

Corrigé

Atelier sur les mathématiques financières

Formule importante pour le monde de la finance Et le cours aussi!

$$VF = VI \left(1 + \frac{i}{n} \right)^{nt}$$

Ou VI : c'est la valeur du placement

I : c'est le taux d'intérêt

n = nombre de versements effectués dans l'année

t = la durée du placement en années

Exemples concrets solutionnés

1-Nicolas place 50 000\$ à 8% d'intérêts composés **semestriellement**. Combien vaudra son placement dans 5 ans?

Solution

$$VF = 50\,000 \left(1 + \frac{.08}{2} \right)^{2 \cdot 5} = 50\,000 (1.04)^{10} = 74\,012.21\$$$

2-M. Poitras place 25 000\$ à 12% d'intérêts composés **mensuellement**. Combien vaudra son placement dans 7 ans?

Solution

$$VF = 25\,000 \left(1 + \frac{.12}{12} \right)^{12 \cdot 7} = 25\,000 (1.01)^{84} = 57\,668.06\$$$

À toi de jouer maintenant! Tu es prêt pour Wall Street!

Pour tous ces problèmes, ce sont des intérêts composés...

J1- Vanessa compte placer 100 000\$ dans un régime d'épargnes d'études qui promet un rendement trimestriel de 9%. Combien vaudra ce placement dans 4 ans?

$$= 100\,000 \left(1 + \frac{0,09}{4}\right)^{4 \times 4}$$

Rép. 142 762,15\$

J2- Moncef est heureux d'apprendre qu'il vient de gagner une bourse d'études de 30 000\$. Son conseiller financier, Rich Lafortune, lui propose d'investir dans la compagnie *Moneytalks*. Les conditions : 10% d'intérêt composé **semestriellement** Dans un certificat qui prendra échéance dans 6 ans. Pourra-t-il se payer une année d'études à Harvard (50 000\$)

$$= 30\,000 \left(1 + \frac{0,1}{2}\right)^{2 \times 6}$$

Rép. 53875,69 donc oui!

J3 Patrick se pose la question suivante : " ça prend combien de temps pour doubler un placement de 20 000\$ si j'investis le tout dans une banque suisse qui me promet 7% d'intérêt composé mensuellement"?

Aide Patrick dans sa réflexion..

$$40\,000 = 20\,000 \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)^{12x}$$

$$2 = (1,0058)^{12x}$$

$$12x = \log_{1,0058} 2$$

Un peu moins de 10 ans

J4 Invente un problème ; et montre à ton prof que c'est toi le plus fort!

5) Pour le vendeur automobile

Voici une table de valeurs donnant la valeur d'un véhicule en fonction du nombre d'années écoulées depuis son achat :

années écoulées	0	1	2	3
valeur du véhicule	45 000 \$	40 500 \$	36 450 \$	32 805 \$

$$y = 45000 \cdot 0.9^x$$

Trouve la règle de correspondance liée à cette situation.

$$y = 45000(0.9)^x$$

Dans combien d'années ce véhicule vaudra-t-il 25 000\$?

$$25000 = 45000(0.9)^x$$

Réponse : 5,57 années

6) En économie

Dans un quotidien de St Romuald, M. Dumaurier apprend que le prix du paquet de cigarettes augmente de 8% annuellement. Sachant que le paquet se vend actuellement 10\$, dans combien d'années le prix du paquet sera-t-il doublé ?

$$20 = 10(1,08)^t \Rightarrow 2 = 1,08^t$$

Réponse : 9 ans

7) En biologie

$$t = \frac{\log 2}{\log 1,08}$$

La population du cerf de Virginie dans la région de Thetford diminue de 7% annuellement. Si on en dénombre actuellement 1750, dans combien d'années la population sera-t-elle inférieure ou égale à 1000 ?

$$1000 = 1750(0,93)^t$$

$$0,5714 = 0,93^t \text{ en log}$$

Réponse : 7,7 années

Pour finir... 3 petites vites...

8) Deux acariens s'unissent dans les draps d'un jeune couple de Lévis.

Sachant que la population de cette vilaine bébitte triple à chaque 20 minutes, Dans combien de temps on pourra en dénombrer 39 366 ?

$$39366 = 2(3)^{3x}$$

Réponse : dans 180 minutes (3h)

9) Un ingénieur gagne 100 000\$ par année avec 10% d'augmentation annuelle.

Un employé de Usine + gagne 40 000\$ par année avec 5% d'augmentation annuelle. Calcule le nombre d'années que chacun doit travailler pour s'assurer un salaire de 200 000\$?

Ingenieur : 7,27 années vs 32,98 années

$$y = 100000(1,1)^x \quad \& \quad y = 40000(1,05)^x$$

10) Trouve la réciproque de $y = \log_7 x$?

Réponse : $y = 7^x$

Tu es un expert des log maintenant !

$$x = \log_7 y$$

$$7^x = y$$

C

Pour tous ces problèmes, une démarche complète est exigée (**rigueur oblige**).
 Aussi une valeur exacte est demandée : il faut donc utiliser ton savoir-faire et tes connaissances sur les logarithmes (ah les fameux log !)

Application des logarithmes.....Astuce souviens toi que : $\log_{10} 100 = 2 \Leftrightarrow 10^2 = 100$

$$\text{Aussi que } \log_2 8 = \frac{\log 8}{\log 2}$$

1) Dans les conventions collectives

Le salaire actuel d'un travailleur d'usine est de 40 000\$ par année.

On confie à Rambo le mandat suivant : $50\ 000 = 40\ 000(1,03)^x$

Les travailleurs veulent une hausse de 3% du salaire annuel.

Si Rambo réussit sa mission, dans combien d'années le travailleur verra passer son salaire à 50 000\$?

Réponse : 7,5 années

2) En finance

Séraphin place 20 000\$ à 12% capitalisés mensuellement. Dans combien d'années pourra-t-il compter sur 50 000\$?

$$50\ 000 = 20\ 000 \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12x}$$

$$2,5 = (1,01)^{12x}$$

Réponse : 7,67 années

3) Dans l'immobilier

$$12x = \log_{1,01} 2,5$$

La valeur de la maison du D^r House est passée de 100 000\$ à 200 000\$ et ce en 6 années seulement. Si cette augmentation demeure constante, dans combien d'années la valeur de sa propriété sera supérieure à 500 000 \$?

$$200\ 000 = 100\ 000 (1+r)^6$$

$$2 = (1+r)^6$$

$$r = 0,1224$$

Réponse : 14,0 années

4) Chez un marchand de piscine

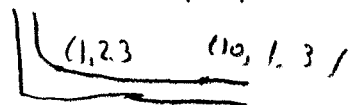
$$500\ 000 = 100\ 000 (1,1224)^x$$

Le pH d'une solution se définit comme étant : $-\log$ (concentration des ions H⁺ en mole/L).

$$y = -\log_{10} 0,005$$

Sur un comptoir du mini laboratoire, Joey constate qu'un autocollant indique que :

[H⁺] = 0.005 mole/L



- a) est ce que cette solution est acide ou basique ?
- b) compare l'acidité d'une solution de pH 3 vs pH 7

**Réponse : a) pH = 2,3 acide (< 7)
 b) 10 000 fois plus acide**

$$3 = \log_{10} 0,005 \quad \text{et} \quad 7 = \log_{10} 0,00002$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^3 = 0,00002 \Rightarrow 0,2 \div 0,00002 \quad \text{D}$$