

1

Les organisateurs d'un festival désirent faire confectionner au moins 450 chandails aux couleurs du festival. Il y a des t-shirts et des gilets en coton ouaté. On s'attend à ce que le nombre de t-shirts vendus soit au moins le double du nombre de gilets en coton ouaté vendus. Le comité organisateur possède un budget maximal de 3600 \$ pour l'achat des chandails. Un t-shirt coûte 4 \$ aux organisateurs tandis qu'un gilet en coton ouaté leur en coûte 10 \$. Le prix de vente d'un t-shirt est de 7 \$ et celui d'un gilet en coton ouaté, de 18 \$.

Quel est le profit maximal que les organisateurs peuvent tirer de cette vente?
 $7x - 10y = 3N$
 $18 - 12 = 7y$

Laissez les traces de votre démarche.

Démarche

Nombre de t-shirts

Nombre de gilets en coton ouaté

$x + y \geq 450$ (1)
 $4x + 10y \leq 3600$ (2)
 $x \geq 2y$ (3)

Résultat : Le profit maximal à tirer de cette vente est de 2820 \$.

(2) $x = 2y$
 $\Rightarrow 4y = \frac{x}{2}$

(3) (0, 360) (900, 0)

Somme et s

Reste $3x + 8y$ (monnaie)

(300, 150)	2100 \$
(450, 0)	1350 \$
(900, 0)	2700 \$
(400, 200)	2800 \$

2

Au cours des dernières années, un concessionnaire d'automobiles a observé que les ventes de coupés (voitures à deux portes) et de berlines (voitures à quatre portes) ont tendance à respecter les contraintes suivantes :

- le nombre total des deux modèles vendus n'est jamais inférieur à 160 et ne dépasse pas 240;
- le nombre de coupés vendus est d'au moins 60;
- la différence entre le triple du nombre de berlines vendues et le nombre de coupés vendus est supérieure ou égale à 0.

Le profit moyen est de 1350 \$ sur un coupé et de 1235 \$ sur une berline.

x : le nombre de coupés vendus
 y : le nombre de berlines vendues

Combien de voitures de chaque modèle le concessionnaire doit-il vendre pour maximiser ses profits?
 Laissez les traces de votre démarche.

Démarche

x : le nombre de coupés vendus
 y : le nombre de berlines vendues

$x + y \geq 160$ (1)
 $x + y \leq 240$ (2)
 $3y - x \geq 0$ (3)

Résultat : Pour maximiser ses profits, le concessionnaire doit vendre 180 coupés et 60 berlines.

Reste $1350x + 1235y$

(60, 100)	204 500
(160, 190)	303 300
(120, 40)	211 400
(180, 60)	312 100

(60, 100)

4. La direction d'un magasin à grande surface décide d'offrir à sa clientèle deux modèles de pompes à chaleur, le modèle Thermex et le modèle Calorex.

Le département de marketing de ce magasin a recueilli les informations ci-dessous.

- La demande annuelle pour les deux modèles sera d'au plus 300 unités.
- La demande annuelle pour les deux modèles sera d'au moins 180 unités.
- On prévoit vendre un minimum de 100 modèles Thermex.
- Dans l'entrepôt, il y a au plus 60 modèles Calorex de plus que de modèles Thermex.

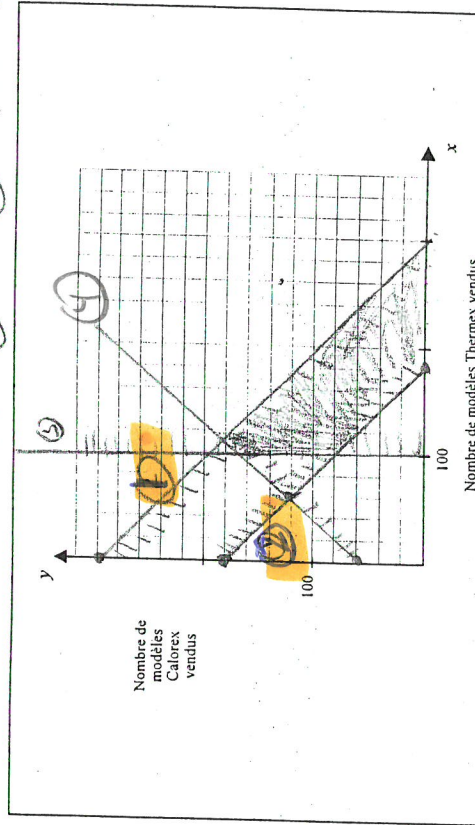
Le bénéfice sur la vente d'un modèle Thermex sera de 525 \$ et celui sur la vente d'un modèle Calorex sera de 700 \$.

Soit x : nombre d'unités du modèle Thermex vendus
 y : nombre d'unités du modèle Calorex vendus

Combien de pompes à chaleur de chaque modèle, les employés devront-ils vendre pour maximiser les bénéfices du magasin?

Laissez les traces de votre démarche.

$x \geq 100$ (3)
 $x + y \leq 300$ (1)
 $x + y \geq 180$ (2)
 $y \leq x + 60$ (4)



Résultat : Les employés devront vendre _____ unités du modèle Thermex et _____ unités du modèle Calorex.

$525x + 700y$
 $(180, 0)$
 $(300, 0)$ corrigier au 180
 $(100, 180)$
 $(100, 80)$
 $(120, 180)$
 $189000 \$$

20

Jean fabrique deux types d'écussons : des écussons à caractère sportif et les autres à caractère écologique.

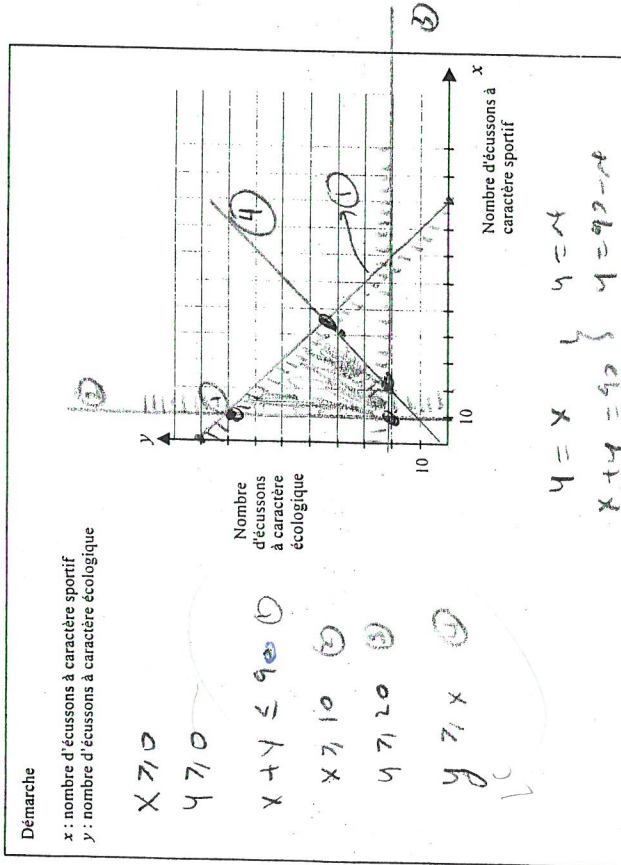
Les écussons à caractère sportif lui coûtent 8 \$ chacun pour leur fabrication et les autres, 13 \$.

Jean doit se soumettre aux contraintes ci-dessous.

- Il ne peut pas produire plus de 90 écussons.
- Il doit produire au moins 10 écussons à caractère sportif et 20 à caractère écologique.
- Il doit produire au moins autant d'écussons à caractère écologique que des autres.
- Sa campagne de publicité lui coûte 100 \$.

Combien d'écussons de chaque sorte Jean doit-il produire pour réduire au minimum ses coûts de production?

Laissez les traces de votre démarche.



Résultat : Jean doit produire _____ écussons à caractère sportif et _____ écussons à caractère écologique.

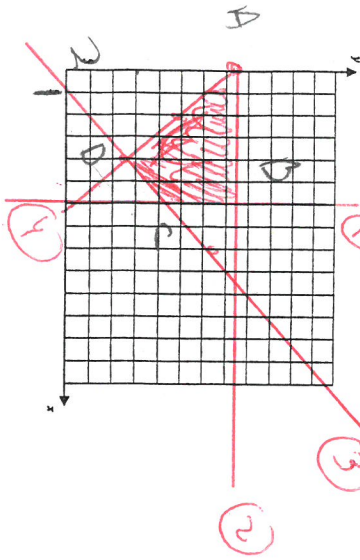
$8x + 13y + 100$
 $(10, 80)$
 $(10, 20)$
 $(20, 20)$
 $(45, 45)$
 1120
 340
 420
 945
 1220
 470
 520
 1045

3- Dans un plan cartésien gradué en mètres, l'emplacement d'un jardin est déterminé par les solutions du système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} 1 & x \leq 6 \\ 2 & y \leq 15 \\ 3 & y \geq 2x - 3 \\ 4 & 5x + 2y \geq 30 \end{cases}$$

Une clôture est installée sur le contour du jardin.

Quelle est, arrondie au dixième, la longueur de la clôture?



$$\begin{cases} A(0, 15) \\ B(6, 15) \\ C(6, 9) \\ D(4, 5) \\ A(0, 15) \end{cases}$$

6
6
4,47
10,77

27,21 mètres

4- Un club de joueur de quilles a invité un conférencier. Les contraintes imposées au club se traduisent par le système d'inéquation suivant :

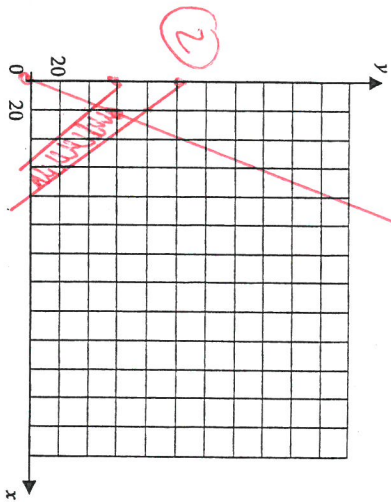
$$\begin{cases} x \geq 0 ; y \geq 0 ; x + y \leq 100 ; x + y \geq 60 \end{cases}$$

où : x représente le nombre de membre du club.

y le nombre de personnes invitées par les membres du club.

L'expression $6x + 10y$ représente la somme, en dollars, versée par l'ensemble des participants à la conférence.

Quel est le revenu maximal que le club peut espérer atteindre en organisant cette conférence?



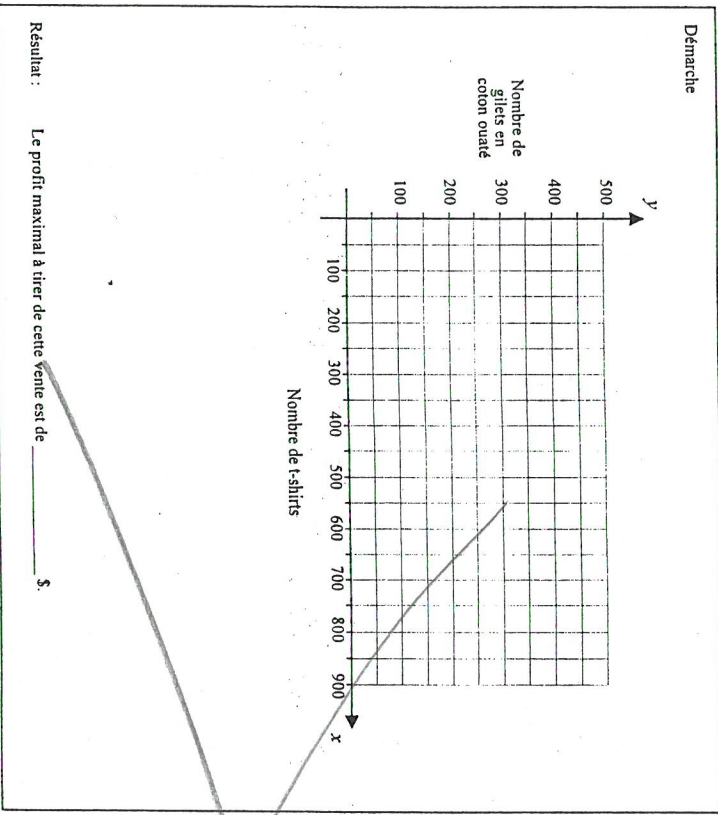
$$\begin{cases} 1 & y \leq 3x \\ 2 & y \leq -x + 100 \\ 3 & y \geq -x + 60 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (15, 45) &= 540 \$ \\ (60, 0) &= 360 \$ \\ (100, 0) &= 600 \$ \\ (25, 75) &= 900 \$ \end{aligned}$$

97

1 Les organisateurs d'un festival désirent faire confectionner au moins 450 chandails aux couleurs du festival. Il y a des t-shirts et des gilets en coton ouaté. On s'attend à ce que le nombre de t-shirts vendus soit au moins le double du nombre de gilets en coton ouaté vendus. Le comité organisateur possède un budget maximal de 3600 \$ pour l'achat des chandails. Un t-shirt coûte 4 \$ aux organisateurs tandis qu'un gilet en coton ouaté leur en coûte 10 \$. Le prix de vente d'un t-shirt est de 7 \$ et celui d'un gilet en coton ouaté, de 18 \$.

Quel est le profit maximal que les organisateurs peuvent tirer de cette vente?
Laissez les traces de votre démarche.

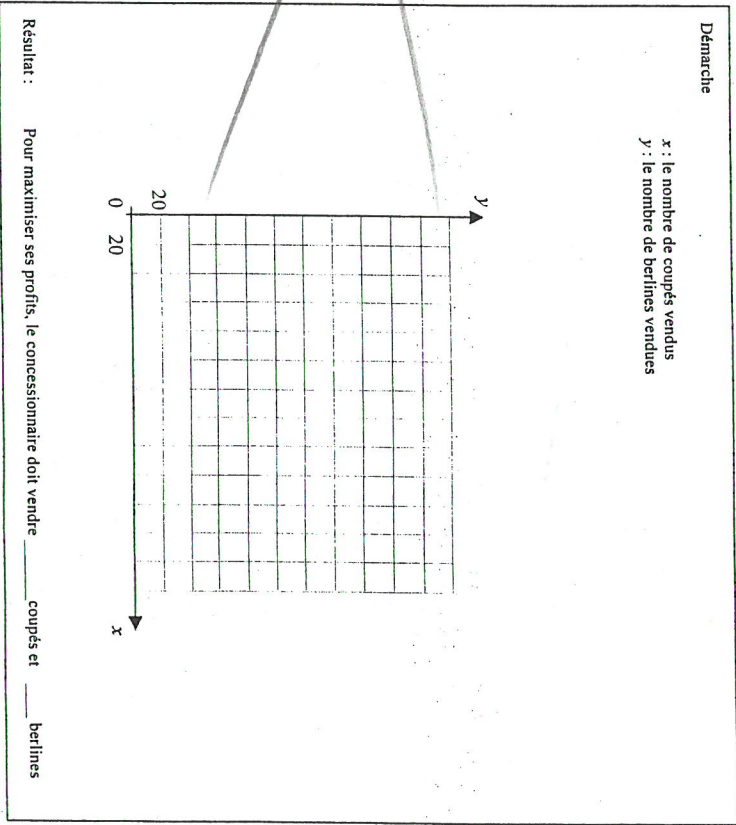


2 Au cours des dernières années, un concessionnaire d'automobiles a observé que les ventes de coupés (voitures à deux portes) et de berlines (voitures à quatre portes) ont tendance à respecter les contraintes suivantes :

- le nombre total des deux modèles vendus n'est jamais inférieur à 160 et ne dépasse pas 240;
- le nombre de coupés vendus est d'au moins 60;
- la différence entre le triple du nombre de berlines vendues et le nombre de coupés vendus est supérieure ou égale à 0.

Le profit moyen est de 1350 \$ sur un coupé et de 1235 \$ sur une berline.
x : le nombre de coupés vendus
y : le nombre de berlines vendues

Combien de voitures de chaque modèle le concessionnaire doit-il vendre pour maximiser ses profits?
Laissez les traces de votre démarche.



Les polygones de contraintes

Exemple

1- Dans un camp musical d'une durée de dix jours, les participants et les participants peuvent aussi s'adonner à des activités sportives. Ils doivent cependant respecter certaines contraintes traduites par les inéquations suivantes :

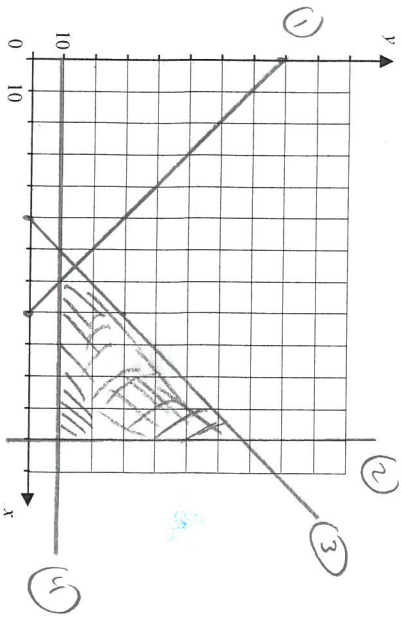
$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x+y &\geq 80 \\ x &\leq 120 \\ x-y &\geq 50 \\ y &\geq 10 \end{aligned}$$

x : le nombre d'heures d'activités musicales pour la durée du camp
 y : le nombre d'heures d'activités sportives pour la durée du camp

Tracez le polygone de contraintes associé à ce système d'inéquations linéaires.

x : le nombre d'heures d'activités musicales pour la durée du camp
 y : le nombre d'heures d'activités sportives pour la durée du camp

Le polygone de contraintes associé au système d'inéquations linéaires est le suivant :



(120, 70)
 (120, 10)
 (65, 15)
 (70, 10)

2- Vas-y tu es capable !

Le service des loisirs d'une ville se propose d'engager des élèves du secondaire et du collégial comme moniteurs et monitrices de terrains de jeux pour l'été.

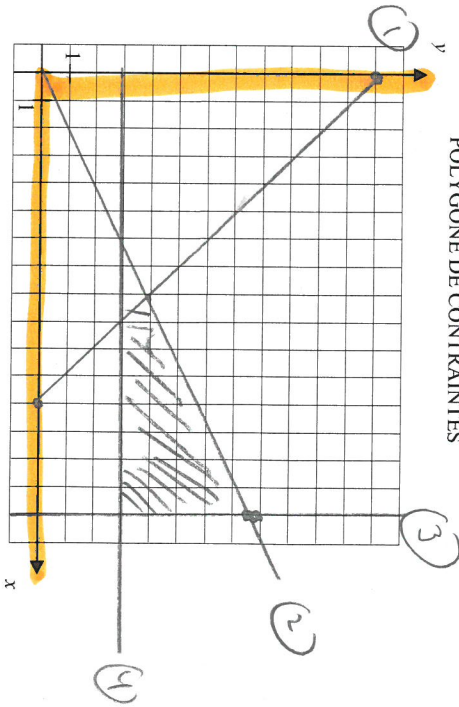
Soit x : le nombre d'élèves du collégial qui seront engagés
 y : le nombre d'élèves du secondaire qui seront engagés

Le responsable doit se conformer aux contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} x+y &\geq 12 \\ x &\geq 2y \\ x &\leq 16 \\ y &\geq 3 \end{aligned}$$

Tracez le polygone de contraintes correspondant à cette situation.

POLYgone DE CONTRAINTES



(9, 3) (8, 4) (16, 3) (16, 8)

Règle de l'objectif

Une compagnie fabrique des contenants bleus et des contenants jaunes. Elle désire en vendre 100 000 ou plus cette année. Le coût de fabrication d'un contenant bleu est de 0,75 \$ et celui d'un contenant jaune est de 1 \$. Le nombre de contenants bleus sera au moins le triple du nombre de contenants jaunes. Toutefois, elle ne veut pas dépasser 80 000 contenants bleus. Le prix de vente du contenant bleu est de 1,15 \$ et celui du contenant jaune, de 1,35 \$. Sa campagne de publicité lui a coûté 5000 \$.

Quelle est la règle de correspondance de la fonction qui permet de maximiser ses profits?

La règle de correspondance de la fonction qui permet de maximiser ses profits est :

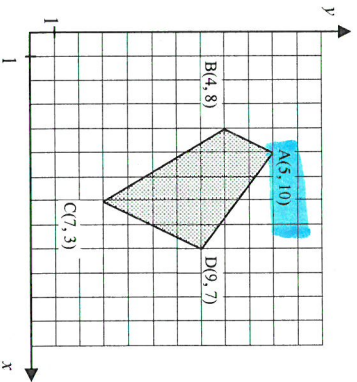
Soit x : nombre de contenants bleus
 y : nombre de contenants jaunes

$$P = 0,14x + 0,35y - 5000$$

Théorème important sur la recherche du max et du min :

Exemples

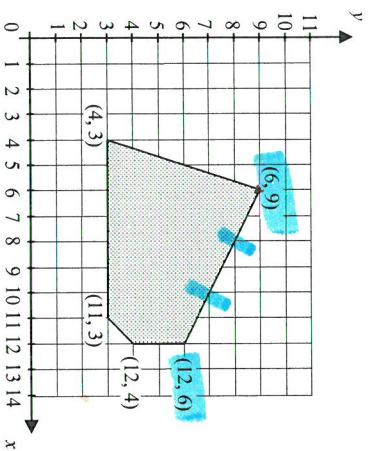
1- Les sommets d'un polygone de contraintes sont indiqués sur le graphique ci-dessous.



Si la fonction à optimiser est $Z = 2x + 3y - 10$, quel est le couple de valeurs qui maximise cette fonction?

$$\begin{aligned} A &= 30 \\ B &= 22 \\ C &= 13 \\ D &= 29 \end{aligned}$$

2- Le polygone de contraintes d'un problème d'optimisation est illustré ci-dessous.



La fonction d'optimisation Z est donnée par l'équation

$$Z = 1,25x + 2,50y$$

où x et y sont des nombres entiers. Combien de couples maximisent la fonction Z ?

4

Exercices

1- Un club de joueur de quilles a invité un conférencier. Les contraintes imposées par les traditions du club se traduisent par le système d'inéquation suivant :

$$x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \leq 3x ; x + y \leq 100 ; x + y \geq 60$$

où : x représente le nombre de membre du club.
 y le nombre de personnes invitées par les membres du club.

L'expression $6x + 10y$ représente la somme, en dollars, versée par l'ensemble des participants à la conférence.

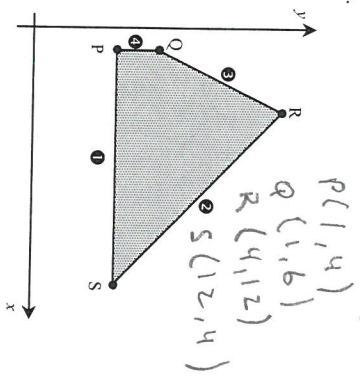
Quel est le revenu maximal que le club peut espérer atteindre en organisant cette conférence?

$$\begin{aligned} (100, 0) &= \$600 \\ (25, 75) &= 900\$ \\ (60, 0) &= 360\$ \\ (15, 45) &= 540\$ \end{aligned}$$

10

2-Olivier est caissier et emballleur dans une épicerie. Le nombre d'heures qu'il travaille chaque semaine est soumis à différentes contraintes. Ces contraintes sont représentées par les inéquations et le polygone de contraintes ci-dessous. Chaque côté du polygone et l'inéquation correspondante sont identifiés par le même numéro.

- 1 $y \geq 4$
- 2 $x + y \leq 16$
- 3 $y \leq 4 + 2x$
- 4 $x \geq 1$

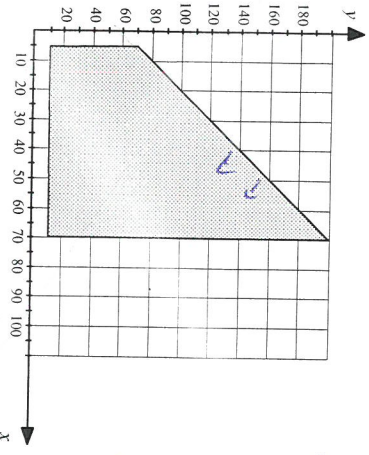


x : nombre d'heures de travail par semaine comme caissier
 y : nombre d'heures de travail par semaine comme emballleur

Le patron de Olivier lui offre deux modes de rémunération :
 Mode A : 13 \$ l'heure comme caissier et 8 \$ l'heure comme emballleur.
 Mode B : 9 \$ l'heure, peu importe qu'il soit caissier ou emballleur.

Quel mode de rémunération permet à Olivier d'obtenir le revenu maximal ?
 $Z_A = (12, 4)$
 $Z_A = 13x + 8y$
 $Z_B = 9x + 9y$

3-Un système d'inéquations permet de tracer le polygone de contraintes suivant :



$x \geq 75$
 $x \leq 100$
 $y \geq 70$
 $y \leq 2x + 60$

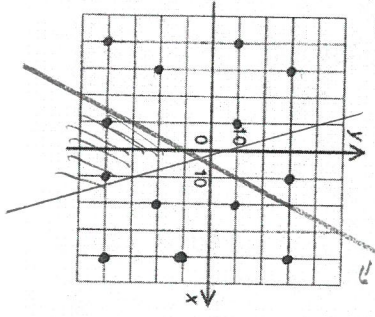
Quel système d'inéquations linéaires correspond à ce polygone de contraintes?

4.

Le propriétaire d'un champs de fraises, monsieur Miron, est au prise avec un sérieux problème de marmottes (siffleux). Il y a tellement de terriers dans son champs qu'il craint pour sa récolte. Prenant le taureau par les cornes, il dresse 2 chiens à « patrouiller » le champs pour attraper ces bestioles nuisibles. Il a quadrillé son champs et dressé ses deux chiens à couvrir des zones différentes. Les zones couvertes par chacun des chiens sont définies par les inéquations suivantes :



Le chien #1 patrouille le champs selon l'inéquation : $y - 2x < -10$
 Le chien #2 patrouille le champs selon l'inéquation : $2y \leq -7x + 10$
 Sachant que chacun des points sur le graphique représente des terriers :

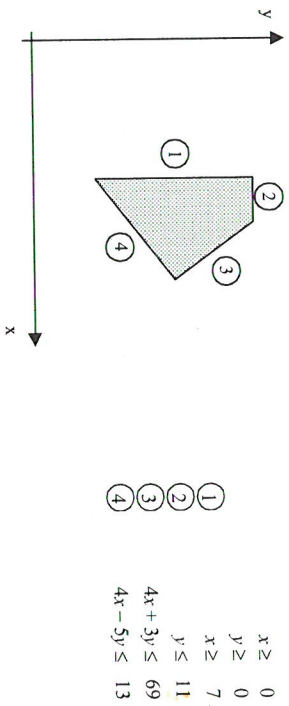


- a) Si tu étais une marmotte, quel(s) terrier(s) voudrais-tu occuper (pour être en sécurité)? $(10, 30)$
- b) Quel(s) terrier(s) conseillerais-tu à ton pire ennemi (le(s) moins sécuritaire(s)) ? $(10, -40)$ $(-10, -40)$
- c) Quel chien a le plus de travail?

Aucun

5- Soit un polygone de contraintes et le système d'inéquations correspondant.

Chaque côté du polygone porte le numéro de la relation qui lui est associée.



Lequel des couples ci-dessous correspond à un sommet du polygone de contraintes?

- A) (8, 11) NON
 B) (7, 2) NON
 C) (12, 7) OUI
 D) (11, 6) NON

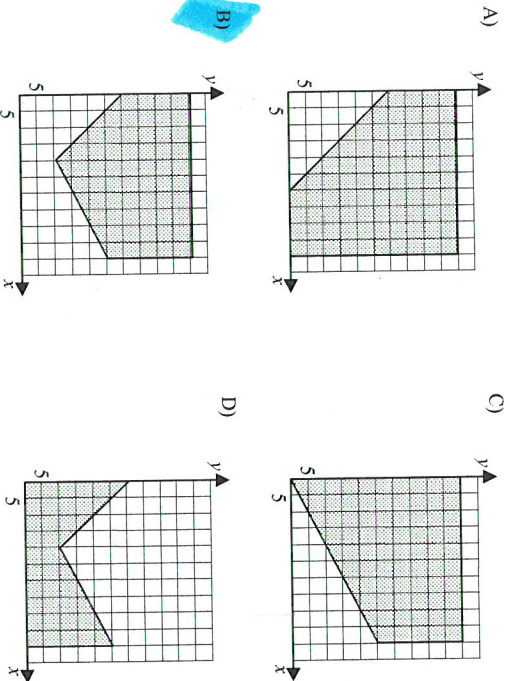
6- Pour minimiser ses coûts d'exploitation, une coopérative agricole doit respecter les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ y &\leq 50 \\ x &\leq 50 \\ x + y &\geq 30 \\ x &\leq 2y \end{aligned}$$

x : le nombre d'hectares réservés à la culture de la pomme de terre

y : le nombre d'hectares réservés à la culture du chou

Quel graphique représente le polygone de contraintes obtenu de ce système d'inéquations?



Exercices supplémentaires

Révision sur les systèmes d'équations p 92

À lire le beau problème de la page 105 et le savoir 2.1 page 107 - 108

Page 109 no 2,4,6,7 et 10