

# AIDE-MÉMOIRE

## FONCTIONS

### 1. Définition

Une relation est une fonction si chaque élément de l'ensemble de départ est en relation avec au plus un élément de l'ensemble d'arrivée.

### 2. Propriétés

**Domaine :** ensemble des valeurs de  $x$  qui ont une image.

- Dom  $f = [-1, +\infty[$

**Codomaine :** ensemble des valeurs de  $y$  qui sont une image.

- Codomaine  $f = ]-\infty, 3]$

**Zéros :** valeurs de  $x$  quand  $y = 0$ .

- Zéro de  $f : 2$

**Valeur initiale :** valeur de  $y$  quand  $x = 0$ .

- Valeur initiale de  $f : 1$

**Signe :** ensemble des valeurs de  $x$  pour lesquelles la fonction est positive ou négative.

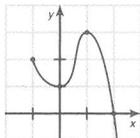
- $f \geq 0$  dans  $[-1, 2]$ ,  $f \leq 0$  dans  $[2, +\infty[$

**Variation :** ensemble des valeurs de  $x$  pour lesquelles la fonction est croissante ou décroissante.

- $f \nearrow$  dans  $[0, 1]$ ,  $f \searrow$  dans  $[-1, 0] \cup [1, +\infty[$

**Extrêmes :** valeur de  $y$  qui représente un maximum ou un minimum.

- Max  $f = 3$ , pas de minimum



### 3. Réciproque d'une fonction

- La réciproque d'une fonction  $f$  est notée  $f^{-1}$

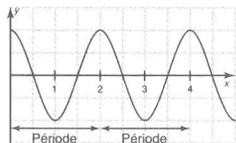
- Si  $f(x) = 2x$  alors  $f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$ .



### 4. Fonction périodique

- Une fonction est périodique si sa représentation graphique est constituée d'un **cycle** qui se répète.

- La distance qui sépare les extrémités d'un cycle est la **période**.



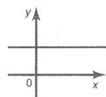
### 5. Fonction constante

$$y = b$$

$$\frac{x}{y} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & \\ \hline 5 & 5 & 5 & \\ \hline \end{array}$$

$$y = 5$$

La valeur de  $y$  est constante. Le taux de variation est nul.



### 6. Fonction linéaire

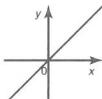
- de variation directe

$$y = ax$$

$$\frac{x}{y} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & \\ \hline 8 & 16 & 24 & \\ \hline \end{array} \times 8$$

$$y = 8x$$

- Le rapport  $\frac{y}{x}$  est constant. Le taux de variation  $a$  est constant.
- Le graphique est une droite passant par l'origine.



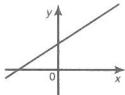
- de variation partielle

$$y = ax + b$$

$$\frac{x}{y} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & \\ \hline 5 & 8 & 11 & \\ \hline \end{array}$$

$$y = 3x + 2$$

- $a$  est le taux de variation,  $b$  est la valeur initiale
- Le taux de variation est constant.
- Le graphique est une droite ne passant pas par l'origine.
- Si  $a > 0$ ,  $f \nearrow$  • Si  $a < 0$ ,  $f \searrow$



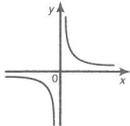
### 7. Fonction rationnelle

$$y = \frac{a}{x}$$

$$\frac{x}{y} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 4 & 8 \\ \hline 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$y = \frac{8}{x}$$

- Le produit des variables est constant.  $x \cdot y = a$
- Les variables sont inversement proportionnelles.
- Le graphique est une courbe se rapprochant des axes (asymptotes) sans jamais les toucher.



### 8. Fonction quadratique

$$y = ax^2$$

$$\frac{x}{y} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & \\ \hline 4 & 16 & 36 & \\ \hline \end{array}$$

$$y = 4x^2$$

- Les valeurs de  $y$  sont proportionnelles au carré des valeurs de  $x$ .
- Le rapport  $\frac{y}{x^2}$  est constant.
- Le graphique est une parabole dont le sommet est à l'origine.
- Si  $a > 0$ :  $\cup$ , si  $a < 0$ :  $\cap$



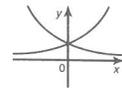
### 9. Fonction exponentielle

$$y = ac^{bx}$$

$$\frac{x}{y} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & \\ \hline 6 & 12 & 24 & \\ \hline \end{array}$$

$$y = 3(2)^x$$

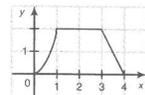
- $a$  correspond à la valeur initiale.
- $b$  correspond au nombre de périodes par unité de temps.
- L'axe des  $x$  est une asymptote à la courbe.



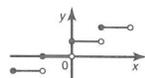
### 10. Fonction définie par parties

Fonction dont la règle change selon l'intervalle où se situe  $x$ .

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 \leq x \leq 3 \\ -2x + 8 & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



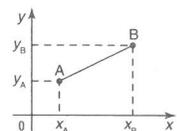
### 11. Fonction en escaliers



## GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

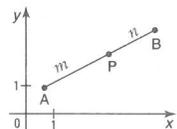
### 1. Distance entre deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



### 2. Milieu d'un segment AB

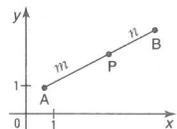
$$M \left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$



### 3. Point de partage

$$x_P = x_A + \frac{m}{m+n}(x_B - x_A)$$

$$y_P = y_A + \frac{m}{m+n}(y_B - y_A)$$



### 4. Pente d'une droite $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

### 5. Droites parallèles

Deux droites parallèles ont la même pente.

### 6. Droites perpendiculaires

Deux droites perpendiculaires ont le produit de leur pente égale à  $-1$ . (La pente de l'une est l'opposée de l'inverse de la pente de l'autre.)

### 7. Équation d'une droite

**Forme fonctionnelle**  $y = ax + b$   $a$  est la pente,  $b$  est l'ordonnée à l'origine.

### 8. Système d'équations

**Par addition**

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 & (\times 3) \\ 3x + 4y = 9 & (\times -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 9y = 21 \\ -6x - 8y = -18 \end{cases}$$

$$y = 3 \Rightarrow 2x + 3(3) = 7 \Rightarrow x = -1$$

$$S = \{(-1, 3)\}$$

**Par substitution**

$$\begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ x = 2y + 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5(2y + 11) + 2y = 7 \\ 12y = -48 \end{cases}$$

$$y = -4 \Rightarrow x = 2(-4) + 11 = 3$$

$$S = \{(3, -4)\}$$

**Par comparaison**

$$\begin{cases} y = 3x + 11 \\ y = 2x + 7 \end{cases} \Rightarrow 3x + 11 = 2x + 7$$

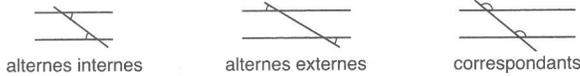
$$x = -4 \Rightarrow y = 3(-4) + 11 = -1$$

$$S = \{(-4, -1)\}$$

1. Angles congrus

Les angles suivants sont congrus.

- Angles opposés par le sommet.
- Angles formés par deux droites parallèles coupées par une sécante.



- Angles opposés d'un parallélogramme

2. Triangles congrus

Cas de congruence: CAC



S'ils ont un angle congru compris entre des côtés homologues congrus.

Cas de congruence: ACA



S'ils ont un côté congru compris entre des angles homologues congrus.

Cas de congruence: CCC



S'ils ont les côtés homologues congrus.

3. Triangles semblables

Cas de similitude: AA



S'ils ont deux angles homologues congrus.

Cas de similitude: CAC



S'ils ont un angle congru compris entre des côtés homologues proportionnels.

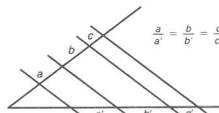
Cas de similitude: CCC



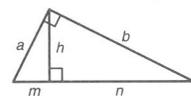
S'ils ont les côtés homologues proportionnels.

4. Théorème de Thalès

Des droites parallèles déterminent sur deux droites sécantes des segments correspondants de longueurs proportionnelles.

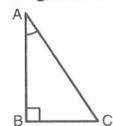


5. Relations métriques dans un triangle rectangle



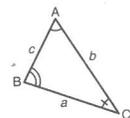
$$\begin{aligned} a^2 &= m(m+n) \\ b^2 &= n(m+n) \\ h^2 &= mn \\ ab &= h(m+n) \end{aligned}$$

6. Trigonométrie dans un triangle rectangle



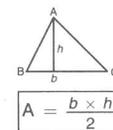
$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{\text{mesure du côté opposé BC}}{\text{mesure de l'hypoténuse AC}} \\ \cos A &= \frac{\text{mesure du côté adjacent AB}}{\text{mesure de l'hypoténuse AC}} \\ \tan A &= \frac{\text{mesure du côté opposé BC}}{\text{mesure du côté adjacent AB}} \end{aligned}$$

7. Loi des sinus

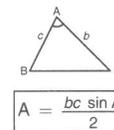


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

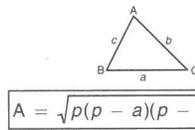
8. Aire d'un triangle



$$A = \frac{b \times h}{2}$$



$$A = \frac{bc \sin A}{2}$$



$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

1. Mesures de tendance centrale

- **moyenne**:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
- **mode**: Donnée la plus fréquente
- **médiane**: Donnée située au centre d'une série de données ordonnées.

2. Mesure de position

Les quartiles  $Q_1$ ,  $Q_2$  et  $Q_3$  divisent une série de  $n$  données ordonnées en 4 tranches renfermant le même nombre de données.

Pour trouver  $Q_1$ :

- Si  $\frac{n}{4}$  est entier,  $Q_1$  est la moyenne entre la donnée de rang  $\frac{n}{4}$  et la suivante.
- Si  $\frac{n}{4}$  n'est pas entier, on arrondit  $\frac{n}{4}$  à la hausse pour obtenir le rang de  $Q_1$ .

Pour trouver  $Q_2$  et  $Q_3$ : même procédure en considérant les quotients  $\frac{2n}{4}$  et  $\frac{3n}{4}$ .

• Rang centile d'une série de données ordonnée.

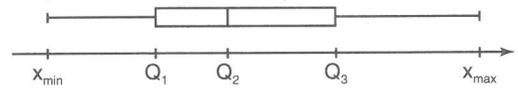
$$\text{Rang centile de } x = \frac{\left( \text{Nombre de données inférieures à } x \right) + \frac{1}{2} \left( \text{Nombre de données égales à } x \right)}{\text{Nombre total de données}} \times 100$$

On arrondit le rang centile à l'unité supérieure.

3. Mesures de dispersion

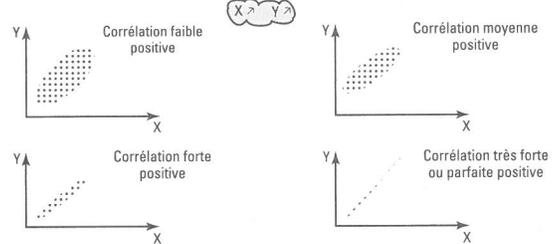
- **Étendue**:  $E = X_{\max} - X_{\min}$
- **Écart moyen**:  $\frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$

4. Diagramme des quartiles

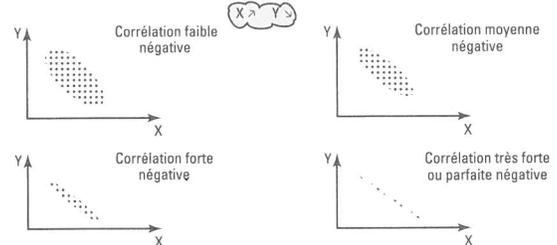


5. Corrélation

Corrélation positive



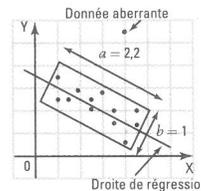
Corrélation négative



6. Estimation du coefficient de corrélation

Le coefficient  $r$  est positif ou négatif selon que la pente de la droite de régression est positive ou négative.

$$r \approx \pm \left( 1 - \frac{b}{a} \right)$$



Ex.:  $r \approx - \left( 1 - \frac{1}{2.2} \right) \approx -0,55$

7. Droite Médiante-médiane

- On ordonne les couples  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  selon la variable X.
- On partage en 3 groupes. Le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>e</sup> renferment le même nombre de données.
- On calcule, pour chaque groupe, les points médians  $P_1(\text{Med}(x), \text{Med}(y))$ ,  $P_2$  et  $P_3$ .
- On détermine le point moyen S des 3 points médians.
- La droite médiante-médiane est la droite passant par S et parallèle à la droite  $P_1P_3$ .

8. Droite de Mayer

- On ordonne les couples  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  selon la variable X.
- On partage en 2 groupes renfermant le même nombre de données.
- Pour chaque groupe, on calcule les points moyens:  $P_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$  et  $P_2(\bar{x}_2, \bar{y}_2)$ .
- La droite de Mayer est la droite  $P_1P_2$ .