

Nom : Corrige

LES FONCTIONS EXPONENTIELLES ET LOGARITHMIQUES

#1 On considère l'équation logarithmique:

$$\log_2(x-6) + \log_2(x-2) = 5$$

Quel est l'ensemble solution de cette équation?

- A) $S = \left\{ \frac{58}{31} \right\}$ **B) $S = \{-2, 10\}$** C) $S = \{7\}$ D) $S = \{10\}$

$$\begin{aligned} \log_2(x^2 - 8x + 12) &= 5 \\ 2^5 &= x^2 - 8x + 12 \\ 0 &= x^2 - 8x - 20 \\ &\quad \swarrow \quad \searrow \\ &\quad -2 \quad 10 \end{aligned}$$

#2 La population P (en milliers d'habitants) d'un village varie selon la règle $P = 10(2)^{0,05t}$ où t représente le nombre d'années écoulées depuis l'an 2000.

- En quelle année la population de ce village atteindra-t-elle 40 000 habitants?
A) en 2025 **B) en 2040** C) en 2020 D) en 2060

$$\begin{aligned} 10(2)^{0,05t} &= 40 \\ 2^{0,05t} &= 4 \\ 0,05t &= \log_2 4 \end{aligned}$$

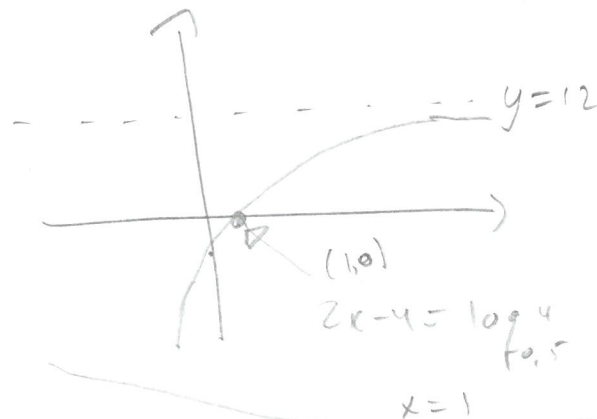
#3 On considère la fonction exponentielle:

x	-10	0	10
y	502	-36	12

$$y = -3\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4} + 12$$

Lequel des énoncés suivants est faux?

- A) Le codomaine de la fonction est $]-\infty, 12[$.
B) L'ordonnée à l'origine de la fonction est -36.
C) La fonction est croissante dans \mathbb{R} .
D) La fonction est positive dans l'intervalle $]-\infty, 1[$.



#4 Écris, comme un seul logarithme, l'expression suivante:

$$2 \log x^5 - 4 \log 2x^3 + 3 \log 4x^4$$

- A) $\log 4x^{10}$** B) $\log 4x^7$ C) $\log 2x^{10}$ D) $\log 1024x^{34}$

$$\log \frac{x^{10} \cdot 4^3 \cdot x^{12}}{2^4 \cdot x^{12}}$$

#5 On considère la fonction logarithmique:

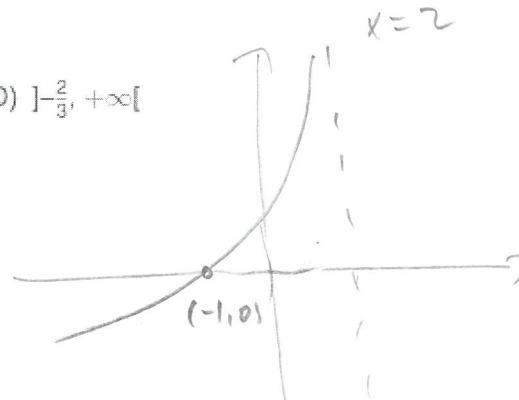
$$y = -2 \log_3(-3(x-2)) + 4$$

Détermine l'intervalle dans lequel la fonction f est positive.

- A) $[-1, +\infty[$ **B) $[-1, 2[$** C) $]-\infty, 2[$ D) $]-\frac{2}{3}, +\infty[$

x	-10	0	1.5
y	-2.5	3/4	

$$\begin{aligned} 0 &= -2 \log_3(-3(x-2)) + 4 \\ -1 &= x \end{aligned}$$



#6 Détermine la valeur exacte de la solution de l'équation:

$$2^{2x+1} = 3^{x-2}$$

La valeur exacte de la solution de l'équation est $-10 = x$

$$2x+1 = \log_2 3^{x-2} \Rightarrow 2x+1 = (x-2) (1,58)$$
$$2x+1 = 1,58x - 3,17$$
$$x \sim -10$$

#7 Une voiture se déprécie de 20% chaque année.

Après combien de temps se dépréciera-t-elle de 50%? $20 = 40 (0,8)^x$

La voiture se dépréciera de 50% après 3,11 années

$$0,5 = 0,8^x$$
$$x = \log_{0,8} 0,5$$

#8 Dans un laboratoire, on relève le nombre de bactéries présentes dans une culture.

Le responsable relève, au début de l'expérience, 45 bactéries. Cette culture augmente de 4% toutes les 5 secondes.

Après combien de minutes, la culture contiendra-t-elle 16 152 bactéries?

La culture contiendra 16 152 bactéries après 750 sec ou 12,5 Min.

$$16\ 152 = 45 (1,04)^x$$

$$150 = x (\text{bloc de 5 sec}) \Rightarrow \underline{750 \text{ sec ou } 12,5 \text{ min}}$$

#9 Détermine la règle de la réciproque de la fonction $y = -\frac{1}{2}(3)^{4y-4} + 5$.

La règle de la réciproque est _____

$$x = -\frac{1}{2} (3)^{4y-4} + 5$$
$$\frac{x+5}{-1/2} = 3^{4y-4}$$
$$-2x-10 = 3^{4y-4}$$
$$4y-4 = \log_3 (-2x-10)$$
$$y = \frac{\log_3 (-2x-10) + 4}{4}$$

#10

LA POPULATION DE DEUX VILLES

En l'an 2000, les villes Lilasville et Roseville avaient respectivement 24 800 et 29 500 habitants.

La population de Lilasville double tous les 30 ans alors que celle de Roseville double tous les 40 ans.

En quelle année, Lilasville et Roseville auront-elles la même population ?

$$24800 (2)^{x/30} = 29500 (2)^{x/40}$$
$$\frac{2^{x/30}}{2^{x/40}} = 1,1895 \Rightarrow 2^{\frac{x}{30} - \frac{x}{40}} = 1,1895 \dots$$

$$x = 30,04 \text{ ans}$$

#11

LES PROPRIÉTÉS DES LOGARITHMES

On considère l'expression logarithmique :

$$\log_2 m^2 + \log_2 n^4 - \log_2 mn^4 + 3 \log_2 2^3$$

Montre que cette expression est équivalente à $\log_2 8m$.

$$\log \frac{m^2 \cdot n^4 \cdot 2^3}{mn^4} \Rightarrow \log m \cdot 2^3$$

#12

DE L'IMMOBILIER

Une agence immobilière a enregistré la vente de deux maisons le même jour.

La maison des Thibault a été achetée à 240 000\$. L'agence leur a prédit une augmentation de la valeur de la maison de 1,5% par an.

La maison des Dion a été achetée à 180 000\$. L'agence leur a prédit une augmentation de la valeur de la maison de 30% chaque 10 ans.

Quelle sera, au dollar près, la valeur de la maison des Dion au moment où la valeur de la maison des Thibault sera égale à 285 000\$?

$$\text{Thibault} = 240000 (1,015)^x = 285000$$

$$x = 11,54 \text{ ans}$$

$$\text{Dion} = 180000 (1,3)^{x/10}$$
$$= 243648,15 \$$$

