Solutionnaire

1. Trouver l'équation de l'asymptote
   a. x = 4
   b. x = -6
   c. x = 1 (attention car 2x – 2 ➔ 2(x-1))
   d. x = 0

2. Écrivez sous la forme d'un seul logarithme :
   a. $\log\left(\frac{4(x+3)}{x-2}\right)$
   b. $\log\left(\frac{4(x-3)^3}{x}\right)$

3. Résoudre les équations suivantes:
   a. $\log(x^2 - 4) - \log(x + 2) = 2$

$\log\left(\frac{(x^2-4)}{x+2}\right) = 2$ ➔ $\log\left(\frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)}\right) = 2$ ➔ $\log(x-2) = 2$ ➔

Convertir en exponentielle

➔ $10^2 = x - 2$ ➔ $x = 102$

   b. $4^{5x+3} = 1024$

$\log_4 1024 = 5x + 3$ ➔ $5 = 5x + 3$ ➔ $x = 2/5$

4. Soit la fonction $f(x) = 4\log_3(x + 10) - 8$
   a. Points remarquables $(1,0)$, $(c,1)$, $(\frac{1}{c}, -1)$

$f(x) = 4\log_3(x + 10) - 8$ a=4, b=1, h = -10, k = -8

$\left(\frac{x}{b} + h, ay + k\right)$

$(1,0)$ ➔ $\left(\frac{1}{1} - 10, 4\times 0 - 8\right) = (-9, -8)$

$(c,1)$ ➔ $(3,1)$ ➔ $\left(\frac{3}{1} - 10, 4\times 1 - 8\right) = (-7, -4)$

$(\frac{1}{c},-1)$ ➔ $(\frac{1}{3},-1)$ ➔ $\left(\frac{1}{3} - 10, 4\times(-1) - 8\right) = (-9{,}6667, -12)$

   b. Dom f :]-10, +∞ [
   c. Ima f : R

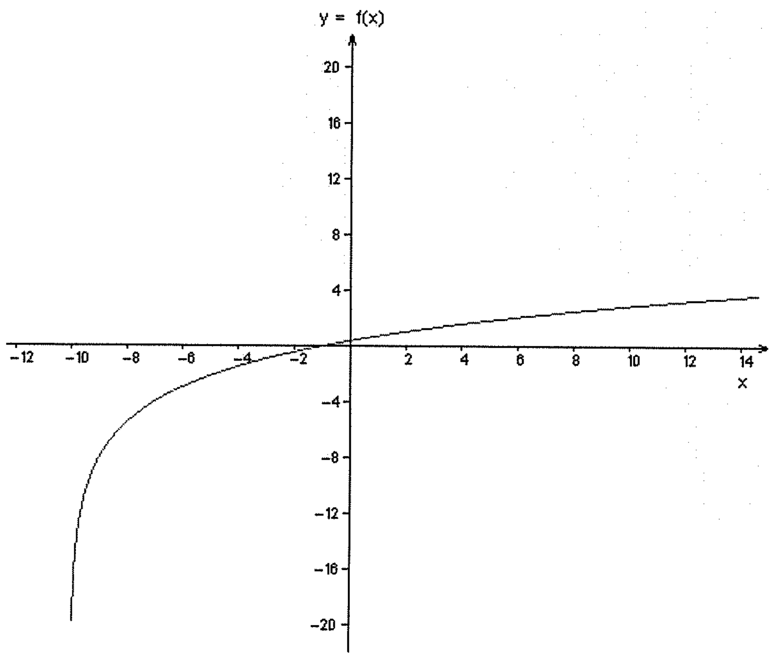
d. L'équation de l'asymptote : $x = -10$

e. Le zéro (s'il y a lieu) :

$f(x) = 0$
$4\log_3(x + 10) - 8 = 0 \Rightarrow 4\log_3(x + 10) = 8 \Rightarrow \log_3(x + 10) = 2 \Rightarrow$
$3^2 = (x + 10) \Rightarrow 9 = x + 10 \Rightarrow x = -1$

f. Le signe (positif et négatif):

$f(x) \geq 0$ $[-1, +\infty[$
$f(x) \leq 0$ $]-10, -1]$



5. La population d'une petite ville de région augmente de 1,2% par année. Le maire de cette ville décide d'observer ce phénomène. La formule qui explique cela est $f(x) = 14\,005(1{,}012)^x$ où x représente le nombre d'année. L'observation s'étend de 1990 à 2007.
   a. 14 005
   b. Domaine et image de cette étude
      i. Dom f : [0, 17]
      ii. Ima f : [14 005, 17 154]
   g. Environ 16 750
   h.

   $14\,005\,(1{,}012)^x = 20\,000 \rightarrow (1{,}012)^x = 1{,}4280614 \rightarrow$
   $\log_{1{,}012} 1{,}4280614 = x \rightarrow x = 29{,}87$ années

6. Des chercheurs analyses une certaine forme de bactérie. Au début de l'expérience, ils en avaient 23. Ils observent qu'elles doublent au 3 heures. Dans combien d'heures l'expérience comptera-t-elle 10 000 bactéries?

$f(x) = a(c)^{bx}$ $\quad y = ab^x$

Valeur initiale a = 23

Facteur multiplicatif c = 2,

Une fois au 3 heures b = 1/3 $\rightarrow f(x) = 23\,(2)^{\frac{x}{3}}$

$23\,(2)^{\frac{x}{3}} = 10\,000 \rightarrow (2)^{\frac{x}{3}} = 434{,}7826 \rightarrow \log_2 434{,}7826 = \frac{x}{3} \rightarrow x = 26{,}29$ heures

Loi du changement de base

7. Trouver le zéro des fonctions suivantes :
   a. $f(x) = 2\log_4(x-6) - 8$

   Convertir en exponentielle

   $2\log_4(x-6) - 8 = 0 \rightarrow 2\log_4(x-6) = 8 \rightarrow \log_4(x-6) = 4 \rightarrow$
   $4^4 = x - 6 \rightarrow 256 = x - 6 \rightarrow x = 262$

   b. $g(x) = 3\log_{1/2}(x-6) + 21$

   $3\log_{1/2}(x-6) + 21 = 0 \rightarrow 3\log_{1/2}(x-6) = -21 \rightarrow \log_{1/2}(x-6) = -7 \rightarrow$
   $\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = x - 6 \rightarrow 2^7 = x - 6 \rightarrow 128 = x - 6 \rightarrow x = 134$

   Convertir en exponentielle