP	Par transitivité.

c) 1) $\approx 5,66$ cm   2) ≈ 8 cm

3) $\approx 11,31$ cm   4) $\approx 14,78$ cm

28. **a)** Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

b) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

c) 1) 3,6 cm   2) 6,4 cm

3) 4,8 cm

29. $10x + 6y + 6$ cm

Banque de problèmes **Page 132**

30. La distance entre les deux antennes est environ de 63,25 m.

31. m $\overline{CI} \approx 1,38$ m

32. La hauteur du lampadaire est de 21,8 m.

33. L'aire de la partie bleue est de $63(x + 1)(y + 9)$ cm^2.

Banque de problèmes (*suite*) **Page 133**

34.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AE} \cong \overline{AB}$	Deux côtés d'un pentagone régulier.
$\overline{AB} \cong \overline{BC}$	Deux côtés d'un pentagone régulier.
$\angle$ EAB $\cong$ $\angle$ ABC	Deux angles intérieurs d'un même pentagone régulier.
Δ AEB $\cong$ Δ ABC	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).
$\overline{AC} \cong \overline{BE}$	Les côtés homologues de triangles isométriques sont isométriques.

35. La mesure de la base de l'immeuble A est environ de 23,38 m et celle de la base de l'immeuble B, environ de 12,83 m.

36. Le volume du cône circulaire droit est environ de 138,24 cm^3.