# VISION 5 Les logarithmes et les mathématiques financières

## RÉVISION 5

### Réactivation 1

Page 22

**a.** Un modèle exponentiel.

**b.** $N(m) \approx 11\ 561{,}02(1{,}5)^m$

**c.** 11 561 Brésiliens.

**d.** **1)** 131 687 Brésiliens. **2)** 444 444 Brésiliens.

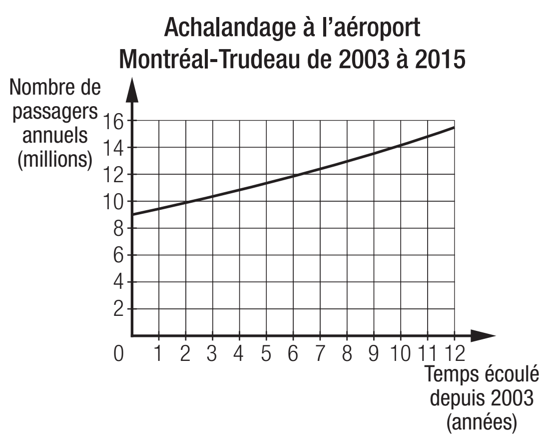
**e.** $N(24) \approx 11\ 561{,}02(1{,}5)^{24}$
$N(24) \approx 194\ 619\ 506{,}8$
Donc, 194 619 506 Brésiliens.
$\frac{194\ 619\ 506}{206\ 000\ 000} \approx 0{,}9448 \approx 94{,}48\ \%$
Oui, car à la fin de l'année 2016, 194 619 506 Brésiliens auraient été infectés, ce qui représente environ 94,48 % des habitants du pays, ce qui est supérieur à 90 %.

### Réactivation 2

Page 23

**a.** Soit *P,* le nombre de passagers annuels (en millions), et *n,* le temps écoulé (en années) depuis 2003. La règle est $P(n) \approx 9(1{,}0463)^n$.

**b.**




**c.** **1)** Le domaine est [0, 12] années. Il représente le nombre d'années de 2003 à 2015 au cours desquelles on a observé le nombre de passagers accueillis.
**2)** Le codomaine est {9 000 000, 9 000 001, 9 000 0002, … , 15 500 000} passagers. Il représente le nombre de passagers accueillis à partir de 2003 jusqu'à 2015.
**3)** Il n'y a aucune abscisse à l'origine. Cela signifie qu'en aucun cas, il n'y a eu aucun passager à l'aéroport de 2003 à 2015.
**4)** L'ordonnée à l'origine est 9 000 000 passagers. Elle représente le nombre de passagers accueillis au début de l'observation.
**5)** La fonction est croissante sur [0, 12] années. Cela signifie qu'année après année, le nombre de passagers accueillis augmente.
**6)** La fonction est positive sur [0, 12] années. Cela signifie que le nombre de passagers accueillis a toujours été positif.

**d.** Oui, la réciproque est une fonction, car pour cette réciproque, à chaque valeur de la variable indépendante correspond au plus une valeur de la variable dépendante.

**e.** **1)** Environ 12,36 millions de passagers.
**2)** Environ 14,16 millions de passagers.

**f.** **1)** Non, car en 2020, le nombre de passagers sera d'environ 19,44 millions, ce qui est inférieur à 20 millions.
**2)** Oui, car en 2030, le nombre de passagers sera d'environ 30,58 millions, ce qui est supérieur à 30 millions.

### Mise à jour

Page 26

**1.** **a)** $\frac{1}{343}$ **b)** 64 **c)** 238,328 **d)** 1
**e)** 0 **f)** $\frac{2}{7}$ **g)** 81 **h)** $\frac{36}{25} = 1{,}44$
**i)** $\frac{5}{4}$ **j)** $\frac{729}{8} = 91{,}125$

**2.** **a)** $x = 2$ **b)** $x = 4$ **c)** $x = 6$ **d)** $x = \frac{1}{3}$
**e)** $x = 3$ **f)** $x = 2$ **g)** $x = \frac{1}{2}$ **h)** $x = \frac{1}{3}$
**i)** $x = 4$ **j)** $x = {}^-3$ **k)** $x = \frac{1}{2}$ **l)** $x = {}^-\frac{1}{2}$

**3.** **a)** Vrai. **b)** Faux. **c)** Faux.
**d)** Vrai. **e)** Faux. **f)** Vrai.
**g)** Vrai. **h)** Faux. **i)** Vrai.

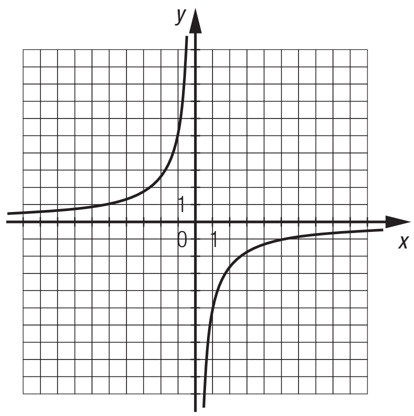
**4.** **a)** $3^9$ **b)** $7^2$ **c)** $5^{11}$
**d)** $\left(\frac{1}{9}\right)^2$ **e)** $2^{20}$ **f)** $\left(\frac{1}{5}\right)^{12}$
**g)** $\left(\frac{5}{9}\right)^4$ **h)** $\left(\frac{8}{3}\right)^2$ **i)** $3^9$

**5.** **a)** $3^{12}$ **b)** $2^{19}$ **c)** $3^{18}$
**d)** $6^6$ **e)** $7^3$ **f)** $2^6$
**g)** $5^{16a + 1}$ **h)** $2^{5n}$ **i)** $3^{12a}$

**6.** **a)** $b^8$ **b)** $c^8$ **c)** $3^{3n + 8}$
**d)** $a^{15}b^{20}$ **e)** 1 **f)** $c^{15}d^{10}$
**g)** $\frac{f^6}{e^{10}}$ **h)** $\frac{1}{n^7}$ **i)** $\frac{1}{m^4}$

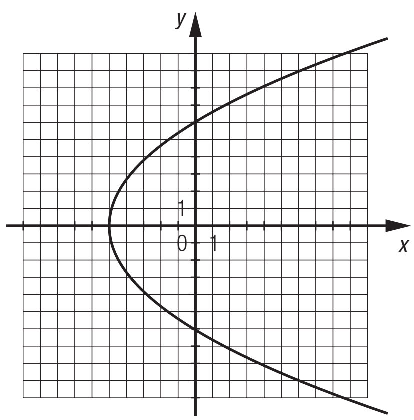
**Mise à jour** (*suite*) **Page 27**

**7. a) 1)**




**2)** La réciproque est une fonction.

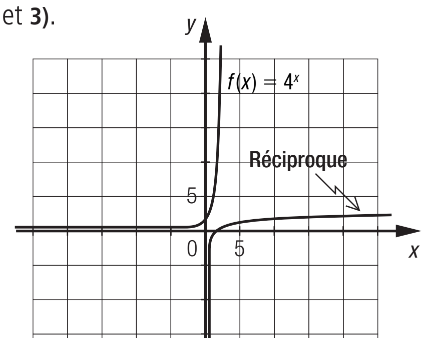
**b) 1)**




**2)** La réciproque n'est pas une fonction.

**8. a) 1)** $f(5) = 1024$
$f(22) \approx 1{,}76 \times 10^{13}$

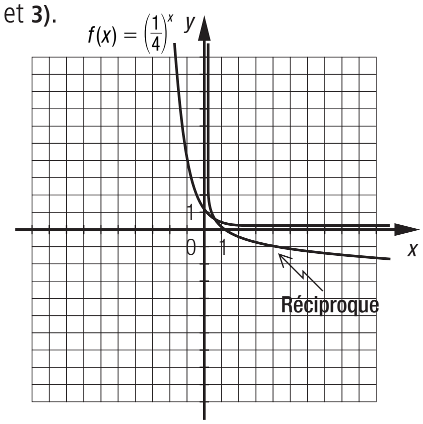
**2)** et **3)**.




**4)** La réciproque est une fonction, car à chaque valeur de *x* correspond au plus une valeur de *y*.

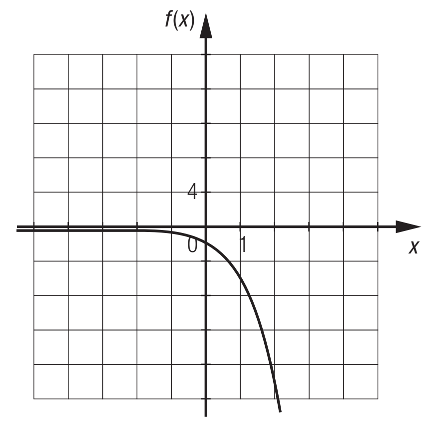
**b) 1)** $f(5) = \frac{1}{1024}$
$f(22) \approx 5{,}68 \times 10^{-14}$

**2)** et **3)**.



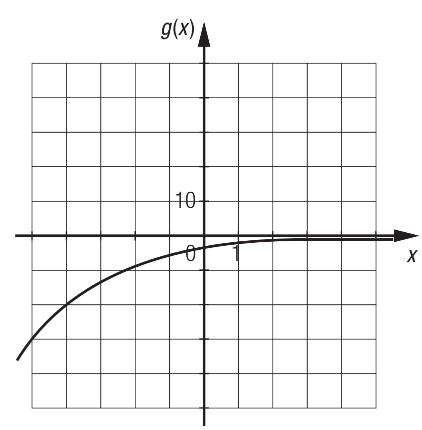

**4)** La réciproque est une fonction, car à chaque valeur de *x* correspond au plus une valeur de *y*.

**9. a) 1)**



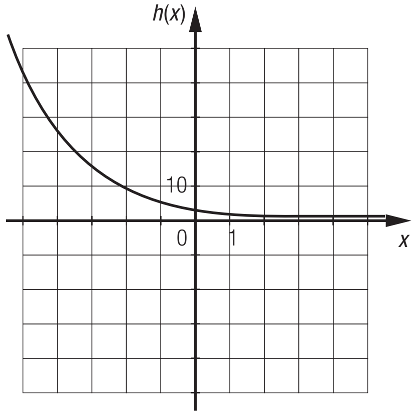

**2)** Domaine : $\mathbb{R}$
Codomaine : $]-\infty, 0[$
Abscisse à l'origine : Aucune.
Ordonnée à l'origine : $-2$
Signe : Négatif sur $\mathbb{R}$.
Variation : Décroissante sur $\mathbb{R}$.
Extremum : Aucun.

**b) 1)**



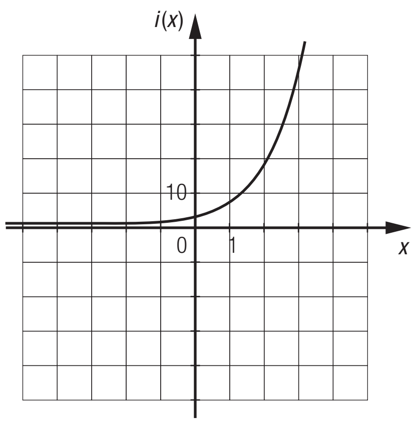
2) Domaine : $\mathbb{R}$
Codomaine : $]-\infty, 0[$
Abscisse à l'origine : Aucune.
Ordonnée à l'origine : $-4$
Signe : Négatif sur $\mathbb{R}$.
Variation : Croissante sur $\mathbb{R}$.
Extremum : Aucun.

c) 1)




2) Domaine : $\mathbb{R}$
Codomaine : $]0, +\infty[$
Abscisse à l'origine : Aucune.
Ordonnée à l'origine : 3,4
Signe : Positif sur $\mathbb{R}$.
Variation : Décroissante sur $\mathbb{R}$.
Extremum : Aucun.

d) 1)




2) Domaine : $\mathbb{R}$
Codomaine : $]0, +\infty[$
Abscisse à l'origine : Aucune.
Ordonnée à l'origine : 3
Signe : Positif sur $\mathbb{R}$.
Variation : Croissante sur $\mathbb{R}$.
Extremum : Aucun.

**10. a)** $f(x) = 3{,}5(6)^x$ **b)** $g(x) = -2(5)^x$ **c)** $h(x) = 3\left(\frac{3}{4}\right)^x$

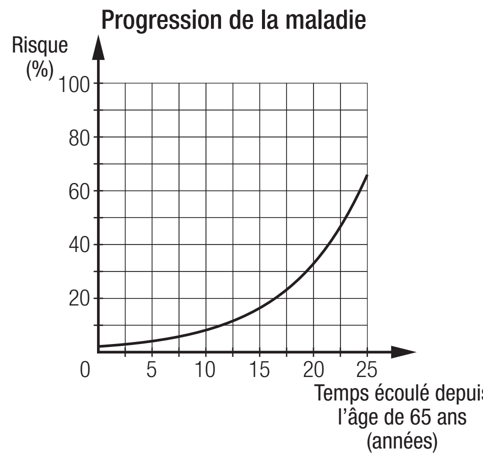
**Mise à jour** (*suite*) **Page 28**

**11. a)** $f(x) = -3{,}2(6)^x$ **b)** $g(x) = 5{,}1(3)^x$ **c)** $h(x) = -4\left(\frac{2}{5}\right)^x$

**12. a)** $R(t) = 2(1{,}15)^t$

**b) 1)** $\approx 8{,}09$ % **2)** $\approx 32{,}73$ %

**c)**

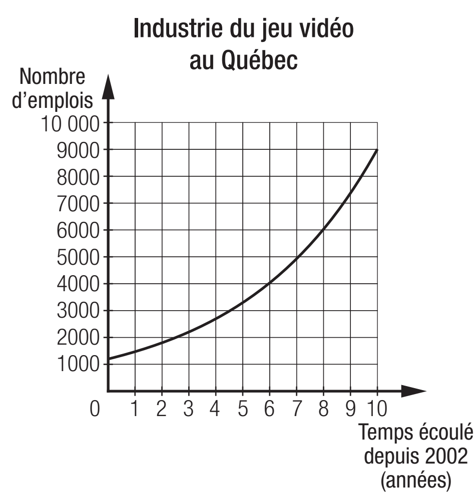



**d)** Risque à 65 ans : 2 %
Risque à 70 ans : $\approx 4{,}02$ %
Risque à 75 ans : $\approx 8{,}09$ %
Risque à 80 ans : $\approx 16{,}27$ %
Risque à 85 ans : $\approx 32{,}73$ %
Risque à 90 ans : $\approx 65{,}84$ %
Oui, le risque de développer la maladie double environ tous les cinq ans.

**e)** Risque à 71 ans : $\approx 4{,}63$ %
$305\,000 \times 4{,}63\ \% \approx 14\,109{,}67$
On peut estimer qu'environ 14 110 personnes ont développé la maladie d'Alzheimer.

**13. a)** $N(t) \approx 1200(1{,}22)^t$

**b)**



**c)** En 2005 : $N(3) \approx 1200(1,22)^3$
Donc, 2196 emplois.
En 2010 : $N(8) \approx 1200(1,22)^8$
Donc, 6014 emplois.
$6014 \div 2196 \approx 2,74$
Non, le nombre d'emplois n'a pas triplé de 2005 à 2010.

**d)** $N(14) \approx 1200(1,22)^{14}$
Donc, 20 149 emplois.

## Mise à jour (*suite*)

**Page 29**

**14.** Soit $P$, la population de la ville, et $t$, le temps écoulé depuis 2006 (en années). La règle est $P(t) = 80\,000(1,024)^t$.
En 2016, $t = 10$.
$P(10) = 80\,000(1,024)^{10}$
$P(10) \approx 101\,412,05$ Donc, 101 412 habitants.

**15.** Valeur de revente de la motocyclette du modèle A :
$t$: Temps écoulé (en années)
$V_A(t)$ : Valeur de revente (en $)
$V_A(15) = 16\,000(0,88)^{15}$
$V_A(15) \approx 2351,58$ Donc, 2351,58 $.
Valeur de revente de la motocyclette du modèle B :
$t$: Temps écoulé (en années)
$V_B(t)$ : Valeur de revente (en $)
$V_B(15) = 31\,000(0,84)^{15}$
$V_B(15) \approx 2267,52$ Donc, 2267,52 $.
Valeur de revente de la motocyclette du modèle C :
$t$: Temps écoulé (en années)
$V_C(t)$ : Valeur de revente (en $)
$V_C(15) = 24\,000(0,86)^{15}$
$V_C(15) \approx 2498,55$ Donc, 2498,55 $.
La motocyclette de modèle C aura la meilleure valeur de revente 15 ans après son achat, soit 2498,55 $.

**16.** Soit $C$, la concentration plasmatique (en mg/L), et $t$, le temps écoulé (en h). La règle est $C(t) = 8(0,9516)^t$.
$C(12) = 8(0,9516)^{12}$
$C(12) \approx 4,41$ mg/L
La demi-vie de ce médicament n'est pas de 12 h, puisque la concentration n'est pas de 4 mg/L.
Par essai-erreur : $C(13) = 8(0,9516)^{13}$
$C(13) \approx 4,2$ mg/L
$C(14) = 8(0,9516)^{14}$
$C(14) \approx 3,99$ mg/L
La demi-vie de ce médicament est donc d'environ 14 h.

**17.** Ballon de type A :
$n$: Nombre de rebonds
$H_A(n)$ : Hauteur du rebond (en m)
$H_A(6) = 25\left(\frac{3}{4}\right)^6$
$H_A(6) \approx 4,45$ m
Ballon de type B :
$n$: Nombre de rebonds
$H_B(n)$ : Hauteur du rebond (en m)
$H_B(6) = 28(0,7)^6$
$H_B(6) \approx 3,29$ m
Ballon de type C :
$n$: Nombre de rebonds
$H_C(n)$ : Hauteur du rebond (en m)
$H_C(6) = 22(0,76)^6$
$H_C(6) \approx 4,24$ m
Le 6e rebond du ballon de type A est le plus haut, avec une hauteur d'environ 4,45 m.

# SECTION 5.1 Les logarithmes

## Problème

**Page 30**

D'après la situation, lorsque le nombre de jours travaillé augmente de 1 unité, le nombre de grains de blé reçu est 2 fois plus élevé. Pour représenter cette situation, on peut remplir un tableau.

**Rémunération des ouvriers**

| Nombre de jours travaillé | Nombre de grains de blé reçu pour la journée | Nombre de grains de blé reçu au total | Expression exponentielle |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | $2^1 - 1$ |
| 2 | 2 | 3 | $2^2 - 1$ |
| 3 | 4 | 7 | $2^3 - 1$ |
| 4 | 8 | 15 | $2^4 - 1$ |
| … | … | … | … |
| 30 | 536 870 912 | 1 073 741 823 | $2^{30} - 1$ |
| 31 | 1 073 741 824 | 2 147 483 647 | $2^{31} - 1$ |
| … | … | … | … |
| 40 | 549 755 813 888 | 1 099 511 627 775 | $2^{40} - 1$ |

L'écart est donc de 10 jours.

## Activité 1

**Page 31**

**a. 1)** $3 = \log_5 125$ **2)** $81 = 3^4$ **3)** $^-3 = \log_{\frac{1}{3}} 27$
**4)** $x = \log_{625} 5$ **5)** $3 = 9^{\frac{1}{2}}$ **6)** $4 = \log_6 1296$
**7)** $x = 6^2$ **8)** $m = c^n$

**b.** **1)** L'expression logarithmique est la même dans les trois égalités.
**2)** Seule la base des formes logarithmiques est différente dans les trois égalités.

**c.** **1)** Égalité ①: $\approx 1{,}4037$, Égalité ②: $\approx 1{,}4037$, Égalité ③: $\approx 1{,}4036$
**2)** Les quotients sont tous approximativement égaux.
**3)** Pour effectuer la division de deux expressions logarithmiques, le choix de la base n'a pas d'importance pourvu qu'elle soit identique pour le dividende et le diviseur.

**d.** **1)** $\approx 0{,}4771$ **2)** $\approx 0{,}6021$ **3)** $\approx 0{,}8451$
**4)** $\approx 1{,}0986$ **5)** $\approx 1{,}3863$ **6)** $\approx 1{,}9459$

**e.** **1)** En utilisant la touche **LOG**, les valeurs des logarithmes calculées sont les mêmes que celles présentées dans le tableau lorsque la base $c$ vaut 10. En utilisant la touche **LN**, les valeurs des logarithmes calculées sont les mêmes que celles présentées dans le tableau lorsque la base $c$ vaut e.
**2)** La touche **LOG** donne le logarithme d'un nombre en base 10 et la touche **LN**, le logarithme d'un nombre en base e.

**f.** **1)** 2 **2)** 4

## Activité 2

Page 32

**a.** $0{,}96^t = 0{,}96$

**b.** **1)** Seule la présence d'un exposant différent de 1 distingue les deux membres de l'égalité.
**2)** Pour que les deux membres de l'égalité soient équivalents, l'exposant $t$ doit prendre la valeur 1. Le temps écoulé depuis 2016 est donc de 1 an.

**c.** **1)** En divisant chaque membre de l'équation par 100 000.
**2)** En passant d'une expression écrite sous la forme exponentielle à une expression écrite sous la forme logarithmique.
**3)** En écrivant l'expression $\log_{0,96} 0{,}75$ sous la forme d'une expression logarithmique dans laquelle la base de chaque logarithme est 10.

**d.** La population de cette région sera de 75 000 habitants dans environ 7,05 ans, soit au cours de l'année 2023.

**e.** La variable $x$ fait partie de l'argument du logarithme.

**f.** **1)** En divisant chaque membre de l'équation par 4.
**2)** En passant d'une expression écrite sous la forme logarithmique à une expression écrite sous la forme exponentielle.
**3)** En isolant la variable $x$.

## Technomath

Page 33

**a.** Écran 1 : $\log_8 85$, Écran 2 : $\log_6 4$, Écran 3 : $\log_{\frac{1}{2}} 6$,
Écran 4 : $\log_8 85$, Écran 5 : $\log_6 4$, Écran 6 : $\log_{\frac{1}{2}} 6$

**b.** **1)** Le résultat est le même pour les deux écrans.
**2)** Le résultat est le même pour les deux écrans.
**3)** Le résultat est le même pour les deux écrans.

**c.** Pour calculer un logarithme dans une base donnée, la touche **LN** donne le même résultat que la touche **LOG**.

**d.** **1)** $\approx 0{,}8856$ **2)** $\approx 2{,}7081$ **3)** $\approx -0{,}7925$

## Mise au point 5.1

Page 36

**1.** **a)** $f^{-1}(x) = \log_2 x$ **b)** $g^{-1}(x) = \log_{9,3} x$ **c)** $h^{-1}(x) = \log_{\frac{3}{7}} x$
**d)** $i^{-1}(x) = \ln x$ **e)** $j^{-1}(x) = \log_{\frac{7}{3}} x$ **f)** $k^{-1}(x) = \log_{\pi} x$
**g)** $l^{-1}(x) = \log_{25} x$ **h)** $m^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ **i)** $n^{-1}(x) = \log_{2\pi} x$

**2.** **a)** $2^3 = 8$ **b)** $7^{-1} = \frac{1}{7}$ **c)** $3^4 = 81$
**d)** $12^0 = 1$ **e)** $e^1 = e$ **f)** $c^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{m}$
**g)** $t^t = 1000$ **h)** $10^{-5} = 0{,}000\,01$ **i)** $x^z = y$

**3.** **a)** $\log_4 16 = 2$ **b)** $\log_7 343 = 3$ **c)** $\log 100\,000 = 5$
**d)** $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} = 3$ **e)** $\log_{27} 3 = \frac{1}{3}$ **f)** $\log_{11} 1 = 0$
**g)** $\log_{\frac{1}{b}} a = c$ **h)** $\log_{\frac{5}{4}} y = x$ **i)** $\log_{\frac{1}{5}} 125 = -3$

**4.** **a)** 2 **b)** 1 **c)** $-4$
**d)** $-3$ **e)** $\frac{1}{2}$ **f)** 4
**g)** 0 **h)** 3 **i)** 4

**5.** **a)** $\approx 1{,}086$ **b)** $\approx 2{,}0437$ **c)** $\approx 0{,}6131$
**d)** $\approx 3{,}7004$ **e)** $\approx 1{,}301$ **f)** $\approx -0{,}8614$
**g)** $\approx 4{,}2656$ **h)** $\approx -3{,}744$ **i)** $\approx 9{,}4659$

**6.** **a)** $\log_3 7$ **b)** $\log_7 12$ **c)** $\log_5 20$
**d)** $\log_4 13$ **e)** $\log_2 9$ **f)** $\log 100$
**g)** $\log_u t^5$ **h)** $\log_v u$ **i)** $\log_n m$

**7.** **a)** 2,5 **b)** 6 **c)** $-3$ **d)** 4

## Mise au point 5.1 (*suite*)

Page 37

**8.** **a)** $x \approx 2{,}4022$ **b)** $x \approx 2{,}0104$ **c)** $x \approx 3{,}1427$
**d)** $x \approx 1{,}1292$ **e)** $x \approx -9{,}0247$ **f)** $x \approx 16{,}6526$
**g)** $x \approx 0{,}4698$ **h)** $x \approx 0{,}9499$ **i)** $x \approx 7{,}9717$

**9.** **a)** $x = 32$ **b)** $x = 125$ **c)** $x = 3$
**d)** $x = 500$ **e)** $x = 128$ **f)** $x = \frac{1}{5}$
**g)** $x \approx 0{,}6796$ **h)** $x = 18$ **i)** $x = 512$

**10. a)** 126 963 personnes infectées.

**b)** Environ 21 jours après le début de l'éclosion du virus.

**11. a)** $Q = 75\,000(0{,}985)^t$

**b)** $\approx$ 69 541,24 L

**c)** Après environ 3,16 jours.

**12. a)** 3 276 800 bactéries.

**b)** Dans 6 h (ou 12 demi-heures) après le début de la reproduction.

### Mise au point 5.1 (*suite*) — Page 38

**13. a)** $\approx$ 2,71 mg

**b)** Environ 20 038 ans après sa mort.

**14. a)** Après 5 jours.

**b) 1)** $\approx$ 2,9 jours. **2)** $\approx$ 5,7 jours.
**3)** $\approx$ 2 jours. **4)** $\approx$ 4,3 jours.

**c)** Feu **A** : 40 kW/m ; feu **B** : 20 kW/m

**d)** Après 10 jours.

### Mise au point 5.1 (*suite*) — Page 39

**15. a)** 11 760 habitants.

**b)** Au cours de l'année 2024.

**16. a)** $\approx$ 26,57 h

**b)** Environ 1547,01 cm$^3$ d'hélium.

**17. a) 1)** 1050 kg **2)** $\approx$ 465,89 kg **3)** $\approx$ 21,24 kg

**b) 1)** Après environ 4,27 mois.
**2)** Après environ 5,15 mois.

**18. a) 1)** $\approx$ 34,66 % **2)** $\approx$ 10,99 % **3)** $\approx$ 6,93 %

**b) 1)** $\approx$ 13,43 ans **2)** $\approx$ 31,39 ans **3)** $\approx$ 39,61 ans

# SECTION 5.2 Les intérêts simples

### Problème — Page 40

Offre de la conseillère A :
Placement à un taux d'intérêt de 4,8 % tous les 6 mois :
Pour chaque période, les intérêts sont de
$4500 \times 4{,}8\ \% = 216$ \$.
Dans 5 ans, il y a $5 \times 2 = 10$ périodes de 6 mois. On a alors
$10 \times 216 = 2160$ \$.
Au bout de 5 ans, le montant total sera de
$4500 + 2160 = 6660$ \$.

Offre de la conseillère B :
Placement à un taux d'intérêt de 0,8 % chaque mois :
Pour chaque période, les intérêts sont de
$4500 \times 0{,}8\ \% = 36$ \$.
Dans 5 ans, il y a $5 \times 12 = 60$ périodes de 1 mois. On a alors
$60 \times 36 = 2160$ \$.
Au bout de 5 ans, le montant total sera de
$4500 + 2160 = 6660$ \$.

Offre du conseiller C :
Placement à un taux d'intérêt de 9,6 % chaque année :
Pour chaque période, les intérêts sont de
$4500 \times 9{,}6\ \% = 432$ \$.
Dans 5 ans, il y a 5 périodes de 1 an. On a alors
$5 \times 432 = 2160$ \$.
Au bout de 5 ans, le montant total sera de
$4500 + 2160 = 6660$ \$.
Les trois offres permettent d'obtenir un même montant de 6660 \$. Médéric peut donc accepter n'importe laquelle.

### Activité 1 — Page 41

**a.**

**Placement de Noémie**

| Période écoulée (années) | Capital initial (\$) | Intérêts simples (\$) | Capital accumulé (\$) |
|---|---|---|---|
| 1 | 1000 | $1000 \times 8\ \% = 80$ | $1000 + 1 \times 80 = 1080$ |
| 2 | 1000 | $1000 \times 8\ \% = 80$ | $1000 + 2 \times 80 = 1160$ |
| 3 | **1000** | $\mathbf{1000 \times 8\ \% = 80}$ | $\mathbf{1000 + 3 \times 80 = 1240}$ |
| 4 | **1000** | $\mathbf{1000 \times 8\ \% = 80}$ | $\mathbf{1000 + 4 \times 80 = 1320}$ |
| 5 | **1000** | $\mathbf{1000 \times 8\ \% = 80}$ | $\mathbf{1000 + 5 \times 80 = 1400}$ |

**b.** 80 \$

**c. 1)** 80 \$ **2)** 400 \$ **3)** 640 \$ **4)** $80n$ \$

**d. 1)** 1800 \$ **2)** 2200 \$ **3)** 2600 \$

**e.** $C_n = 1000 + 1000 \times 8\ \% \times n = 1000 + 80n$

**f. 1)** $C_n = 2000 + 160n$ **2)** $C_n = 4500 + 360n$
**3)** $C_n = 10\,000 + 800n$ **4)** $C_n = C_0 + C_0 \times 8\ \% \times n$
$C_n = C_0(1 + 8\ \% \times n)$

**g. 1)** $C_n = 1000 + 50n$ **2)** $C_n = 1000 + 70n$
**3)** $C_n = 1000 + 110n$ **4)** $C_n = 1000(1 + i\ \% \times n)$

**h.** $C_6 = 5476$ \$

### Technomath — Page 42

**a.** Des périodes d'intérêts.

**b. 1)** 7500 \$
**2)** 9 %
**3)** Les montants en intérêts simples obtenus après un certain nombre de périodes.

**c.** Le capital accumulé après un certain nombre de périodes.

**d.**

| L1 | L2 | L3 1 |
|---|---|---|
| 10 | 4992 | 9792 |
| 11 | 5491.2 | 10291 |
| 12 | 5990.4 | 10790 |
| 13 | 6489.6 | 11290 |
| 14 | 6988.8 | 11789 |
| 15 | 7488 | 12288 |
| | ------- | ------- |

L1(7)=

Pour obtenir cet écran, on a utilisé les formules L2 = L1*4800*0,104 et L3 = 4800+L2.

## Mise au point 5.2 — Page 46

**1. a)** $C_{84} = 3600(1 + 84 \times 0{,}45\ \%)$
$C_{84} = 4960{,}80$ Donc, 4960,80 \$.

**b)** $C_5 = 8000(1 + 5 \times 7\ \%)$
$C_5 = 10\,800$ Donc, 10 800 \$.

**c)** $C_{18} = 4200(1 + 18 \times 3\ \%)$
$C_{18} = 6468$ Donc, 6468 \$.

**d)** $C_{208} = 7500(1 + 208 \times 0{,}2\ \%)$
$C_{208} = 10\,620$ Donc, 10 620 \$.

**2. a)** $C_0 = 7890{,}90(1 + 11 \times 7{,}4\ \%)^{-1}$
$C_0 = 4350$ Donc, 4350 \$.

**b)** $C_0 = 6810{,}65(1 + 17 \times 3{,}5\ \%)^{-1}$
$C_0 = 4270$ Donc, 4270 \$.

**c)** $C_0 = 11\,770{,}75(1 + 130 \times 0{,}15\ \%)^{-1}$
$C_0 = 9850$ Donc, 9850 \$.

**d)** $C_0 = 4199{,}75(1 + 15 \times 3{,}8\ \%)^{-1}$
$C_0 = 2675$ Donc, 2675 \$.

**3. a)** $14\,322 = 9300(1 + n \times 8\ \%)$
$n = 6{,}75$ Donc, 6,75 ans.

**b)** $3420 = 1800(1 + n \times 2{,}25\ \%)$
$n = 40$ Donc, 40 mois.

**c)** $8717{,}50 = 5500(1 + n \times 0{,}25\ \%)$
$n = 234$ Donc, 234 semaines.

**d)** $4780{,}40 = 3700(1 + n \times 0{,}02\ \%)$
$n = 1460$ Donc, 1460 jours.

**4. a)** $4646{,}40 = 2400(1 + 9 \times i)$
$i = 0{,}104$ Donc, 10,4 %.

**b)** $18\,504 = 9000(1 + 88 \times i)$
$i = 0{,}012$ Donc, 1,2 %.

**c)** $14\,891{,}10 = 7350(1 + 36 \times i)$
$i = 0{,}0285$ Donc, 2,85 %.

**d)** $26\,208 = 16\,000(1 + 11 \times i)$
$i = 0{,}058$ Donc, 5,8 %.

**5.** $5253 = 5100(1 + 100 \times i)$
$i = 0{,}0003$ Donc, 0,03 %.

## Mise au point 5.2 (*suite*) — Page 47

**6.** $C_0 = 5617{,}50(1 + 5 \times 6{,}75\ \%)^{-1}$
$C_0 = 4200$ Donc, 4200 \$.

**7.** Capital initial placé :
$C_0 = 12\,591{,}10(1 + 11 \times 4{,}7\ \%)^{-1}$
$C_0 = 8300$ Donc, 8300 \$.
Intérêts : 12 591,10 − 8300 = 4291,10 \$

**8.** $5151{,}68 = 3400(1 + n \times 0{,}92\ \%)$
$n = 56$ Donc, 56 mois.

**9.** $7600 = 4000(1 + 12 \times i)$
$i = 0{,}075$ Donc, 7,5 %.
Cette personne doit placer son argent à un taux d'intérêt simple mensuel de 7,5 %.

**10.** Option A :
$C_{12} = 2800(1 + 12 \times 2{,}6\ \%)$
$C_{12} = 3673{,}60$ Donc, 3673,60 \$.
Option B :
$C_{156} = 2800(1 + 156 \times 0{,}2\ \%)$
$C_{156} = 3673{,}60$ Donc, 3673,60 \$.
La fille de Nathalie peut choisir n'importe laquelle des options. En effet, les deux options de remboursement donnent le même montant, soit 3673,60 \$.

**11.** $C_{20} = 2000(1 + 20 \times 9{,}5\ \%)$
$C_{20} = 5800$ Donc, 5800 \$.
$5800 \div 2000 = 2{,}9$
Non, ils ont tort. Le capital de 2000 \$ vaudra 5800 \$ dans 20 ans, soit seulement 2,9 fois sa valeur initiale.

**12.** Capital accumulé après le 1er placement :
$C_{21} = 3400(1 + 21 \times 3{,}7\ \%)$
$C_{21} = 6041{,}80$ Donc, 6041,80 \$.
Taux d'intérêt du 2e placement :
$10\,000 = 6041{,}80(1 + 9 \times i)$
$i \approx 0{,}0728$ Donc, environ 7,28 %.
Youssef doit faire le 2e placement à un taux d'intérêt simple semestriel d'environ 7,28 %.

**13.** Durée du 1er placement :
$4000 = 2247{,}19(1 + n \times 1{,}3\ \%)$
$n \approx 60$ Donc, 60 mois, soit 5 ans.
Capital initial du 2e placement :
$C_n = 9000 - 4000 = 5000$ \$
$C_0 = 5000(1 + 260 \times 0{,}3\ \%)^{-1}$
$C_0 \approx 2808{,}99$ Donc, 2808,99 \$.
Maïka a investi une somme de 2808,99 \$ dans le 2e placement.

## SECTION 5.3 Les intérêts composés

### Problème

Page 48

Valeur à échéance de la proposition A :

| | |
|---|---|
| Période 1 | 5000 × 1,06 = 5300 $ |
| Période 2 | 5300 × 1,06 = 5618 $ |

La valeur à échéance est de 5618 $.

Valeur à échéance de la proposition B :

| | |
|---|---|
| Période 1 | 5000 × 1,02 = 5100 $ |
| Période 2 | 5100 × 1,02 = 5202 $ |
| Période 3 | 5202 × 1,02 = 5306,04 $ |
| Période 4 | 5306,04 × 1,02 ≈ 5412,16 Donc, 5412,16 $. |

La valeur à échéance est de 5412,16 $.

Valeur à échéance de la proposition C :

| | |
|---|---|
| Période 1 | 5000 × 1,005 = 5025 $ |
| Période 2 | 5025 × 1,005 = 5050,125 Donc, 5050,13 $. |
| Période 3 | 5050,13 × 1,005 ≈ 5075,38 Donc, 5075,38 $. |
| Période 4 | 5075,38 × 1,005 ≈ 5100,76 Donc, 5100,76 $. |
| Période 5 | 5100,76 × 1,005 ≈ 5126,26 Donc, 5126,26 $. |
| Période 6 | 5126,26 × 1,005 ≈ 5151,89 Donc, 5151,89 $. |
| Période 7 | 5151,89 × 1,005 ≈ 5177,65 Donc, 5177,65 $. |
| Période 8 | 5177,65 × 1,005 ≈ 5203,54 Donc, 5203,54 $. |

La valeur à échéance est de 5203,54 $.

L'épargnant a tort. La valeur à échéance sera plus élevée si l'épargnant accepte la proposition A.

### Activité 1

Page 49

**a.** **1)** 10 400 $ **2)** 10 816 $ **3)** 11 248,64 $

**b.** Chaque montant correspond au capital accumulé à la fin de la période précédente, c'est-à-dire le capital initial auquel s'ajoutent les intérêts de la ou des périodes précédentes.

**c.** **1)** $10\ 000(1{,}04)^1$ **2)** $10\ 000(1{,}04)^2$ **3)** $10\ 000(1{,}04)^3$

**d.** Le nombre de périodes de capitalisation correspond à l'exposant de chaque expression exponentielle.

**e.** **1)** $10\ 000(1{,}04)^8 \approx 13\ 685{,}69$
Donc, 13 685,69 $.
**2)** $10\ 000(1{,}04)^{12} \approx 16\ 010{,}32$
Donc, 16 010,32 $.
**3)** $10\ 000(1{,}04)^{25} \approx 26\ 658{,}36$
Donc, 26 658,36 $.

### Activité 2

Page 50

**a.** **1)** Au montant remboursé après 25 ans.
**2)** Au nombre de périodes de capitalisation en 25 ans. Puisqu'il y a 2 semestres dans 1 an, le nombre de périodes de capitalisation est de 25 × 2 = 50.

**b.** **1)** En additionnant d'abord 1 et 1,45 %, puis en divisant chaque membre de l'équation par l'expression $(1{,}0145)^{50}$.
**2)** En sachant qu'une base affectée d'un exposant négatif est équivalente à l'inverse de la base affectée de l'exposant positif, et vice versa.

**c.** 250 000 $

**d.** **1)** 50 000 $ **2)** 68 000 $ **3)** 185 000 $

### Technomath

Page 51

**a.** **1)** 2969,22 $
**2)** 9, 1,75 et ⁻6900. Le capital accumulé est de 8066,01 $.

**b.** **1)** 5 ans.
**2)** 4,2, ⁻5000, 0 et 6948,83. La durée est de 8 ans.

**c.** **1)** 4 %
**2)** 15, ⁻25 000, 0 et 38 106,97. Le taux d'intérêt est de 2,85 %.

### Mise au point 5.3

Page 55

**1.** **a)** $C_{104} = 4500(1 + 0{,}15\ \%)^{104}$
$C_{104} \approx 5259{,}10$ Donc, 5259,10 $.
**b)** $C_8 = 12\ 000(1 + 3\ \%)^8$
$C_8 \approx 15\ 201{,}24$ Donc, 15 201,24 $.
**c)** $C_{120} = 7000(1 + 0{,}2\ \%)^{120}$
$C_{120} \approx 8896{,}61$ Donc, 8896,61 $.
**d)** $C_7 = 2000(1 + 3{,}75\ \%)^7$
$C_7 \approx 2587{,}90$ Donc, 2587,90 $.
**e)** $C_{44} = 21\ 000(1 + 1{,}3\ \%)^{44}$
$C_{44} \approx 37\ 071{,}05$ Donc, 37 071,05 $.
**f)** $C_{108} = 6500(1 + 0{,}15\ \%)^{108}$
$C_{108} \approx 7642{,}16$ Donc, 7642,16 $.

**2.** **a)** $C_0 = 10\ 559{,}92(1 + 3{,}5\ \%)^{-7}$
$C_0 \approx 8300$ Donc, 8300 $.
**b)** $C_0 = 6563{,}73(1 + 5\ \%)^{-4}$
$C_0 \approx 5400$ Donc, 5400 $.
**c)** $C_0 = 14\ 115{,}01(1 + 2{,}75\ \%)^{-17}$
$C_0 \approx 8900$ Donc, 8900 $.

**d)** $C_0 = 7029{,}96(1 + 2\ \%)^{-8}$
$C_0 \approx 6000$ Donc, 6000 $.

**e)** $C_0 = 10\ 341{,}34(1 + 0{,}08\ \%)^{-260}$
$C_0 \approx 8400{,}01$ Donc, environ 8400 $.

**f)** $C_0 = 625\ 608{,}04(1 + 0{,}4\ \%)^{-240}$
$C_0 \approx 240\ 000$ Donc, 240 000 $.

**3. a)** $3312{,}24 = 3000(1 + 2\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}02} 1{,}1041$
$n \approx 5$ Donc, 5 ans.

**b)** $2691{,}50 = 1400(1 + 3{,}5\ \%)^n$
$n = \log_{1{,}035} 1{,}9225$
$n \approx 19$ Donc, 19 mois.

**c)** $727{,}29 = 500(1 + 0{,}15\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}0015} 1{,}4546$
$n \approx 250$ Donc, 250 semaines.

**d)** $18\ 665{,}01 = 13\ 500(1 + 0{,}024\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}000\ 24} 1{,}3826$
$n \approx 1350$ Donc, 1350 jours.

**e)** $10\ 610{,}23 = 7600(1 + 1{,}4\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}014} 1{,}3961$
$n \approx 24$ Donc, 24 trimestres.

**f)** $18\ 999{,}53 = 13\ 000(1 + 2{,}4\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}024} 1{,}4615$
$n \approx 16$ Donc, 16 semestres.

### Mise au point 5.3 (*suite*) Page 56

**4. a)** $35\ 035{,}03 = 25\ 300(1 + i)^{12}$
$i \approx 0{,}0275$ Donc, 2,75 %.

**b)** $25\ 950{,}21 = 17\ 546(1 + i)^7$
$i \approx 0{,}0575$ Donc, 5,75 %.

**c)** $8729{,}90 = 7100(1 + i)^{16}$
$i \approx 0{,}013$ Donc, 1,3 %.

**d)** $8699{,}37 = 4700(1 + i)^8$
$i \approx 0{,}08$ Donc, 8 %.

**e)** $13\ 045{,}74 = 7800(1 + i)^{286}$
$i \approx 0{,}0018$ Donc, 0,18 %.

**f)** $4064{,}90 = 3500(1 + i)^{30}$
$i \approx 0{,}005$ Donc, 0,5 %.

**5. a)** Les intérêts composés s'appliquent durant 4 ans complets.
$C_4 = 10\ 100(1 + 2\ \%)^4$
$C_4 \approx 10\ 932{,}56$ Donc, 10 932,56 $.
Les intérêts simples s'appliquent durant 6 mois, soit $\frac{6}{12} = 0{,}5$ an.
$C_{0,5} = 10\ 932{,}56(1 + 0{,}5 \times 2\ \%)$
$C_{0,5} \approx 11\ 041{,}89$ Donc, 11 041,89 $.

**b)** Les intérêts composés s'appliquent durant 6 ans complets.
$C_6 = 17\ 800(1 + 3{,}55\ \%)^6$
$C_6 \approx 21\ 944{,}24$ Donc, 21 944,24 $.
Les intérêts simples s'appliquent durant 9 mois, soit $\frac{9}{12} = 0{,}75$ an.
$C_{0,75} = 21\ 944{,}24(1 + 0{,}75 \times 3{,}55\ \%)$
$C_{0,75} \approx 22\ 528{,}51$ Donc, 22 528,51 $.

**c)** Les intérêts composés s'appliquent durant 10 ans complets.
$C_{10} = 12\ 000(1 + 4{,}25\ \%)^{10}$
$C_{10} \approx 18\ 194{,}57$ Donc, 18 194,57 $.
Les intérêts simples s'appliquent durant 3 mois, soit $\frac{3}{12} = 0{,}25$ an.
$C_{0,25} = 18\ 194{,}57(1 + 0{,}25 \times 4{,}25\ \%)$
$C_{0,25} \approx 18\ 387{,}89$ Donc, 18 387,89 $.

**d)** Les intérêts composés s'appliquent durant 17 ans complets.
$C_{17} = 40\ 000(1 + 5{,}75\ \%)^{17}$
$C_{17} \approx 103\ 472{,}84$ Donc, 103 472,84 $.
Les intérêts simples s'appliquent durant 5 mois, soit $\frac{5}{12} \approx 0{,}4167$ an.
$C_{0,4167} \approx 103\ 472{,}84(1 + 0{,}4167 \times 5{,}75\ \%)$
$C_{0,4167} \approx 105\ 951{,}88$ Donc, 105 951,88 $.

**e)** Les intérêts composés s'appliquent durant 7 ans complets.
$C_7 = 11\ 800(1 + 2{,}4\ \%)^7$
$C_7 \approx 13\ 930{,}98$ Donc, 13 930,98 $.
Les intérêts simples s'appliquent durant 3 mois, soit $\frac{3}{12} = 0{,}25$ an.
$C_{0,25} = 13\ 930{,}98(1 + 0{,}25 \times 2{,}4\ \%)$
$C_{0,25} \approx 14\ 014{,}57$ Donc, 14 014,57 $.

**f)** Les intérêts composés s'appliquent durant 25 ans complets.
$C_{25} = 200\ 000(1 + 4{,}15\ \%)^{25}$
$C_{25} \approx 552\ 728{,}49$ Donc, 552 728,49 $.
Les intérêts simples s'appliquent pendant 4 mois, soit $\frac{4}{12} = 0{,}\overline{3}$ an.
$C_{0,\overline{3}} = 552\ 728{,}49(1 + 0{,}\overline{3} \times 4{,}15\ \%)$
$C_{0,\overline{3}} \approx 560\ 374{,}57$ Donc, 560 374,57 $.

**6. a) 1)** $C_0 = 15\ 000(1 + 2{,}5\ \%)^{-2}$
$C_0 \approx 14\ 277{,}22$ Donc, 14 277,22 $.

**2)** $C_0 = 15\ 000(1 + 3{,}5\ \%)^{-2}$
$C_0 \approx 14\ 002{,}66$ Donc, 14 002,66 $.

**3)** $C_0 = 15\ 000(1 + 5\ \%)^{-2}$
$C_0 \approx 13\ 605{,}44$ Donc, 13 605,44 $.

**b) 1)** $C_0 = 15\ 000(1 + 4{,}55\ \%)^{-3}$
$C_0 \approx 13\ 125{,}60$ Donc, 13 125,60 $.

**2)** $C_0 = 15\ 000(1 + 4{,}55\ \%)^{-7}$
$C_0 \approx 10\ 985{,}58$ Donc, 10 985,58 $.

3) $C_0 = 15\,000(1 + 4{,}55\ \%)^{-10}$
$C_0 \approx 9612{,}82$ Donc, 9612,82 $.

### Mise au point 5.3 (*suite*) Page 57

**7.** $33\,825{,}80 = 24\,500(1 + 0{,}9\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}009} 1{,}3806$
$n \approx 36$ Donc, 36 mois.
La durée de l'emprunt est de 36 mois.

**8. a) 1)** $9528{,}07 = 6700(1 + i)^8$
$i \approx 0{,}045$ Donc, 4,5 %.
**2)** $8055{,}62 = 6700(1 + i)^8$
$i \approx 0{,}0233$ Donc, 2,33 %.
**3)** $10\,050{,}81 = 6700(1 + i)^8$
$i \approx 0{,}052$ Donc, 5,2 %.

**b) 1)** $C_{12} = 6700(1 + 0{,}9\ \%)^{12}$
$C_{12} \approx 7460{,}51$ Donc, 7460,51 $.
**2)** $C_{20} = 6700(1 + 0{,}9\ \%)^{20}$
$C_{20} \approx 8014{,}90$ Donc, 8014,90 $.
**3)** $C_{40} = 6700(1 + 0{,}9\ \%)^{40}$
$C_{40} \approx 9587{,}85$ Donc, 9587,85 $.

**9.** $C_4 = 500(1 + 3\ \%)^4$
$C_4 \approx 562{,}75$ Donc, 562,75 $.
La valeur de ce placement sera de 562,75 $ dans 4 ans.

**10.** $16\,380{,}38 = 15\,000(1 + i)^2$
$i \approx 0{,}045$ Donc, 4,5 %.
Le taux d'intérêt composé annuel de ce placement est de 4,5 %.

### Mise au point 5.3 (*suite*) Page 58

**11. a) 1)** $C_9 = 12\,000(1 + 0{,}58\ \%)^9$
$C_9 \approx 12\,641{,}13$ Donc, 12 641,13 $.
**2)** $C_{60} = 12\,000(1 + 0{,}58\ \%)^{60}$
$C_{60} \approx 16\,977{,}71$ Donc, 16 977,71 $.
**3)** $C_{120} = 12\,000(1 + 0{,}58\ \%)^{120}$
$C_{120} \approx 24\,020{,}22$ Donc, 24 020,22 $.

**b)** Écart entre la 4e et la 6e année : 2358,36 $
Écart entre la 8e et la 10e année : 3112,92 $
La différence est plus grande entre la 8e et la 10e année qu'entre la 4e et la 6e année. En effet, les intérêts sont composés, c'est-à-dire que les intérêts antérieurs s'ajoutent au capital au cours des capitalisations suivantes.

**12.** Les intérêts composés s'appliquent durant 2 ans complets.
$C_2 = 12\,000(1 + 4{,}5\ \%)^2$
$C_2 = 13\,104{,}30$ Donc, 13 104,30 $.
Les intérêts simples s'appliquent durant 9 mois, soit $\frac{9}{12} = 0{,}75$ an.
$C_{0,75} = 13\,104{,}30(1 + 0{,}75 \times 4{,}5\ \%)$
$C_{0,75} \approx 13\,546{,}57$ Donc, 13 546,57 $.

**13.** Premier placement :
$C_{36} = 35\,000(1 + 1{,}25\ \%)^{36}$
$C_{36} \approx 54\,738{,}03$ Donc, 54 738,03 $.
Deuxième placement :
$C_{468} = 54\,738{,}03(1 + 0{,}2\ \%)^{468}$
$C_{468} \approx 139\,438{,}54$ Donc, 139 438,54 $.
Intérêts générés : $139\,438{,}54 - 35\,000 = 104\,438{,}54$ $

**14.** $n = 13 \times 4 = 52$ trimestres
$6000 = 2000(1 + i)^{52}$
$i \approx 0{,}0214$
Le taux d'intérêt composé trimestriel du placement doit être d'environ 2,14 %.

**15.** $C_0 = 252\,000(1 + 2{,}66\ \%)^{-28}$
$C_0 \approx 120\,827{,}35$ Donc, 120 827,35 $.
Elle a emprunté une somme de 120 827,35 $.

**16.** Capital initial permettant d'obtenir un capital accumulé de 5800 $ à la banque B :
$C_0 = 5800(1 + 0{,}35\ \%)^{-60}$
$C_0 \approx 4703{,}11$ Donc, 4703,11 $.
Amina devrait accepter l'offre de la banque A. Pour obtenir un capital accumulé de 5800 $, elle a besoin d'un capital initial de 3000 $ alors qu'avec la banque B ce capital doit être de 4703,11 $.

### Mise au point 5.3 (*suite*) Page 59

**17. a)** Premier placement :
Capital accumulé après 8 ans :
$35\ \% \times 20\,000 = 7000$ $
Capital initial :
$C_0 = 7000(1 + 4{,}65\ \%)^{-8}$
$C_0 \approx 4866{,}14$ Donc, 4866,14 $.
Le capital initial placé par Florence est de 4866,14 $.

**b)** Deuxième placement :
$30 - 18 - 8 = 4$ ans
$n = 4 \times 12 = 48$ mois
Taux d'intérêt mensuel pour un capital accumulé de 20 000 $ :
$20\,000 = 7000(1 + i)^{48}$
$i \approx 0{,}0221$ Donc, environ 2,21 %.
Le taux d'intérêt composé mensuel d'environ 2,21 % lui permettra d'atteindre son objectif.

**18.** $10\,658{,}60 = 7700(1 + 3\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}03} 1{,}3842$
$n \approx 11$ Donc, 11 semestres.
Félix remboursera son emprunt dans 11 semestres.

**19.** Les intérêts composés s'appliquent durant 5 ans complets.
$C_5 = 23\ 000(1 + 5{,}5\ \%)^5$
$C_5 \approx 30\ 060{,}08$ Donc, 30 060,08 \$.
Les intérêts simples s'appliquent durant 6 mois,
soit $\frac{6}{12} = 0{,}5$ an.
$C_{0,5} = 30\ 060{,}08(1 + 0{,}5 \times 5{,}5\ \%)$
$C_{0,5} \approx 30\ 886{,}73$ Donc, 30 886,73 \$.
Il devra verser 30 886,73 \$ à sa mère.

**20.** Option A :
$C_{72} = 8000(1 + 0{,}9\ \%)^{72}$
$C_{72} \approx 15\ 249{,}44$ Donc, 15 249,44 \$.
Option B :
$C_6 = 8000(1 + 11{,}350\ 96\ \%)^6$
$C_6 \approx 15\ 249{,}44$ Donc, 15 249,44 \$.
N'importe laquelle. Pour les deux options, la dette s'élèvera à 15 249,44 \$ dans 6 ans.

**21.** $19\ 200 = 4800(1 + 0{,}04\ \%)^n$
$n = \log_{1,0004} 4$
$n \approx 3466{,}43$ Donc, 3466 jours.
Durée en années : $3466 \div 365 \approx 9{,}5$
L'enfant aura 9,5 ans lorsque cette somme aura quadruplé.

**Mise au point 5.3 (*suite*)** **Page 60**

**22. a) 1)** 2000 \$ **2)** 1200 \$

**b) 1)** $3998{,}01 = 2000(1 + i)^9$
$i \approx 0{,}08$ Donc, 8 %.
La règle est $V = 2000(1{,}08)^t$.

**2)** $9227{,}96 = 1200(1 + i)^{18}$
$i \approx 0{,}12$ Donc, 12 %.
La règle est $V = 1200(1{,}12)^t$.

**c) 1)** Placement A :
$V_{12} = 2000(1{,}08)^{12}$
$V_{12} \approx 5036{,}34$ Donc, 5036,34 \$.
Placement B :
$V_{12} = 1200(1{,}12)^{12}$
$V_{12} \approx 4675{,}17$ Donc, 4675,17 \$.
Écart : 361,17 \$

**2)** Placement A :
$V_{15} = 2000(1{,}08)^{15}$
$V_{15} \approx 6344{,}34$ Donc, 6344,34 \$.
Placement B :
$V_{15} = 1200(1{,}12)^{15}$
$V_{15} \approx 6568{,}28$ Donc, 6568,28 \$.
Écart : 223,94 \$

**3)** Placement A :
$V_{20} = 2000(1{,}08)^{20}$
$V_{20} \approx 9321{,}91$ Donc, 9321,91 \$.
Placement B :
$V_{20} = 1200(1{,}12)^{20}$
$V_{20} \approx 11\ 575{,}55$ Donc, 11 575,55 \$.
Écart : 2253,64 \$

**23.** Proposition A :
Les intérêts composés s'appliquent durant 5 ans complets.
$C_5 = 4800(1 + 2{,}65\ \%)^5$
$C_5 \approx 5470{,}61$ Donc, 5470,61 \$.
Les intérêts simples s'appliquent durant 6 mois,
soit $\frac{6}{12} = 0{,}5$ an.
$C_{0,5} = 5470{,}61(1 + 0{,}5 \times 2{,}65\ \%)$
$C_{0,5} \approx 5543{,}10$ Donc, 5543,10 \$.
Proposition B :
Les intérêts composés s'appliquent durant 4 ans complets.
$C_4 = 4800(1 + 3{,}1\ \%)^4$
$C_4 \approx 5423{,}45$ Donc, 5423,45 \$.
Les intérêts simples s'appliquent durant 9 mois,
soit $\frac{9}{12} = 0{,}75$ an.
$C_{0,75} = 5423{,}45(1 + 0{,}75 \times 3{,}1\ \%)$
$C_{0,75} \approx 5549{,}55$ Donc, 5549,55 \$.
Léa devrait choisir la proposition B, car le capital accumulé est supérieur.

## SECTION 5.4 Les autres contextes financiers

**Problème** **Page 61**

Augmentation annuelle moyenne de la dette brute :
$(1{,}0618 + 1{,}0577 + 1{,}0463 + 1{,}0271 + 1{,}0538) \div 5 \approx 1{,}0493$
De 2010 à 2015, l'augmentation annuelle moyenne de la dette brute a été d'environ 4,93 %.

Augmentation annuelle moyenne de la dette nette :
$(1{,}0508 + 1{,}0527 + 1{,}0465 + 1{,}033 + 1{,}032) \div 5 \approx 1{,}043$
De 2010 à 2015, l'augmentation annuelle moyenne de la dette nette a été d'environ 4,3 %.

Augmentation annuelle moyenne de la dette publique :
$(1{,}0581 + 1{,}0468 + 1{,}0435 + 1{,}0246 + 1{,}0498) \div 5 \approx 1{,}0446$
De 2010 à 2015, l'augmentation annuelle moyenne de la dette publique a été d'environ 4,46 %.

**Dettes du Québec**

| Année | Dette brute (G$) | Dette nette (G$) | Dette publique (G$) |
|---|---|---|---|
| 2016 | 217,95 | 195,15 | 288,2 |
| 2017 | 228,71 | 203,54 | 301,05 |
| 2018 | 239,99 | 212,3 | 314,47 |
| 2019 | 251,83 | 221,43 | 328,49 |
| 2020 | 264,26 | 230,95 | 343,14 |
| 2021 | 277,3 | 240,89 | 358,44 |
| 2022 | 290,99 | 251,25 | 374,42 |

Si cette tendance se poursuit, en 2022, la dette brute du Québec sera d'environ 290,99 G$, la dette nette, d'environ 251,25 G$, et la dette publique, d'environ 374,42 G$.

## Activité 1

Page 62

**a.** Augmente.

**b.** En additionnant 100 % et 20 %.

**c.** Lorsqu'une quantité augmente, la base correspond à un nombre supérieur à 1.

**d.** **1)** 1,12 **2)** 1,28 **3)** 1,34

**e.** Au nombre d'années écoulées depuis 2015.

**f.** **1)** Environ 25,41 G$. **2)** Environ 38,45 G$.

**g.** Diminue.

**h.** En soustrayant 4 % de 100 %.

**i.** Lorsqu'une quantité diminue, la base correspond à un nombre compris entre 0 et 1.

**j.** **1)** 0,88 **2)** 0,72 **3)** 0,66

**k.** Au nombre d'années écoulées depuis 2015.

**l.** **1)** 1744,47 $ **2)** 2394,07 $

## Activité 2

Page 63

**a.** 100 % − 21 % = 79 % = 0,79

**b.** **1)** On divise chaque membre de l'égalité par $0,79^6$.
**2)** On utilise la loi des exposants $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$.

**c.** Ressemblances :
– Le nombre 0,79 est présent dans les deux calculs.
– Le nombre 0,79 est affecté d'un exposant dans les deux calculs.
– La valeur connue multiplie 0,79 affecté de son exposant.
Différences :
– L'exposant est positif quand on cherche la valeur en 2016, mais il est négatif quand on cherche la valeur en 2010.
– La valeur connue devant le nombre affecté de l'exposant est différente.

**d.** **1)** $V = 178,64(0,84)^{-5}$
$V \approx 427,15$ Donc, $V = 427,15$ $.
**2)** $V = 65,82(0,75)^{-7}$
$V \approx 493,09$ Donc, $V = 493,09$ $.

**e.** $D = 17\,760(1,036)^{-5}$
$D \approx 14\,881,41$ Donc, $D = 14\,881,41$ $.

**f.** **1)** $D = 17\,760(1,036)^{5}$
$D \approx 21\,195,41$ Donc, $D = 21\,195,41$ $.
**2)** $D = 17\,760(1,036)^{10}$
$D \approx 25\,295,34$ Donc, $D = 25\,295,34$ $.

## Technomath

Page 64

**a.** **1)** La valeur initiale $V_0$, soit 730 $.
**2)** Le taux $i$ (en %), soit 6,6 %.
**3)** La durée ou le nombre de périodes $n$, soit 15 ans.

**b.** Parce que le taux est donné en pourcentage.

**c.** Les références aux cellules E4 et E19 sont différentes. Pour calculer la valeur finale de la cellule E4, il faut utiliser le nombre d'années de la cellule C4. Pour calculer la valeur finale de la cellule E19, il faut utiliser le nombre d'années de la cellule C19.

**d.** =$A$4*(1+$A$7/100)^C8

**e.** Le taux $i$ est négatif, car la valeur des actions diminue.

**f.** **1)** Entreprise A : 884,29 $ Entreprise B : 1741,21 $
**2)** Entreprise A : 1004,87 $ Entreprise B : 1672,25 $
**3)** Entreprise A : 1297,59 $ Entreprise B : 1542,43 $

**g.** À partir de la 12e année.

**h.**

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | Valeur initiale $V_0$ | | Durée $n$ | | Valeur finale $V_n$ |
| 4 | 1240,00 $ | | 0 | | 1240,00 $ |
| 5 | | | 1 | | 1299,52 $ |
| 6 | Taux $i$ (%) | | 2 | | 1361,90 $ |
| 7 | 4,8 | | 3 | | 1427,27 $ |
| 8 | | | 4 | | 1495,78 $ |
| 9 | Durée $n$ | | 5 | | 1567,57 $ |
| 10 | 15 | | 6 | | 1642,82 $ |
| 11 | | | 7 | | 1721,67 $ |
| 12 | Valeur finale $V_n$ | | 8 | | 1804,31 $ |
| 13 | 2505,19 $ | | 9 | | 1890,92 $ |
| 14 | | | 10 | | 1981,68 $ |
| 15 | | | 11 | | 2076,81 $ |
| 16 | | | 12 | | 2176,49 $ |
| 17 | | | 13 | | 2280,96 $ |
| 18 | | | 14 | | 2390,45 $ |
| 19 | | | 15 | | 2505,19 $ |

## Mise au point 5.4

Page 67

**1.** Valeur d'un catamaran à l'achat :
$V_0 = 9800(1 + 4,2\ \%)^{-8}$
$V_0 \approx 7051,55$ Donc, 7051,55 $.
Profit : 9800 − 7051,55 = 2748,45 $
Zakaria réalise un profit de 2748,45 $.

**2.** $9\,000\,000 = 7\,000\,000(1 + i)^{10}$
$i \approx 0,0254$ Donc, environ 2,54 %.
Le taux d'augmentation annuel moyen de la valeur du restaurant devra être d'environ 2,54 %.

**3. a)** $V_{12} = 1,20(1 - 1,9\ \%)^{12}$
$V_{12} \approx 0,95$ Donc, 0,95 $/L.
Le litre de mazout léger coûtait 0,95 $ le 31 décembre 2014.

**b)** $0,85 = 1,20(1 - 1,9\ \%)^n$
$n = \log_{0,981} 0,708\overline{3}$
$n \approx 17,9765$ Donc, environ 17,98 mois.
Le mazout léger coûtait 0,85 $/L à la fin du mois de juin 2015.

**4. a)** $7500 = 22\,454,26(1 - 14,5\ \%)^n$
$n \approx \log_{0,855} 0,334$
$n \approx 7$ Donc, 7 ans.
Elle était utilisée depuis 7 ans.

**b)** $11\,227,13 = 22\,454,26(1 - i)^7$
$i \approx 0,0943$ Donc, environ 9,43 %.
Le taux de dépréciation annuel moyen aurait été d'environ 9,43 %.

**5. a) 1)** $V_0 = 850\,000(1 + 4,2\ \%)^{-13}$
$V_0 \approx 497\,895,93$ Donc, 497 895,93 $.
Le coût moyen de construction d'un immeuble de six logements en 2002 était de 497 895,93 $.

**2)** $V_8 = 497\,895,93(1 + 4,2\ \%)^8$
$V_8 \approx 691\,958,95$ Donc, 691 958,95 $.
Le coût moyen de construction d'un immeuble de six logements en 2010 était de 691 958,95 $.

**b)** $995\,791,86 = 497\,895,93(1 + 4,2\ \%)^n$
$n = \log_{1,042} 2$
$n \approx 16,85$ Donc, environ 16,85 ans.
En 2018, le coût moyen de construction d'un tel immeuble sera le double de celui de 2002.

**c)** $995\,791,86 = 497\,895,93(1 + i)^{10}$
$i \approx 0,0718$ Donc, environ 7,18 %.
Le taux d'augmentation moyen du coût de construction d'un tel immeuble doit être d'environ 7,18 % pour que ce coût double en 10 ans.

**6.** Salaire d'Alexia dans 4 ans :
$V_4 = 12,75(1 + 1,8\ \%)^4$
$V_4 \approx 13,69$ Donc, 13,69 $.
Salaire de Mathias dans 4 ans :
$V_4 = 13,10(1 + 1,35\ \%)^4$
$V_4 \approx 13,82$ Donc, 13,82 $.
Écart : 0,13 $
Dans 4 ans, l'écart de salaire horaire entre ces deux personnes sera de 0,13 $ en faveur de Mathias.

## Mise au point 5.4 (*suite*)

Page 68

**7. a) 1)** 18 ans. **2)** 8 ans. **3)** 6 ans.

**b) 1)** $2V_0 = V_0(1 + 4\ \%)^n$
$n = \log_{1,04} 2$
$n \approx 17,673$ Donc, environ 17,67 ans.

**2)** $2V_0 = V_0(1 + 9\ \%)^n$
$n = \log_{1,09} 2$
$n \approx 8,0432$ Donc, environ 8,04 ans.

**3)** $2V_0 = V_0(1 + 12\ \%)^n$
$n = \log_{1,12} 2$
$n \approx 6,1163$ Donc, environ 6,12 ans.
Oui, les réponses obtenues en **a)** sont représentatives de la réalité sans, toutefois, être parfaitement exactes.

**c)** Non. Comme on peut le voir dans la démarche en **b),** cette valeur va devenir nulle. Donc, la valeur d'un bien n'influence pas la durée nécessaire pour en doubler la valeur.

**8.** $133,49 = 380(1 - i)^6$
$i \approx 0,16$ Donc, 16 %.
Le taux de dépréciation annuel moyen de la valeur du récepteur est de 16 %.

**9.** Peinture A :
$V_0 = 27\,900(1 + 11\ \%)^{-10}$
$V_0 \approx 9825,95$ Donc, 9825,95 $.
Peinture B :
$V_0 = 22\,700(1 + 8\ \%)^{-10}$
$V_0 \approx 10\,514,49$ Donc, 10 514,49 $.
Peinture C :
$V_0 = 16\,800(1 + 5\ \%)^{-10}$
$V_0 \approx 10\,313,74$ Donc, 10 313,74 $.
La peinture B avait la plus grande valeur il y a 10 ans, soit 10 514,49 $.

**10. a. 1)** $V_0 = 4(1 + 1,8\ \%)^{-65}$
$V_0 \approx 1,25$ Donc, 1,25 $.
En 1950, le prix moyen d'un pain était de 1,25 $.

**2)** $V_0 = 4(1 + 1,8\ \%)^{-15}$
$V_0 \approx 3,06$ Donc, 3,06 $.
En 2000, le prix moyen d'un pain était de 3,06 $.

**b)** $V_{85} = 4(1 + 1,8\ \%)^{85}$
$V_{85} \approx 18,22$ Donc, 18,22 $.
En 2100, le prix moyen d'un pain sera de 18,22 $.

**c)** $0,52 = 4(1 + 1,8\ \%)^{-n}$
$-n = \log_{1,018}0,13$
$n \approx 114,3627$ Donc, environ 114,36 ans.
Le prix moyen d'un pain était de 0,52 $ en 1900.

## Mise au point 5.4 (*suite*)

**Page 69**

**11.** $2911,84 = 2700(1 + i)^{42}$
$i \approx 0,0018$ Donc, 0,18 %.
Le taux journalier de la pénalité exigée par la Municipalité est de 0,18 %.

**12.** Laveuse :
$V_0 = 325(1 - 12\ \%)^{-8}$
$V_0 \approx 903,70$ Donc, 903,70 $.
Sécheuse :
$V_0 = 250(1 - 12\ \%)^{-8}$
$V_0 \approx 695,15$ Donc, 695,15 $.
À l'état neuf, cet ensemble d'électroménagers valait 1598,85 $.

**13. a)** $1430 = 3100(1 - i)^7$
$i \approx 0,1046$ Donc, environ 10,46 %.
Le taux de dépréciation annuel moyen de la valeur de la tonne d'aluminium de 2008 à 2015 était d'environ 10,46 %.

**b)** $1700 \approx 3100(1 - 10,46\ \%)^n$
$n \approx \log_{0,8954}0,5484$
$n \approx 5,4353$ Donc, environ 5,44 ans.
La valeur de l'aluminium était de 1700 $ par tonne en 2013.

**14.** Vélo stationnaire :
$V_5 = 900(1 - 21\ \%)^5$
$V_5 \approx 276,94$ Donc, 276,94 $.
Elliptique :
$V_5 = 2100(1 - 16\ \%)^5$
$V_5 \approx 878,25$ Donc, 878,25 $.
Tapis roulant :
$V_5 = 1800(1 - 9\ \%)^5$
$V_5 \approx 1123,26$ Donc, 1123,26 $.
Elle peut espérer recevoir 2278,45 $.

**15.** Avec un IPC de 5 % :
$1500 = 500(1 + 5\ \%)^n$
$n = \log_{1,05}3$
$n \approx 22,5171$ Donc, environ 22,52 ans.
Avec un IPC de 15 % :
$1500 = 500(1 + 15\ \%)^n$
$n = \log_{1,15}3$
$n \approx 7,8606$ Donc, environ 7,86 ans.
Comparaison : $22,52 \div 7,86 \approx 2,86$
Non. La valeur d'un bien de 500 $ ne triplera pas 3 fois plus vite avec un IPC de 15 % par rapport à un IPC de 5 %.

**16.** Taux annuel moyen d'augmentation du prix des vêtements :
$70 = 60(1 + i)^3$
$i \approx 0,0527$ Donc, environ 5,27 %.
Budget à prévoir pour se vêtir dans 8 ans :
$V_8 \approx 60(1 + 5,27\ \%)^8$
$V_8 \approx 90,51$ Donc, 90,51 $.
Si la tendance se maintient, cette personne devra prévoir un budget mensuel de 90,51 $ pour se vêtir dans 8 ans.

**17.** Valeur des actions de Charles 6 ans après leur achat :
$V_6 = 2748,80(1 - 2,4\ \%)^6$
$V_6 \approx 2375,98$ Donc, 2375,98 $.
Valeur des actions de Megan au moment de l'achat :
$V_0 = 2656,02(1 + 3,1\ \%)^{-10}$
$V_0 = 1957,24$ Donc, 1957,24 $.
Valeur des actions de Megan 6 ans après leur l'achat :
$V_6 = 1957,24(1 + 3,1\ \%)^6$
$V_6 \approx 2350,69$ Donc, 2350,69 $.
Charles possédait les actions ayant la plus grande valeur 6 ans après leur achat.

# RUBRIQUES PARTICULIÈRES 5

## Chronique du passé

**Page 71**

**1. a)** Du 95e au 145e jour.
**b)** La valeur des actions devrait être à la baisse.

**2. a)** Les deux cycles sont A-B-C-D et E-F-G-H.
**b) 1)** En 2008, un investisseur devrait vendre ses actions de l'entreprise C. En effet, selon le modèle fractal de Mandelbrot, la valeur des actions devrait diminuer au cours des prochaines années.
**2)** En 2010, un investisseur devrait acheter des actions de l'entreprise C. En effet, selon le modèle fractal de Mandelbrot, la valeur des actions devrait augmenter au cours des prochaines années.
**c)** Selon le modèle fractal de Mandelbrot, la valeur des actions devrait augmenter au cours des prochaines années.

**3. a)** Valeur des actions dans 1 an :
$V_1 = 18(1 - 20\ \%)^1$
$V_1 = 14,40$ Donc, 14,40 $.
Comme la valeur des actions est inférieure à 15 $, l'acheteur n'exercera pas son offre d'achat. Il perd donc sa prime de 2000 $. Le vendeur conserve ses actions et la prime de 2000 $.

**b)** Valeur des actions dans 1 an :

$V_1 = 18(1 + 10\ \%)^1$

$V_1 = 19,80$ Donc, 19,80 \$.

Comme la valeur des actions est supérieure à 15 \$, l'acheteur exercera son offre d'achat.

Dans ce cas, il déboursera $1000 \times 15 = 15\ 000$ \$. En ajoutant sa prime de 2000 \$, le coût réel des actions est de 17 000 \$. Comme la valeur des actions est de 19 800 \$, l'acheteur fait une bonne affaire en payant un coût total inférieur de 2800 \$ à la valeur des actions. Dans ces conditions, le vendeur perd 2800 \$. Il aurait donc dû demander une prime d'au moins 4800 \$ à l'acheteur.

## Le monde du travail — Page 73

**1.** $4984,13 = C_0(1,019)^2$

$C_0 \approx 4800$ Donc, 4800 \$.

**2. a)** $C_5 = 4800(1,019)^5$

$C_5 \approx 5273,66$ Donc, 5273,66 \$.

**b)** Les intérêts composés s'appliquent durant 8 ans.

$C_8 = 4800(1,019)^8$

$C_8 \approx 5580,01$ Donc, 5580,01 \$.

Les intérêts simples s'appliquent durant 3 mois, soit $\frac{3}{12} = 0,25$ an.

$C_{0,25} = 5580,01(1 + 0,25 \times 1,9\ \%)$

$C_{0,25} \approx 5606,52$ Donc, 5606,52 \$.

**c)** Les intérêts composés s'appliquent durant 10 ans.

$C_{10} = 4800(1,019)^{10}$

$C_{10} \approx 5794,06$ Donc, 5794,06 \$.

Les intérêts simples s'appliquent durant 6 mois, soit $\frac{6}{12} = 0,5$ an.

$C_{0,5} = 5794,06(1 + 0,5 \times 1,9\ \%)$

$C_{0,5} \approx 5849,10$ Donc, 5849,10 \$.

**3.** 1re année :

$C_1 = 5400(1 + 0,8\ \%)^1$

$C_1 = 5443,20$

Donc, 5443,20 \$.

2 années suivantes :

$C_2 = 5443,20(1 + 0,9\ \%)^2$

$C_2 \approx 5541,62$

Donc, 5541,62 \$.

3 années suivantes :

$C_3 = 5541,62(1 + 1\ \%)^3$

$C_3 \approx 5709,54$

Donc, 5709,54 \$.

Le capital accumulé du portefeuille sera donc de 5709,54 \$ dans 6 ans.

## Vue d'ensemble — Page 74

**1.** B, C, F, G

**2.** C, F, G

**3. a)** $\log_{15} 50\ 625 = 4$ **b)** $\log_{12} 1728 = 3$

**c)** $\frac{1}{5} = \log_{7776} 6$ **d)** $-5 = \log_9 \frac{1}{59\ 049}$

**4. a)** $16^3 = 4096$ **b)** $20^2 = 400$

**c)** $4^{-7} = \frac{1}{16\ 384}$ **d)** $161\ 051^{\frac{1}{5}} = 11$

**5. a)** −2 **b)** 21 **c)** −7 **d)** 8

**6. a)** $x \approx 1,0423$ **b)** $x \approx -17,3934$

**c)** $x \approx 0,5573$ **d)** $x \approx 0,7197$

**7. a)** $x = 16$ **b)** $x = 72,9$

**c)** $x = \frac{9}{16}$ **d)** $x = 13$

**8. a)** 8709,75 \$ **b)** 7443,25 \$

**c)** 5527,64 \$ **d)** 18 879,42 \$

**e)** 13 440,89 \$ **f)** 425,92 \$

## Vue d'ensemble (*suite*) — Page 75

**9. a)** 3075 \$ **b)** 2479,86 \$

**c)** 9850 \$ **d)** 3000 \$

**e)** 11 700 \$ **f)** 31 200 \$

**10. a)** 15 semestres. **b)** 22 trimestres.

**c)** 6 ans. **d)** 280 jours.

**e)** 75 mois. **f)** 23 trimestres.

**11. a)** 10,1 % **b)** 2,1 %

**c)** 0,13 % **d)** 0,028 %

**e)** 0,16 % **f)** 6,25 %

## Vue d'ensemble (*suite*) — Page 76

**12. a)** 26 062,06 \$ **b)** 6160,87 \$

**c)** 48 292,02 \$ **d)** 8872,02 \$

**13. a)** 8611,98 \$ **b)** 2325,49 \$

**c)** 25,19 \$ **d)** 3,39 \$

**14. a)** 648,01 \$ **b)** 4086,08 \$

**c)** 16,35 \$ **d)** 27,71 \$

**15.** Capital accumulé du placement de 4800 \$ :

$C_6 = 4800(1 + 7,1\ \%)^6$

$C_6 \approx 7243,99$ Donc, 7243,99 \$.

Capital accumulé de l'investissement de 5450 \$ :

$C_{72} = 5450(1 + 72 \times 1,4\ \%)$

$C_{72} = 10\ 943,60$ Donc, 10 943,60 \$.

Valeur des capitaux accumulés : 18 187,59 \$

**16. a)** $V_{14} = 38(1 + 22\ \%)^{14}$

$V_{14} \approx 614{,}92$ Donc, 614 personnes.

La 14e journée, 614 personnes verront cette photo.

**b)** $12\ 140 = 38(1 + 22\ \%)^n$

$n \approx \log_{1,22} 319{,}4737$

$n \approx 29$ Donc, 29 jours.

La 29e journée, 12 140 personnes verront cette photo.

**17.** $V_6 = 21{,}72(1 + 2{,}85\ \%)^6$

$V_6 \approx 25{,}71$ Donc, 25,71 $.

Le salaire horaire de Jérémy dans 6 ans sera de 25,71 $.

## Vue d'ensemble (*suite*)



**18. a)** $V_4 = 7{,}5(1 - 12\ \%)^4$

$V_4 \approx 4{,}5$ Donc, environ 4,5 cm.

L'épaisseur de la glace sera d'environ 4,5 cm, 4 h après l'épandage.

**b)** $3 = 7{,}5(1 - 12\ \%)^n$

$n = \log_{0,88} 0{,}4$

$n \approx 7{,}1679$ Donc, environ 7,17 h.

L'épaisseur de la glace sera de 3 cm après environ 7,17 h.

**19.** $C_0 = 86\ 753{,}50(1 + 84 \times 0{,}95\ \%)^{-1}$

$C_0 = 48\ 250$ Donc, 48 250 $.

Manon a emprunté 48 250 $.

**20. a)** $V_5 = 450(1 - 8\ \%)^5$

$V_5 \approx 296{,}59$ Donc, environ 296,59 cm.

La hauteur du 5e rebond sera d'environ 296,59 cm.

**b)** $165{,}45 = 450(1 - 8\ \%)^n$

$n \approx \log_{0,92} 0{,}3677$

$n \approx 12$ Donc, 12 rebonds.

Le 12e rebond aura une hauteur de 165,45 cm.

**21.** Valeur du collier :

$V_7 = 245(1 + 8\ \%)^7$

$V_7 \approx 419{,}89$ Donc, 419,89 $.

Profit sur la vente du collier : 174,89 $

Valeur de la montre :

$V_7 = 318(1 + 6\ \%)^7$

$V_7 \approx 478{,}15$ Donc, 478,15 $.

Profit sur la vente de la montre : 160,15 $

Profit total : 335,04 $

**22.** $C_{3,75} = 2700(1 + 3{,}75 \times 9{,}3\ \%)$

$C_{3,75} \approx 3641{,}63$ Donc, 3641,63 $.

Marie-Claude devra rembourser 3641,63 $ à son ami.

**23.** Taux d'augmentation moyen de la valeur des propriétés :

$409\ 905 = 173\ 250(1 + i)^{20}$

$i \approx 0{,}044$ Donc, $i = 4{,}4\ \%$.

Valeur de la propriété du couple en 2015 :

$V_{20} = 192\ 700(1 + 4{,}4\ \%)^{20}$

$V_{20} \approx 455\ 923{,}20$ Donc, 455 923,20 $.

La valeur de la propriété du couple était de 455 923,20 $ en 2015.

## Vue d'ensemble (*suite*)



**24.** Capital accumulé avec des intérêts simples :

$C_4 = 4000(1 + 4 \times 9\ \%)$

$C_4 = 5440$ Donc, 5440 $.

Capital accumulé avec des intérêts composés :

$C_4 = 4000(1 + 9\ \%)^4$

$C_4 \approx 5646{,}33$ Donc, 5646,33 $.

Écart : 206,33 $

Oui, Benoît a raison. Des intérêts composés rapporteront 206,33 $ de plus que des intérêts simples.

**25.** $4200 = 2500(1 + 9{,}03\ \%)^n$

$n = \log_{1,0903} 1{,}68$

$n \approx 6$ Donc, 6 ans.

Il devrait placer ce montant 4 ans après la fin de ses études secondaires.

**26.** $C_0 = 2879{,}80(1 + 4 \times 5{,}25\ \%)^{-1}$

$C_0 = 2380$ Donc, 2380 $.

Le prix de vente de la sculpture était de 2380 $.

**27.** $24\ 000 = 12\ 000(1 + n \times 5\ \%)$

$n = 20$ Donc, 20 semestres.

Le capital initial de Donald doublera dans 10 ans.

**28.** Capital accumulé du 1er placement :

$C_{12} = 5625(1 + 12 \times 3{,}1\ \%)$

$C_{12} = 7717{,}50$ Donc, 7717,50 $.

Durée du 2e placement :

$11\ 046{,}87 = 7717{,}50(1 + 0{,}75\ \%)^n$

$n \approx \log_{1,0075} 1{,}4314$

$n \approx 48$ Donc, 48 mois.

La durée du 2e placement de Stéphanie est de 48 mois.

**29.** Valeur du capital initial :

$C_0 = 340{,}71(1 + 1{,}05\ \%)^{-51}$

$C_0 \approx 200$ Donc, 200 $.

La valeur de chaque billet est de 100 $.

**30.** Augmentation moyenne annuelle :

$41 = 32(1 + i)^2$

$i \approx 0{,}1319$ Donc, environ 13,19 %.

Prix du billet en 2025 :

$V_{14} \approx 32(1 + 13{,}19\ \%)^{14}$

$V_{14} \approx 181{,}38$ Donc, 181,38 $.

En 2025, le prix moyen d'un billet de spectacle sera de 181,38 $.

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 79

**31.** $25\ 543 = 17\ 800(1 + 10 \times i)$
$i = 4{,}35\ \%$ Donc, 4,35 %.
Antoine a fait son emprunt à un taux d'intérêt simple semestriel de 4,35 %.

**32.** $308\ 483{,}08 = 156\ 000(1 + 3{,}3\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}033} 1{,}9775$
$n \approx 21$ Donc, 21 semestres.
Andrée-Anne remboursera son emprunt dans 10,5 ans.

**33.** $V_0 = 30(1 - 6{,}74\ \%)^{-19}$
$V_0 \approx 112{,}96$ Donc, 112,96 $.
En juin 2014, le prix du baril de pétrole était de 112,96 $.

**34.** $8193{,}58 = 4750(1 + 8{,}1\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}081} 1{,}725$
$n \approx 7$ Donc, 7 ans.
Hubert a fait ce placement depuis 7 ans.

**35. a)** $9712{,}89 = 6400(1 + i)^6$
$i \approx 0{,}072$ Donc, 7,2 %.

**b)** $9712{,}89 = 6400(1 + i)^{24}$
$i \approx 0{,}0175$ Donc, 1,75 %.

**c)** $9712{,}89 = 6400(1 + i)^{72}$
$i \approx 0{,}0058$ Donc, 0,58 %.

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 80

**36. a)** $14\ 184{,}16 = 9600(1 + n \times 0{,}6\ \%)$
$n = 79{,}59$ Donc, environ 79,59 mois.
La durée de l'emprunt est d'environ 6,63 ans.

**b)** $14\ 184{,}16 = 9600(1 + 5{,}85\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}0585} 1{,}4775$
$n \approx 6{,}8662$ Donc, environ 6,87 ans.
La durée de l'emprunt est d'environ 6,87 ans.

**c)** $14\ 184{,}16 = 9600(1 + 0{,}15\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}0015} 1{,}4775$
$n \approx 260{,}437$ Donc, environ 260,44 semaines.
La durée de l'emprunt est d'environ 5,01 ans.

**37.** Capital initial pour les 6 derniers mois à un taux d'intérêt simple :
$C_0 = 16\ 218{,}05(1 + 0{,}5 \times 8{,}65\ \%)^{-1}$
$C_0 \approx 15\ 545{,}70$ Donc, 15 545,70 $.
Capital initial pour les 6 premières années à un taux d'intérêt composé :
$C_0 = 15\ 545{,}70(1 + 8{,}65\ \%)^{-6}$
$C_0 \approx 9450$ Donc, 9450 $.
Alyson a emprunté 9450 $.

**38.** $7 = 3{,}87(1 + i)^{25}$
$i \approx 0{,}024$ Donc, environ 2,4 %.
L'augmentation annuelle moyenne du nombre de barils de pétrole est d'environ de 2,4 %.

**39.** Capital accumulé durant 8 ans :
$C_{96} = 21\ 000(1 + 0{,}68\ \%)^{96}$
$C_{96} \approx 40\ 250{,}12$ Donc, 40 250,12 $.
Taux d'intérêt simple annuel équivalent :
$40\ 250{,}12 = 21\ 000(1 + 8 \times i)$
$i \approx 0{,}114\ 58$ Donc, environ 11,46 %.
Le taux d'intérêt simple annuel équivalent à celui proposé est d'environ 11,46 %.

**40.** $V_0 = 150(1 - 5{,}2\ \%)^{-40}$
$V_0 \approx 1269{,}87$ Donc, 1269,87 $.
Le prix de vente moyen d'un four à micro-ondes en 1975 était de 1269,87 $.

## Vue d'ensemble (*suite*) Page 81

**41.** $100\ 000 = 8000(1 + i)^4$
$i \approx 0{,}8803$ Donc, environ 88,03 %.
L'augmentation moyenne annuelle du nombre de véhicules électriques aura été d'environ 88,03 %.

**42.** Valeur en 2011 :
$V_6 = 42{,}12(1 + 8{,}42\ \%)^6$
$V_6 \approx 68{,}41$ Donc, 68,41 $.
Valeur en 2015 :
$V_4 = 68{,}41(1 - 5{,}1\ \%)^4$
$V_4 \approx 55{,}49$ Donc, 55,49 $.
La valeur de l'action en 2015 était de 55,49 $.

**43.** Placement A :
$C_8 = 3500(1 + 6\ \%)^8$
$C_8 \approx 5578{,}47$ Donc, 5578,47 $.
Placement B :
$C_{16} = 3500(1 + 2{,}9\ \%)^{16}$
$C_{16} \approx 5529{,}86$ Donc, 5529,86 $.
Placement C :
$C_{96} = 3500(1 + 0{,}48\ \%)^{96}$
$C_{96} \approx 5542{,}58$ Donc, 5542,58 $.
Le placement A est le plus avantageux pour Tanya, car son capital accumulé est de 5578,47 $.

**44.** $25\ 000 = 12\ 000(1 + 3{,}2\ \%)^n$
$n \approx \log_{1{,}032} 2{,}0833$
$n \approx 23{,}3$ Donc, environ 23,3 ans.
Une famille québécoise pouvait subvenir à ses besoins de base avec 25 000 $ en 2013.

**45.** Valeur après 20 ans :

$V_8 = 48\,000(1 - 14{,}5\ \%)^{20}$

$V_8 \approx 2092{,}01$ Donc, 2092,01 $.

Valeur de la 20e à la 30e année : 2092,01 $

Nombres d'années pour passer de 2092,01 $ à 48 000 $ :

$48\,000 = 2092{,}01(1 + 6{,}8\ \%)^n$

$n \approx \log_{1{,}068} 22{,}9444$

$n \approx 47{,}624$ Donc, environ 47,62 ans.

La voiture retrouvera sa valeur initiale environ 77,62 ans après l'achat.

## Banque de problèmes

Page 82

**1.** Pendant le traitement, la population de bactéries évolue selon la règle $P = 100(0{,}85)^t$ et la durée du traitement est de 10 jours.

$P = 100(0{,}85)^{10}$

$P \approx 19{,}69\ \%$

Après le traitement, la population de bactéries évolue selon la règle $P = P_{\text{fin de traitement}}(1{,}15)^{(t-10)}$. Cette population reviendra à un niveau normal lorsque $P = 100\ \%$.

$100 \approx 19{,}69(1{,}15)^{(t-10)}$

$t \approx 21{,}63$ jours

La population bactérienne reviendra à un niveau normal environ 21,63 jours après le début du traitement, c'est-à-dire 11,63 jours après la fin du traitement. Le temps nécessaire pour un retour à un niveau normal de la population bactérienne du système digestif de cette patiente est donc supérieur à la durée du traitement. Le médecin a raison.

**2.** On doit comparer les sommes déboursées selon le montant du paiement mensuel où $P = 192\,500$ $ et $i = 5{,}25\ \% \div 12 = 0{,}4375\ \%$.

Pour un paiement mensuel de 1100 $ :

$$192\,500 = 1100 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + 0{,}004\,375}\right)^n}{0{,}004\,375}$$

$n = \log_{\frac{1}{1{,}004\,375}} 0{,}234\,375$

$n \approx 332{,}34$ mois

Donc, la somme totale déboursée sera d'environ 365 578,22 $.

Pour un paiement mensuel de 1000 $ :

$$192\,500 = 1000 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + 0{,}004\,375}\right)^n}{0{,}004\,375}$$

$n = \log_{\frac{1}{1{,}004\,375}} 0{,}157\,812\,5$

$n \approx 422{,}94$ mois

Donc, la somme totale déboursée sera d'environ 422 944,82 $.

Effectuer des paiements mensuels de 1100 $ au lieu de 1000 $ génère des économies d'environ 57 366,60 $.

**3.** Durée du placement A :

$1904 = 1700(1 + n \times 0{,}25\ \%)$

$n = 48$ mois

La durée du placement A est de 48 mois.

Capital initial du placement B :

$C_0 = 3233{,}83(1 + 1{,}75\ \%)^{-16}$

$C_0 \approx 2450$ Donc, 2450 $.

Le capital initial du placement B est de 2450 $.

## Banque de problème (*suite*)

Page 83

**4.** Ville A : Si la population évolue selon la règle $P = P_0(1{,}3)^t$, où $P_0$ représente la population au début de 2012 et $t$, le temps écoulé (en années). La population triplera lorsque $3P_0 = P_0(1{,}3)^t$. On résout l'équation :

$3P_0 = P_0(1{,}3)^t$

$\log_{1{,}3} 3 = t$

$t \approx 4{,}19$ ans

Ville B : La population triplera lorsque $3P_0 = P_0 e^{\frac{3t}{10}}$. On résout l'équation :

$3P_0 = P_0 e^{\frac{3t}{10}}$

$t = \frac{10 \ln 3}{3}$

$t \approx 3{,}66$ ans

La population de la ville B triple en premier, soit 0,53 an avant celle de la ville A.

5.

| Année | Montant du versement ($) | Capital accumulé le 1er janvier ($) | Capital accumulé à la fin de l'année ($) |
|---|---|---|---|
| 1 | 2000 | 2000 | $2000 \times 1{,}03 = 2060$ |
| 2 | 2000 | $2000 + 2060 = 4060$ | $4060 \times 1{,}03 = 4181{,}80$ |
| 3 | 2000 | $2000 + 4181{,}80 = 6181{,}80$ | $6181{,}80 \times 1{,}03 \approx 6367{,}25$ Donc, 6367,25. |
| 4 | 2000 | $2000 + 6367{,}25 = 8367{,}25$ | $8367{,}25 \times 1{,}03 \approx 8618{,}27$ Donc, 8618,27. |
| 5 | 2000 | $2000 + 8618{,}27 = 10\,618{,}27$ | $10\,618{,}27 \times 1{,}03 \approx 10\,936{,}82$ Donc, 10 936,82. |

La valeur à échéance de ce placement est de 10 936,82 $, donc supérieure à 10 500 $. Cette affirmation est vraie.

6. De 2000 à 2008 :
$V_8 = 0{,}78(1 + 8{,}34\ \%)^8$
$V_8 \approx 1{,}48$ Donc, 1,48 $.
Pour 2009 et 2010 :
$1{,}05 = 1{,}48(1 - i)^2$
$i \approx 0{,}1577$ Donc, 15,77 %.
Pour 2009 et 2010, le pourcentage de diminution moyen par an du prix moyen du litre d'essence à la pompe était de 15,77 %.

7. Capital initial du placement :
$C_0 = 14\,200(1{,}012)^{-48}$
$C_0 \approx 8009{,}84$ Donc, 8009,84 $.
Capital accumulé du placement à taux d'intérêt simple :
$C_{12} = 8009{,}84(1 + 12 \times 4{,}3\ \%)$
$C_{12} \approx 12\,142{,}92$ Donc, 12 142,92 $.
$8009{,}84 \times 1{,}6 \approx 12\,815{,}74$ $ $12\,142{,}92 < 12\,815{,}74$
S'il avait été effectué à un taux d'intérêt simple annuel de 4,3 %, le capital accumulé de ce placement serait de 12 142,92 $, ce qui serait inférieur à 1,6 fois doit sa valeur initiale.