

Les systèmes d'équations et d'inéquations

CDI 1. **UNE BELLE CASQUETTE** Un marchand vend des casquettes rouges et des casquettes bleues. Chaque semaine, il écoule au moins 12 casquettes de chacune des couleurs et au plus 80 casquettes au total. Il vend au plus 3 fois plus de casquettes bleues que de casquettes rouges.

Si le marchand vend les casquettes bleues plus cher que les casquettes rouges, combien de casquettes de chaque couleur doit-il vendre pour maximiser ses revenus ?

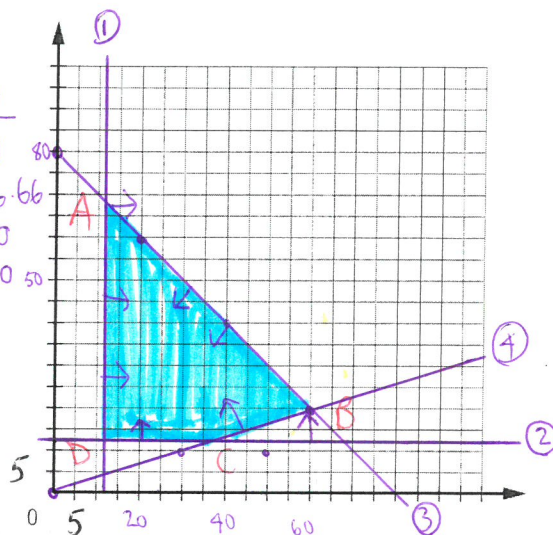
x : nombre de casquettes bleues
 y : nombre de casquettes rouges.

$$\begin{aligned} x &\geq 12 & \textcircled{1} \\ y &\geq 12 & \textcircled{2} \\ y + x &\leq 80 & \textcircled{3} \\ x &\leq 3y & \textcircled{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad y &\leq 80 - x \\ \textcircled{4} \quad y &\geq x/3 \end{aligned}$$

x	y
0	80
20	60
40	40

x	y
0	0
80	26.66
60	20
30	10



Point A: $x = 12$
 $y = 68$
(12, 68)

Point B: (60, 20)

Point C: (36, 12)

$$\begin{aligned} 12 &= x/3 \\ 36 &= x \end{aligned}$$

Point D: (12, 12)

$$\begin{aligned} M &= 2x + y \\ M &= 2(12) + 68 = 92 \text{ (point A)} \\ M &= 2(60) + 20 = 140 \text{ (point B)} \\ M &= 2(36) + 12 = 84 \text{ (point C)} \end{aligned}$$

Le marchand doit vendre 60 casquettes bleues et 20 casquettes rouges pour maximiser ses revenus.

CD2

2. UN VOYAGE EN EUROPE Des élèves organisent chaque année un lavothon pour les voitures et les camionnettes. D'après les résultats antérieurs, on prévoit laver cette année au moins 90 véhicules et au plus 210, dont un maximum de 150 camionnettes. On évalue deux propositions pour la tarification. La proposition A est de demander 5 \$ par voiture et 10 \$ par camionnette, alors que la proposition B est de demander 8 \$, peu importe le type de véhicule.

Expliquez pourquoi la proposition B pourrait être retenue pour ce lavothon.

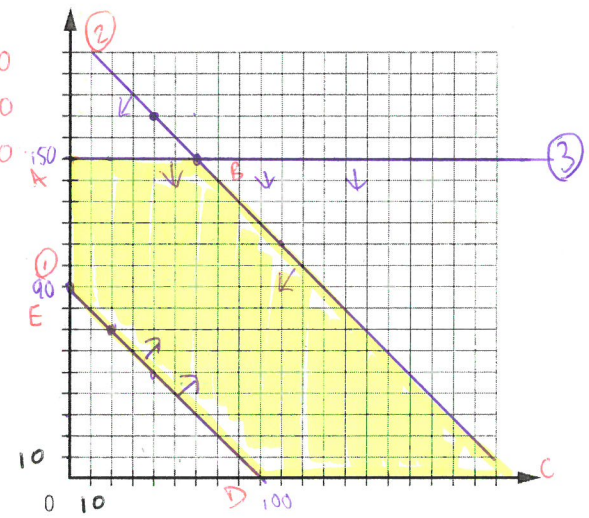
x : nombre de voitures
 y : nombre de camionnettes.

$x + y \geq 90$ (1) (1) $y \geq 90 - x$
 $x + y \leq 210$ (2) (2) $y \leq 210 - x$
 $y \leq 150$ (3)

x	y
0	90
20	70
40	50

x	y
40	170
60	150
100	110

- Point A : (0, 150)
- Point B : (60, 150)
- Point C : (0, 210) (210, 0)
- $0 = 210 - x$
 $x = 210$
- Point D : (0, 100) (100, 0)
- Point E : (0, 90)



Proposition A :
 $M = 5x + 10y$

- A : 1500 \$
- B : 1800 \$**
- C : ~~2100 \$~~ 1050 \$
- D : 500 \$
- E : 900 \$

Proposition B :

- A : 1200 \$
- B : 1680 \$
- C : 1680 \$
- D : 800 \$
- E : 720 \$

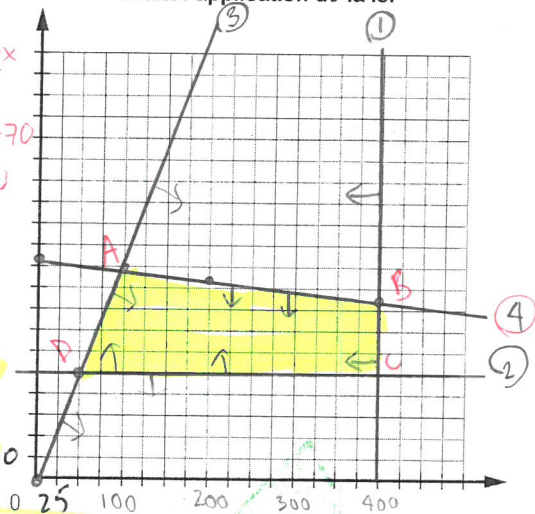
La proposition B pourrait être retenue, puisque les résultats sont plus constants et il y a plus de chance qui arrive à 1680 \$

CD3

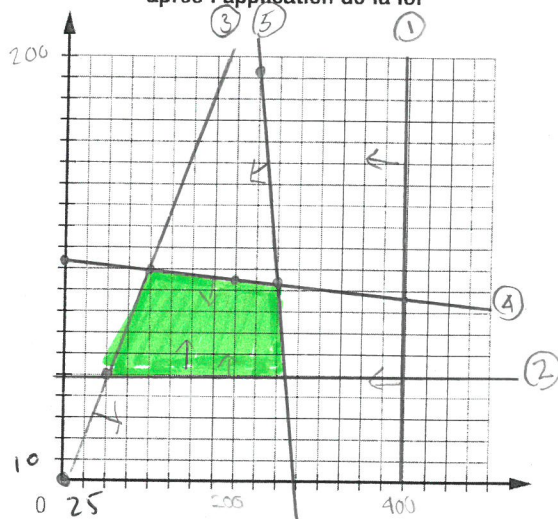
3. UN TOUR DE BATEAU Un traversier prend à son bord un maximum de 400 passagers et un minimum de 50 véhicules. Le tarif est de 4 \$ par passager et de 10 \$ par véhicule. Chaque traversée compte au moins autant de passagers que de véhicules. On estime la masse moyenne d'un véhicule à 1500 kg et celle d'un passager à 70 kg. Le bateau peut supporter une masse maximale de 157 000 kg. On doit respecter une nouvelle loi qui prévoit que le nombre de véhicules ajouté au quadruple du nombre de passagers ne peut pas dépasser un total de 1093.

Dans un court rapport, expliquez au capitaine du traversier les conséquences de la nouvelle loi sur le revenu maximal d'une traversée.

Répartition des passagers et des véhicules avant l'application de la loi



Répartition des passagers et des véhicules après l'application de la loi



Sommets:

$$X = \frac{157000 - 70x}{1500}$$

$$1500x = 157000 - 70x$$

$$1570x = 157000$$

$$x = 100$$

$$y = 100$$

A: (100, 100)
 B: (400, 86)
 C: (400, 50)
 D: (50, 50)

x: nombre de passagers
 y: nombre de véhicules

$x \leq 400$ (1)
 $y \geq 50$ (2)
 $x \geq y$ (3)

x	y
0	0
50	50
100	100

x	y
0	109,16
200	95,33
400	86

$$1500y + 70x \leq 157000$$

$$y \leq \frac{157000 - 70x}{1500}$$

$$y + 4x \leq 1093$$

$$y \leq 1093 - 4x$$

x	y
0	1093
100	693
200	293
225	193
250	93

Sommets: A: (100, 100)
 B: (250, 93)
 C: (260.75, 50)
 D: (50, 50)

$$(B) \quad 1093 - 4x = \frac{157000 - 70x}{1500}$$

$$1639500 - 6000x = 157000 - 70x$$

$$1639500 = 157000 + 5930x$$

$$1482500 = 5930x$$

$$x = 250$$

$$y = 93$$

$M = 4x + 10y$
 A: 1400 \$
 B: 1930 \$
 C: 1543 \$
 D: 700 \$

$M = 4x + 10y$
 A: 1400 \$
 B: 2460 \$
 C: 2100 \$
 D: 700 \$

Les conséquences directes de cette nouvelle loi sera la baisse considérable de profit potentielle à chaque traversée

(C)

$$50 = 1093 - 4x$$

$$4x = 1043$$

$$x = 260,75$$

CD2 5. LE BAL DES FINISSANTS Des élèves de 5^e secondaire réservent une salle pouvant accueillir de 50 à 150 personnes afin d'y organiser le bal des finissants. **Au moins 40 finissants** seront présents au bal. **Le nombre d'invités présents ne doit pas dépasser le double du nombre de finissants présents.** Le prix d'un billet pour la soirée est fixé à 55 \$ pour un finissant ou une finissante et à 75 \$ pour un invité ou une invitée. Les revenus tirés de la vente des billets seront répartis comme suit :

- 25 % du revenu généré par la vente d'un billet à un finissant ou à une finissante est versé au propriétaire de la salle et le reste est donné à une fondation ;
- 65 % du revenu généré par la vente d'un billet à un invité ou à une invitée est versé au propriétaire de la salle et le reste est donné à cette même fondation.

Le propriétaire affirme que si la répartition du nombre de personnes présentes au bal lui rapporte un revenu maximal, le don versé à la fondation sera également maximal. Confirmez ou infirmez cette affirmation.

X : nombre de finissants
y : nombre d'invités

$$x + y \leq 150 \quad (1)$$

$$x + y \geq 50 \quad (2)$$

$$x \geq 40 \quad (3)$$

$$y \leq 2x \quad (4)$$

$$y \leq 150 - x$$

$$y \geq 50 - x$$

x	y
0	150
50	100
100	50

x	y
0	50
10	40
20	30

x	y
0	0
10	20
20	40

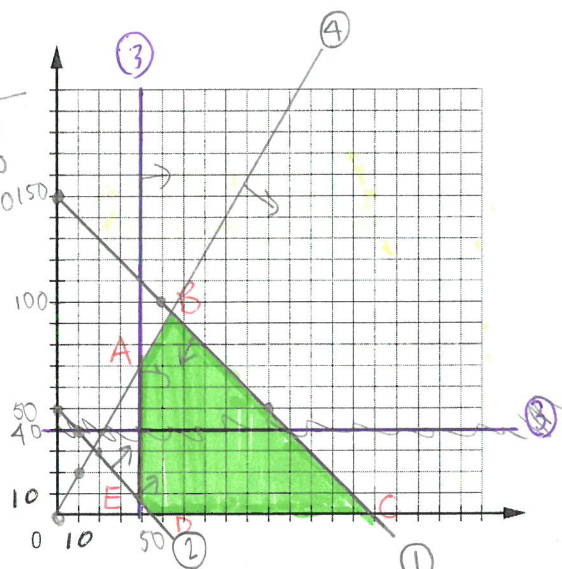
Point B:

$$2x = 150 - x$$

$$3x = 150$$

$$x = 50$$

$$y = 100$$



Sommets:

A: (40, 80)

B: (50, 100)

C: (150, 0)

D: (50, 0)

E: (40, 10)

Revenu maximal

$$M = 55x + 75y$$

A: 8200 \$

B: 10 250 \$ → max

C: 8250 \$

D: 2750 \$

E: 2950 \$

$$\rightarrow \frac{25}{100} (55x) + \frac{65}{100} (75y)$$

A: 25% · 550
Fondation: 1650

B: 25% · 687,5
Fondation: 2062,5

C: 25% · 0
Fondation: 0

A: 65% · 3900
Fondation: 2100 \$

B: 65% · 4875 \$
Fondation: 2625

C: 65% · 0
Fondation: 0

TOTAL
3750 \$

4687,5 \$

687,5 \$

L'affirmation du propriétaire est fautive. La répartition du nombre de personnes présentes au bal qui lui rapporte un revenu maximal ne lui rapporte pas nécessairement le revenu maximal pour la fondation. C'est le point "C" qui rapporte le plus à la fondation.