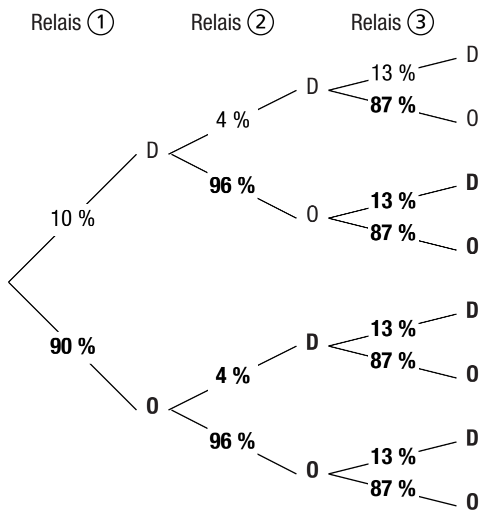
RÉVISION 4

Réactivation 1

Page 80

a.



Résultat	Probabilité
(D, D, D)	**0,052 %**
(D, D, 0)	**0,348 %**
(**D**, **0**, **D**)	**1,248 %**
(**D**, **0**, **0**)	**8,352 %**
(**0**, **D**, **D**)	**0,468 %**
(**0**, **D**, **0**)	**3,132 %**
(**0**, **0**, **D**)	**11,232 %**
(**0**, **0**, **0**)	**75,168 %**

Légende
D : Défaillant
0 : Opérationnel

b. **1)** 0,4 % **2)** 0,052 % **3)** 99,948 % **4)** 75,168 %

Réactivation 2

Page 81

a. **1)** 54 100 $ **2)** 49 200 $ **3)** 70 300 $

b. Dans l'école **B.**

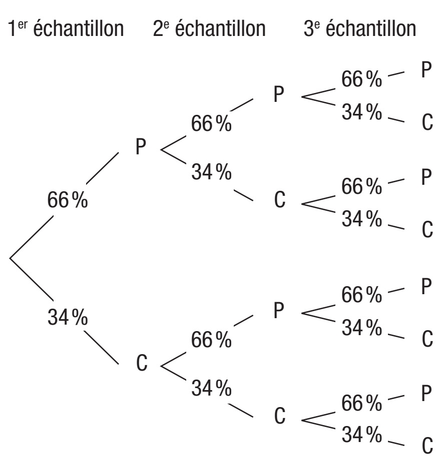
c. **1)** ≈ 458 860,76 $ **2)** ≈ 228 797,47 $ **3)** ≈ 312 341,77 $

Mise à jour

Page 84

1. a) $\frac{120}{15\,600}$ ou $\frac{1}{130}$. **b)** $\frac{6840}{15\,600}$ ou $\frac{57}{130}$. **c)** $\frac{2280}{15\,600}$ ou $\frac{19}{130}$. **d)** $\frac{30}{15\,600}$ ou $\frac{1}{520}$. **e)** $\frac{1}{15\,600}$

2. a)



Résultat	Probabilité
(P, P, P)	28,7496 %
(P, P, C)	14,8104 %
(P, C, P)	14,8104 %
(P, C, C)	7,6296 %
(C, P, P)	14,8104 %
(C, P, C)	7,6296 %
(C, C, P)	7,6296 %
(C, C, C)	3,9304 %

Légende
P : Potable
C : Contaminée

b) A : {(P, P, C), (P, C, P), (C, P, P)}

c) $P(\text{B}) = 3 \times 7{,}6296\,\% + 3{,}9304\,\%$
$= 26{,}8192\,\%$

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Tous les échantillons sont contaminés.

3. a) $\frac{9}{50}$ **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** $\frac{11}{120}$ **d)** $\frac{9}{250}$

Mise à jour (*suite*) **Page 85**

4. a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{8}$ **c)** $\frac{1}{64}$ **d)** $\frac{1}{512}$

5. 78,75 %

6. a) $\frac{1 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26}{10 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26} = \frac{1}{10} = 10\,\%$

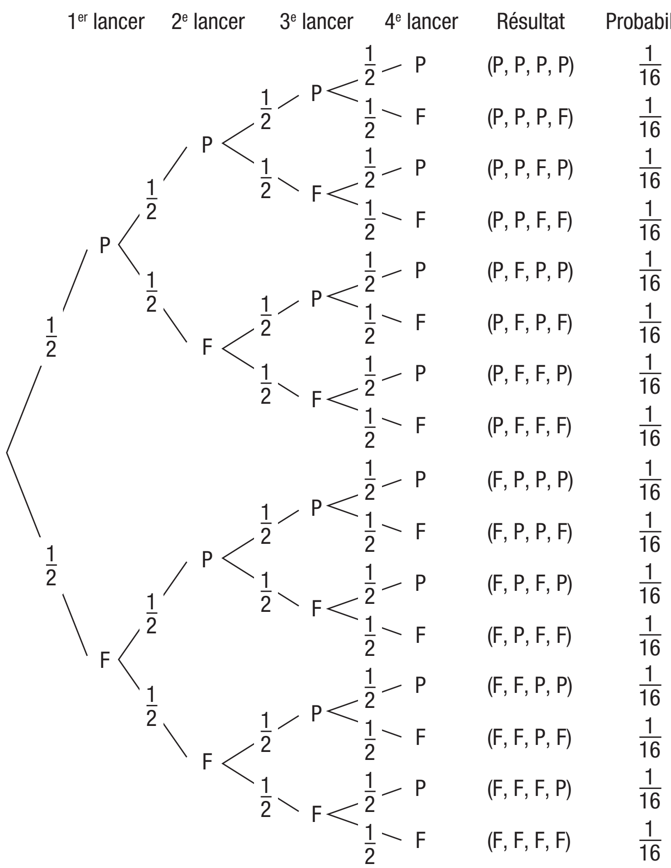
b) $\frac{10 \times 10 \times 10 \times 1 \times 1 \times 26}{10 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26} = \frac{1}{676}$, soit environ 0,15 %.

c) $\frac{10 \times 10 \times 10 \times 1 \times 1 \times 1}{10 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26} = \frac{1}{17\,576}$, soit environ 0,0057 %.

d) $\frac{1 \times 1 \times 1 \times 26 \times 26 \times 26}{10 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26} = \frac{1}{1000} = 0{,}1\,\%$.

Mise à jour (*suite*) **Page 86**

7. a)



b) $\frac{1}{8}$ **c)** $\frac{3}{8}$

8. a) 1) $\frac{1}{6}$ **2)** $\frac{16}{81}$ **b) 1)** $\frac{5}{9}$ **2)** $\frac{40}{81}$ **c) 1)** $\frac{5}{18}$ **2)** $\frac{25}{81}$

9. a) 63,58 % **b)** 0,27 % **c)** 36,42 %

Mise à jour (*suite*) **Page 87**

10. La personne qui affirme que la probabilité d'obtenir un nombre impair est égale à celle d'obtenir un nombre pair a raison puisque le résultat d'un lancer ne dépend pas des résultats des lancers précédents.

11. a) 1) $P(\text{B, B}) = 45\,\% \times 40\,\% = 18\,\%$ **2)** $P(\text{b, b}) = 55\,\% \times 60\,\% = 33\,\%$

3) $P(\text{un allèle B et un allèle b}) = P(\text{B, b}) + P(\text{b, B}) = 45\,\% \times 60\,\% + 55\,\% \times 40\,\% = 49\,\%$

b) 1) 33 % **2)** 67 %

SECTION 4.1 Les types d'événements

Problème

Page 88

JEU 1

L'événement qui engendre un gain du participant est A : {(N, B), (B, N)}.

$P(A) = \frac{10}{20} \times \frac{10}{20} + \frac{10}{20} \times \frac{10}{20} = \frac{200}{400}$, soit 0,5.

JEU 2

L'événement qui engendre un gain du participant est A : {(N, B), (B, N)}.

$P(A) = \frac{10}{20} \times \frac{10}{19} + \frac{10}{20} \times \frac{10}{19} = \frac{200}{380}$, soit environ 0,53.

JEU 3

L'événement qui engendre un gain du participant est A : {(N, B), (B, N)}.

$P(A) = \frac{10}{20} \times \frac{10}{21} + \frac{10}{20} \times \frac{10}{21} = \frac{200}{420}$, soit environ 0,48.

JEU 4

L'événement qui engendre un gain du participant est A : {(N, N), (B, B)}.

$P(A) = \frac{10}{20} \times \frac{10}{21} + \frac{10}{20} \times \frac{10}{21} = \frac{200}{420}$, soit environ 0,48.

JEU 5

L'événement qui engendre un gain du participant est A : {(N, B), (N, V), (B, N), (B, V)}.

$P(A) = \frac{10}{20} \times \frac{10}{21} + \frac{10}{20} \times \frac{1}{21} + \frac{10}{20} \times \frac{10}{21} + \frac{10}{20} \times \frac{1}{21} = \frac{220}{420}$, soit environ 0,52.

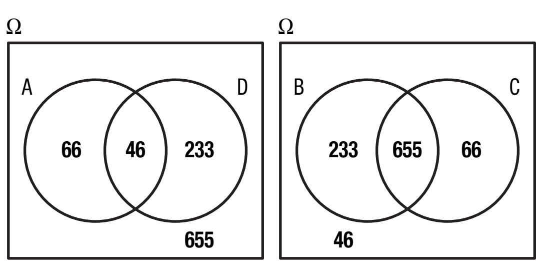
Cette personne devrait participer au JEU 2, car il offre la plus forte probabilité de gagner.

Activité 1

Page 89

a. **1)** 112 tests. **2)** 279 tests. **3)** 66 tests. **4)** 934 tests. **5)** 46 tests. **6)** 1000 tests.

b.



c. **1)** $\frac{196}{15\,625}$ ou $\approx$ 1,25 %. **2)** $\frac{4309}{55\,500}$ ou $\approx$ 7,76 %.

3) $\frac{7689}{500\,000}$ ou $\approx$ 1,54 %. **4)** $\frac{7689}{499\,500}$ ou $\approx$ 1,54 %.

Mise au point 4.1

Page 92

1. a) Oui. Ils sont mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection est de 0.

b) Non. Ils ne sont pas mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection n'est pas de 0.

c) Oui. Ils sont mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection est de 0.

d) Oui. Ils sont mutuellement exclusifs, car la probabilité de l'intersection est de 0.

2. a) **1)** Oui, parce que 3 n'est pas un nombre pair et donc, $A \cap B = \varnothing$.

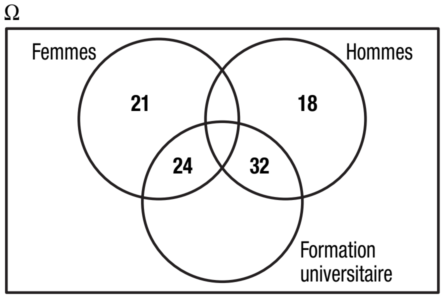
2) Non, parce que 6 est un nombre pair et donc, $A \cap B \neq \varnothing$.

b) **1)** $\frac{2}{3}$ **2)** $\frac{2}{3}$

3. **a)** Événements indépendants. **b)** Événements dépendants. **c)** Événements indépendants.

Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 93**

4. **a)**

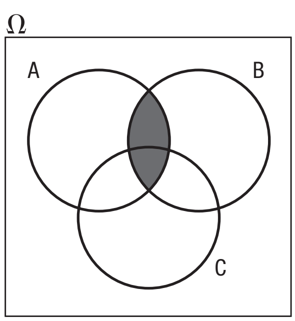


b) $\frac{77}{95}$ ou ≈ 81,05 %.

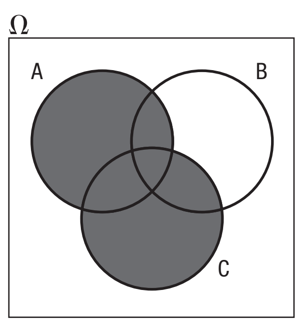
5. **a)** Événements mutuellement exclusifs. **b)** Événements non mutuellement exclusifs.
c) Événements non mutuellement exclusifs. **d)** Événements non mutuellement exclusifs.

6. **a)** Vraie. **b)** Vraie. **c)** Fausse. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ **d)** Vraie.
e) Vraie. **f)** Fausse. $A' \cap B'$ **g)** Fausse. $\varnothing$ **h)** Fausse. A

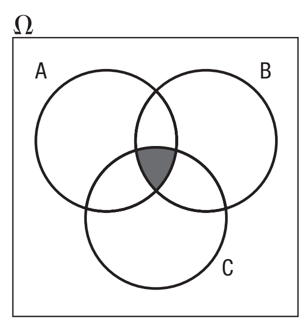
7. **a)**



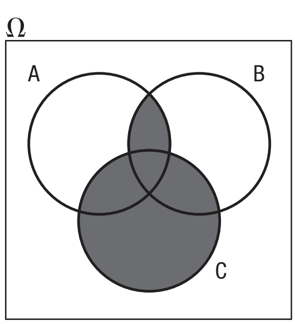
b)



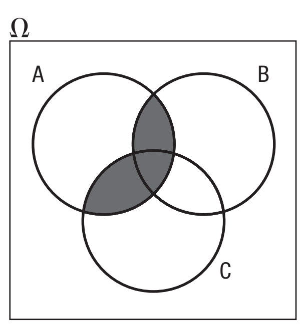
c)



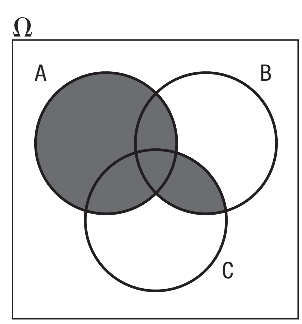
d)



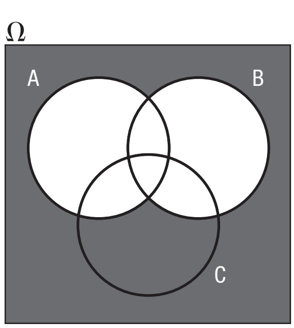
e)



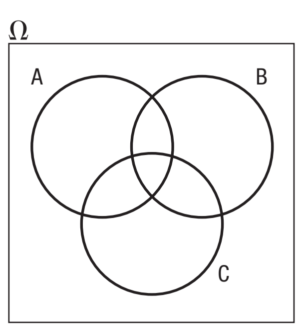
f)



g)



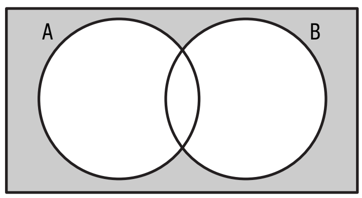
h)



Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 94**

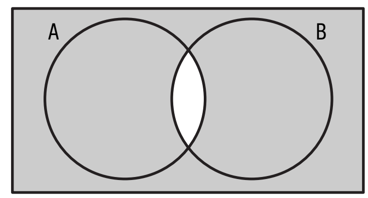
8. a) Dans les deux cas, la région décrite correspond à celle illustrée ci-dessous.

Ω

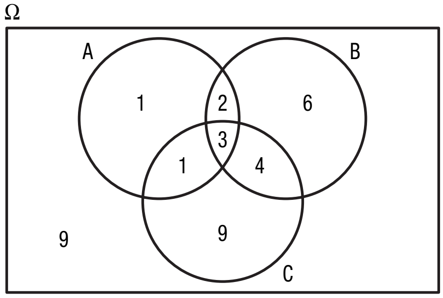


b) Dans les deux cas, la région décrite correspond à celle illustrée ci-dessous.

Ω



9. a) Ω



b) 1) $A \cap B$ **2)** $A \cap (B \cup C)$ ou $(A \cap B) \cup (A \cap C)$. **3)** $(B \cap C) \cup (A \cap C)$

c) 1) $\frac{17}{35}$ **2)** $\frac{1}{7}$ **3)** $\frac{26}{35}$ **4)** $\frac{3}{35}$ **5)** $\frac{8}{35}$ **6)** $\frac{11}{35}$

d) 1) $\frac{8}{35}$ **2)** $\frac{18}{35}$ **3)** $\frac{1}{35}$

Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 95**

10. Si $A \cup B = A$, cela implique que l'ensemble B est inclus dans l'ensemble A. Dans ce cas, puisque $A \cap B$ correspond aux éléments communs aux ensembles A et B, on a $A \cap B = B$.

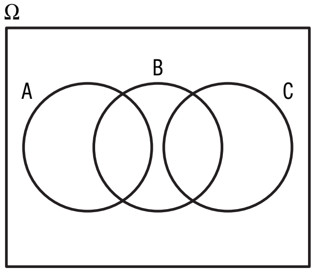
11. a) Ils sont constitués d'événements dépendants, car où s'effectue le second tirage dépend de la couleur de la première bille tirée et les urnes B et C n'ont pas le même contenu.

b) 1) 0 **2)** $\frac{232}{495}$ ou $\approx 46{,}87\ \%$. **3)** $\frac{263}{495}$ ou $\approx 53{,}13\ \%$.

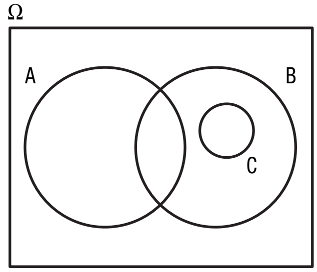
c) 1) « Tirer deux billes de couleur identique » et « tirer deux billes de couleurs différentes ».

2) « Tirer au moins une bille rouge » et « tirer deux billes de couleur identique ».

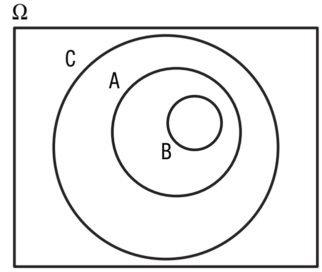
12. a) Ω



b) Ω



c) Ω



13. a) Non, car il est possible d'obtenir une somme à la fois paire et supérieure à 7.

b) 1) $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

2) $P(B) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

3) $P(A \cap B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{18}{36} + \frac{21}{36} - \frac{9}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

14. a) 1) La probabilité est de 100 %, car tous les receveurs sont compatibles avec un donneur O.
2) La probabilité est de 9 % + 46 % = 55 %, car seuls les donneurs B et O sont compatibles avec un receveur B.
3) La probabilité est de 100 %, car tous les donneurs sont compatibles avec un receveur AB.
4) La probabilité est de 42 % + 3 % = 45 %, car seuls les receveurs A et AB sont compatibles avec un donneur A.
5) La probabilité est de 46 %, car seuls les donneurs O sont compatibles simultanément avec les receveurs A et B.
6) La probabilité est de 9 % + 3 % = 12 %, car seuls les receveurs B ou AB peuvent recevoir du sang de la part de donneurs A ou AB.

b) L'univers des possibles est {(A, A), (A, B), (A, AB), (A, O), (B, A), (B, B), (B, AB), (B, O), (AB, A), (AB, B), (AB, AB), (AB, O), (O, A), (O, B), (O, AB), (O, O)}.
Le tableau permet de déduire que les résultats (A, B) et (B, A) sont les seuls associés à deux personnes qui sont totalement incompatibles.
On a $P(\text{B, A}) = P(\text{A, B}) = 42\,\% \times 9\,\% = 3{,}78\,\%$.
La probabilité que les deux personnes soient compatibles d'une manière ou d'une autre est donc de $100\,\% - 2 \times 3{,}78\,\%$, soit 92,44 %.

15. a) Soit l'événement D : « il pleuvra mardi » et l'événement E : « il pleuvra mercredi ».
1) $P(\text{A}) \times P(\text{D}) = P(\text{B})$
$0{,}45 \times P(\text{D}) = 0{,}3$
$P(\text{D}) = \frac{2}{3}$
La probabilité qu'il pleuve mardi est de $\frac{2}{3}$, soit environ de 66,67 %.
2) Puisque $\text{C} = \text{D} \cup \text{E}$, on a :
$P(\text{C}) = P(\text{D}) + P(\text{E}) - P(\text{D} \cap \text{E})$
$0{,}8 = \frac{2}{3} + P(\text{E}) - \frac{2}{3} \times P(\text{E})$
$0{,}8 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\,P(\text{E})$
$P(\text{E}) = 0{,}4$
La probabilité qu'il pleuve mercredi est donc de 40 %.
3) On cherche $P(\text{A} \cup \text{E})$.
$P(\text{A} \cup \text{E}) = P(\text{A}) + P(\text{E}) - P(\text{A} \cap \text{E})$
$P(\text{A} \cup \text{E}) = 0{,}45 + 0{,}4 - 0{,}45 \times 0{,}4$
$P(\text{A} \cup \text{E}) = 0{,}67$
La probabilité qu'il pleuve lundi ou mercredi est de 67 %.
4) On cherche $P(\text{A} \cap \text{D} \cap \text{E})$.
$P(\text{A} \cap \text{D} \cap \text{E}) = P(\text{A}) + P(\text{D}) \times P(\text{E}) = 0{,}45 \times \frac{2}{3} \times 0{,}4 = 0{,}12$
La probabilité qu'il pleuve lundi, mardi et mercredi est de 12 %.

b) Cela revient à calculer la probabilité de l'événement complémentaire à « il ne pleuvra aucune journée ». On a :
$P(\text{il ne pleuvra aucune journée}) = (1 - P(\text{A})) \times (1 - P(\text{D})) \times (1 - P(\text{E}))$
$P(\text{il ne pleuvra aucune journée}) = (1 - 0{,}45) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times (1 - 0{,}4)$
$P(\text{il ne pleuvra aucune journée}) = 0{,}11$
On en déduit que la probabilité qu'il pleuve au moins une journée est de $1 - 0{,}11$, soit 0,89 ou 89 %.

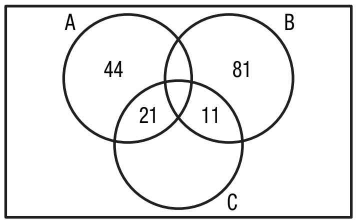
16. a) 1) « obtenir un accord de *do* majeur ou un accord qui contient la note *sol* ».
2) « obtenir un accord de *do* majeur et un accord de *sol* majeur ».
3) « obtenir un accord de *sol* majeur qui contient la note *sol* ».

b) **1)** « obtenir un accord de *do* majeur » et « obtenir un accord qui contient la note *sol* ».
« obtenir un accord de *sol* majeur » et « obtenir un accord qui contient la note *sol* ».

2) « obtenir un accord de *do* majeur » et « obtenir un accord de *sol* majeur ».

c) **1)** $\frac{24}{336}$ ou $\frac{1}{14}$. **2)** $\frac{18}{336}$ ou $\frac{3}{56}$. **3)** $\frac{126}{336}$ ou $\frac{3}{8}$.

17. a) Ω



b) **1)** 100 % **2)** $\frac{76}{157}$ ou $\approx$ 48,41 %. **3)** $\frac{113}{157}$ ou $\approx$ 71,97 %.

4) $\frac{21}{157}$ ou $\approx$ 13,38 %. **5)** $\frac{11}{157}$ ou $\approx$ 7,01 %.

c) Ces événements sont dépendants, car la composition du personnel disponible pour les 2e et 3e choix dépend des personnes choisies au cours des choix précédents.

d) $\approx$ 8,51 %

SECTION 4.2 La probabilité conditionnelle

Problème

Page 98

Situation ①

On peut traduire cette situation par une expérience aléatoire dont les deux étapes sont :

1) déterminer le sexe du 1er enfant ;

2) déterminer le sexe du 2e enfant.

L'univers des possibles associé au sexe des deux enfants contient 4 résultats équiprobables, soit {(G, G), (G, F), (F, G), (F, F)}.

L'information donnée par la collègue de travail permet de restreindre l'univers des possibles à 3 résultats, soit {(G, G), (G, F), (F, G)}, tous équiprobables. On a donc $P(\text{G, G}) = \frac{1}{3}$. La probabilité que la famille soit composée de deux garçons est donc de $\frac{1}{3}$.

Situation ②

On peut traduire cette situation par une expérience aléatoire dont les deux étapes sont :

1) déterminer le sexe de l'enfant qui répond à la porte ;

2) déterminer le sexe de l'enfant qui se trouve dans la maison.

L'univers des possibles associé au sexe des deux enfants contient 4 résultats équiprobables, soit {(G, G), (G, F), (F, G), (F, F)}.

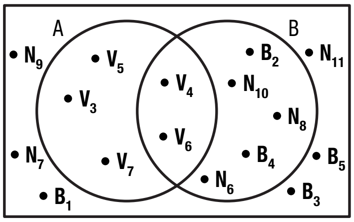
Puisque l'enfant qui répond à la porte est un garçon, l'univers des possibles est restreint à 2 résultats, soit {(G, G), (G, F)}, tous équiprobables. On a donc $P(\text{G, G}) = \frac{1}{2}$. La probabilité que la famille soit composée de deux garçons est donc de $\frac{1}{2}$.

Les probabilités sont différentes car, dans la situation ①, on calcule la probabilité que les deux enfants soient des garçons sachant que l'un d'eux est un garçon tandis que dans la situation ②, on calcule la probabilité que les deux enfants soient des garçons sachant que celui qui répond à la porte est un garçon. L'information donnée dans la situation ② est plus précise que dans la situation ①, ce qui permet d'éliminer plus de résultats de l'univers des possibles.

Activité 1

Page 99

a. Ω



b. Les événements A et B sont non mutuellement exclusifs puisque l'intersection, soit $(A \cap B)$, n'est pas vide.

c. **1)** $P(A) = \frac{5}{16}$ **2)** $P(B) = \frac{7}{16}$ **3)** $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

d. **1)** La probabilité est de $\frac{2}{7}$, car deux boules vertes portent un numéro pair et 7 boules ont un numéro pair.
2) La probabilité de l'événement A a changé.

e. La réalisation de l'événement « obtenir une boule qui porte un nombre pair » a pour effet de restreindre à 7 le nombre de résultats possibles du tirage et à 2 le nombre de résultats favorables à l'événement « obtenir une boule verte ».

f. **1)** $\frac{2}{5}$ **2)** $\frac{3}{5}$ **3)** $\frac{3}{7}$

Mise au point 4.2

Page 101

1. a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{1}{3}$ **e)** 0

2. a) $\approx 0{,}31$ **b)** $\approx 0{,}52$ **c)** $\approx 0{,}28$ **d)** $\approx 0{,}42$ **e)** 0 **f)** 0

3. a) $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{1}{13}$ **c)** $\frac{1}{13}$ **d)** $\frac{1}{2}$ **e)** $\frac{1}{2}$ **f)** $\frac{1}{2}$

4. a) $\frac{3}{7}$ **b)** $\frac{3}{7}$ **c)** $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$. **d)** $\frac{3}{7}$ **e)** $\frac{3}{7}$ **f)** $\frac{2}{3}$

Mise au point 4.2 (*suite*)

Page 102

5. a) A est inclus dans B.
b) Les événements A et B sont indépendants.
c) Les événements A et B sont mutuellement exclusifs.

6. a)

Contrôle de qualité des forets

	Non défectueux	Défectueux	Total
Nombre de forets à bois	540	34	**574**
Nombre de forets à ciment	**870**	**56**	**926**
Total	1410	**90**	1500

1) $\frac{287}{750}$ **2)** $\frac{28}{463}$ **3)** $\frac{17}{45}$

b) **1)** $\frac{34}{1500} \times \frac{33}{1499} = \frac{1122}{2\,248\,500} = \frac{187}{374\,750}$ ou $\approx 0{,}05\,\%$.
2) $\frac{56}{1500} \times \frac{55}{1499} = \frac{3080}{2\,248\,500} = \frac{154}{112\,425}$ ou $\approx 0{,}14\,\%$.

7. a) **1)** $\frac{550}{2800} = \frac{11}{56}$ ou $\approx 19{,}64\,\%$. **2)** $\frac{2250}{10\,000} = \frac{9}{40}$ ou $\approx 22{,}5\,\%$.
3) $\frac{7750}{17\,200} = \frac{155}{344}$ ou $\approx 45{,}06\,\%$. **4)** $\frac{7750}{10\,000} = \frac{31}{40}$ ou $\approx 77{,}5\,\%$.
b) **1)** À l'énoncé **2).** **2)** À l'énoncé **4).** **3)** À l'énoncé **1).** **4)** À l'énoncé **3).**
c) L'efficacité de ce vaccin est de 94,5 %.

Mise au point 4.2 (*suite*)

8. a) **1)** $\frac{1}{2}$ **2)** $\frac{1}{2}$ **3)** $\frac{1}{2}$

b) Non, car l'information donnée restreint le nombre de résultats possibles et le nombre de résultats favorables dans les mêmes proportions. En conséquence, la probabilité demeure la même.

9. a) En isolant $P(A \cap B)$ dans chaque égalité, on obtient deux égalités équivalentes, soit $P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$ et $P(A \cap B) = P(B) \times P(A \mid B)$. On en déduit que $P(A) \times P(B \mid A) = P(B) \times P(A \mid B)$.

En isolant $P(B \mid A)$ dans l'égalité précédente, on obtient $P(B \mid A) = \frac{P(A \mid B) \times P(B)}{P(A)}$.

b) **1)** $\frac{1}{2} \times \frac{10}{20} + \frac{1}{2} \times \frac{12}{20} = \frac{11}{20}$ **2)** $\frac{1}{2}$ **3)** $\frac{1}{2} \times \frac{10}{20} + \frac{1}{2} \times \frac{8}{20} = \frac{9}{20}$

4) $\frac{1}{2}$ **5)** $\frac{1}{2} \times \frac{10}{20} = \frac{1}{4}$ **6)** $\frac{1}{2}$ **7)** $\frac{2}{5}$

c) **1)** Selon le théorème de Bayes :

$$P(\text{urne ①} \mid \text{blanche}) = \frac{P(\text{blanche} \mid \text{urne ①}) \times P(\text{urne ①})}{P(\text{blanche})} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{11}{20}} = \frac{5}{11}.$$

2) Selon le théorème de Bayes :

$$P(\text{urne ②} \mid \text{noire}) = \frac{P(\text{noire} \mid \text{urne ②}) \times P(\text{urne ②})}{P(\text{noire})} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}}{\frac{9}{20}} = \frac{4}{9}.$$

Mise au point 4.2 (*suite*)

10. a) $\approx$ 75,99 % **b)** 16 % **c)** $\approx$ 10,26 % **d)** $\approx$ 24,46 %

11. a) **1)** $\frac{1}{3}$ **2)** $\frac{1}{3}$ **3)** $\frac{5}{6}$

b) **1)** $\frac{1}{4}$ **2)** $\frac{1}{3}$ **3)** $\frac{1}{4}$

c) La probabilité que cette télécommande allume tous les téléviseurs a augmenté, car seulement deux télécommandes allument le téléviseur Ⓑ, dont une qui allume tous les téléviseurs. On en déduit que $P(\text{allume tous les téléviseurs} \mid \text{allume le téléviseur Ⓑ}) = \frac{1}{2}$.

Mise au point 4.2 (*suite*)

12. a)

Présence d'EPO / Présence d'hormones de croissance	Probabilité qu'un cycliste ait un résultat positif (%)	Probabilité qu'un cycliste ait un résultat négatif (%)	Total (%)
Probabilité qu'un cycliste ait un résultat positif (%)	**15,625**	9,375	**25**
Probabilité qu'un cycliste ait un résultat négatif (%)	6,25	**68,75**	75
Total (%)	21,875	**78,125**	**100**

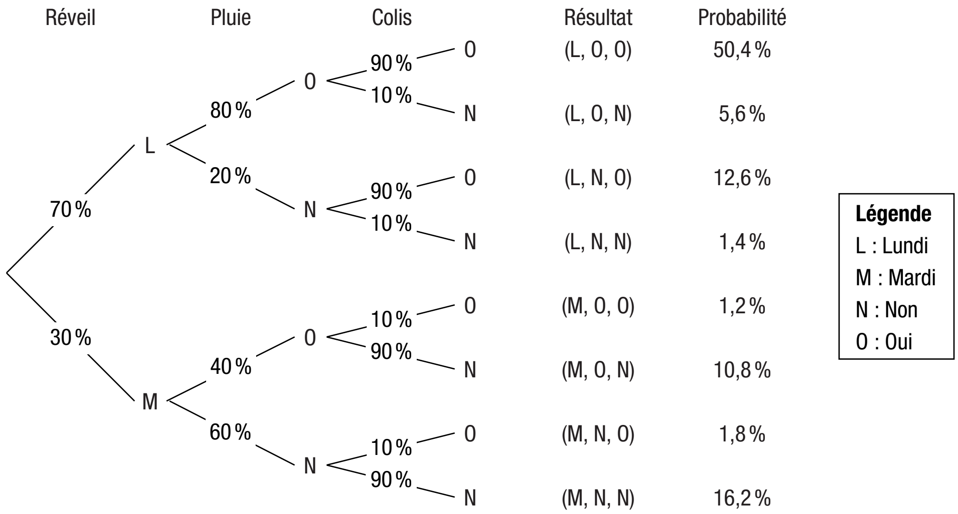
b) 50 %

13. a) 360 collectionneurs. **b)** $\frac{1}{40}$ **c)** **1)** $\frac{1}{6}$ **2)** $\frac{1}{8}$

Mise au point 4.2 (*suite*)

14. a) $\frac{\pi}{8}$ ou $\approx$ 39,27 %. **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{\pi}{2(\pi + 2)}$ ou $\approx$ 30,55 %.

15. a)



b) 1) 56 % **2)** 14 % **3)** 50,4 % **4)** 16,2 %

c) 1) i) $P(\text{lundi} \mid \text{il pleut}) = \dfrac{P(\text{lundi et il pleut})}{P(\text{il pleut})} = \dfrac{56\ \%}{68\ \%}$, soit $\approx 82{,}35\ \%$.

ii) $P(\text{mardi} \mid \text{il pleut}) = \dfrac{P(\text{mardi et il pleut})}{P(\text{il pleut})} = \dfrac{12\ \%}{68\ \%}$, soit $\approx 17{,}65\ \%$.

2) i) $P(\text{lundi} \mid \text{il pleut et pas de colis}) = \dfrac{P(\text{lundi et il pleut et pas de colis})}{P(\text{il pleut et pas de colis})} = \dfrac{5{,}6\ \%}{16{,}4\ \%}$, soit $\approx 34{,}15\ \%$.

ii) $P(\text{mardi} \mid \text{il pleut et pas de colis}) = \dfrac{P(\text{mardi et il pleut et pas de colis})}{P(\text{il pleut et pas de colis})} = \dfrac{10{,}8\ \%}{16{,}4\ \%}$, soit $\approx 65{,}85\ \%$.

SECTION 4.3 Les procédures de vote

Problème

Page 107

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

Elsa remporte cette élection pour les raisons suivantes :

- même si elle obtient moins de votes de 1er choix que Julie, elle en remporte autant que Mahmoud et elle est mieux classée que Julie dans plus de la moitié des bulletins de vote ;
- elle obtient plus de votes de 2e choix que Julie et Mahmoud ;
- elle obtient le moins de votes de 3e choix, ce qui signifie qu'elle est la moins impopulaire des trois candidats.

Activité 1

Page 108

a. 1) La candidate C remporte le trophée. **2)** Aucune candidate ne l'emporte.

b. 1) 25 membres. **2)** 28 membres. **3)** 26 membres. **4)** 27 membres. **5)** 22 membres. **6)** 31 membres.

c. 1) La candidate B. **2)** La candidate C. **3)** La candidate C.

d. La candidate C est la récipiendaire du trophée.

Activité 1 (*suite*)

Page 109

e. 1) 100 points. **2)** 107 points. **3)** 111 points.

f. La candidate C.

g. 1) 16 votes. **2)** 17 votes. **3)** 20 votes.

h. 1) Non. **2)** La candidate A.

i. 1) 7 votes sont transférés à la candidate C et 9 votes sont transférés à la candidate B.
2) La candidate C remporte le trophée.

j. **1)** 62 membres. **2)** 42 membres. **3)** 30 membres. **4)** 44 membres.

k. Joyce Cramer remporte ce trophée.

Activité 2

Page 110

a. **1)** Le parti A. **2)** Le parti C. **3)** Le parti C.

b. **1)** 2 sièges. **2)** 3 sièges. **3)** 7 sièges.

c. Le parti C dirigera le Conseil municipal.

d. **1)** $0{,}25 \times 120 = 30$ sièges. **2)** $0{,}2 \times 120 = 24$ sièges. **3)** $0{,}55 \times 120 = 66$ sièges.

e. Le parti F dirigera le gouvernement.

Mise au point 4.3

Page 113

1. a) La marche. **b)** Le soccer. **c)** Le Jello.

2. a) Le cinéma. **b)** Le cinéma.

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 114

3. a) **Choix de l'emplacement de l'école**

Nombre de personnes qui ont ordonné les villages de cette façon	4000	3000	4500	3600
1er choix	A	**B**	**C**	**D**
2e choix	D	**C**	**B**	**A**
3e choix	C	**D**	**D**	**C**
4e choix	B	**A**	**A**	**B**

b) **1)** Le village C.
2) Le village C.
3) Le village D.

c) **1)** Aucun village.
2) Le village C.
3) Le village D.

4. a) Aucune équipe. **b)** Les Bruins. **c)** Les Canadiens.

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 115

5. a) **1)** Le parti A obtient 2 sièges, le parti B en obtient 2 et le parti C en obtient 6.
2) Oui, car le parti C remporte plus de la moitié des sièges.

b) **1)** Le parti A obtient 3 sièges, le parti B en obtient 3 et le parti C en obtient 4.
2) Non, car le parti C remporte moins de la moitié des sièges.

6. Julie P. et Angelo R.

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 116

7. a) **1)** Le Parti libéral. **2)** Le Parti libéral.

b) **1)** Non, car il a obtenu moins de la moitié des sièges.
2) Oui, car il a obtenu plus de la moitié des sièges.

c) **1)** **Élections de 2007**

Parti	Nombre de sièges
Parti libéral	41
Parti québécois	35
Action démocratique du Québec	39
Québec solidaire	5
Parti vert du Québec	5
Autres partis	0

2) **Élections de 2008**

Parti	Nombre de sièges
Parti libéral	53
Parti québécois	44
Action démocratique du Québec	20
Québec solidaire	5
Parti vert du Québec	3
Autres partis	0

8. a) 1) 3 sièges. **2)** 3 sièges. **3)** 4 sièges.

b) 1) Aux candidats 1, 4 et 8. **2)** Aux candidats 1, 7 et 9. **3)** Aux candidats 2, 4, 7 et 8.

Mise au point 4.3 (*suite*) **Page 117**

9. a) La candidate C est la vainqueur. **b)** La candidate B est la vainqueur.

10. a) **Attribution des sièges**

Circonscription	Population	Nombre minimal de sièges attribués	Reste
A	60 000	$162 \times \frac{60\,000}{100\,000} = 97{,}2$, soit 97 sièges	0,2
B	30 000	**$162 \times \frac{30\,000}{100\,000} = 48{,}6$, soit 48 sièges**	**0,6**
C	9 000	**$162 \times \frac{9000}{100\,000} = 14{,}58$, soit 14 sièges**	**0,58**
D	1 000	**$162 \times \frac{1000}{100\,000} = 1{,}62$, soit 1 siège**	**0,62**
Total	100 000		

b) Circonscription A : 97 sièges.
Circonscription B : 49 sièges.
Circonscription C : 14 sièges.
Circonscription D : 2 sièges.

c)

Circonscription	Population	Nombre minimal de sièges attribués	Reste
A	60 000	$163 \times \frac{60\,000}{100\,000} = 97{,}8$, soit 97 sièges	0,8
B	30 000	$163 \times \frac{30\,000}{100\,000} = 48{,}9$, soit 48 sièges	0,9
C	9 000	$163 \times \frac{9000}{100\,000} = 14{,}67$, soit 14 sièges	0,67
D	1 000	$163 \times \frac{1000}{100\,000} = 1{,}63$, soit 1 siège	0,63
Total	100 000		

Les trois sièges restants seront attribués aux circonscriptions A, B et C. La circonscription D se retrouve avec 1 seul siège, alors qu'elle en avait 2 lorsque le Parlement comptait 162 sièges.

SECTION 4.4 La prise de décisions concernant les contextes de choix social

Problème **Page 118**

1. Déterminer le parti vainqueur selon la règle de la pluralité.

Le parti Alliance sort vainqueur avec 6 sièges sur 12.
Le parti Solidarité arrive en 2^{e} position avec 4 sièges sur 12.

2. Calculer le pourcentage des votes obtenus par chaque parti.

Il s'agit de calculer une moyenne pondérée selon la population de chaque circonscription.

Pourcentage des votes obtenus par le parti Écologix : $0{,}26 \times 0{,}084 + 0{,}33 \times 0{,}091 + 0{,}11 \times 0{,}082 + 0{,}36 \times 0{,}079 + 0{,}14 \times 0{,}086 + 0{,}13 \times 0{,}085 + 0{,}36 \times 0{,}078 + 0{,}41 \times 0{,}08 + 0{,}20 \times 0{,}088 + 0{,}30 \times 0{,}092 + 0{,}19 \times 0{,}077 + 0{,}17 \times 0{,}078 = 24{,}639\,\%$

Pourcentage des votes obtenus par le parti Solidarité : $0{,}29 \times 0{,}084 + 0{,}33 \times 0{,}091 + 0{,}44 \times 0{,}082 + 0{,}37 \times 0{,}079 + 0{,}40 \times 0{,}086 + 0{,}75 \times 0{,}085 + 0{,}29 \times 0{,}078 + 0{,}28 \times 0{,}08 + 0{,}36 \times 0{,}088 + 0{,}49 \times 0{,}092 + 0{,}35 \times 0{,}077 + 0{,}52 \times 0{,}078 = 40{,}714\,\%$

Pourcentage des votes obtenus par le parti Alliance : $0{,}45 \times 0{,}084 + 0{,}34 \times 0{,}091 + 0{,}45 \times 0{,}082 + 0{,}27 \times 0{,}079 + 0{,}46 \times 0{,}086 + 0{,}12 \times 0{,}085 + 0{,}35 \times 0{,}078 + 0{,}31 \times 0{,}08 + 0{,}44 \times 0{,}088 + 0{,}21 \times 0{,}092 + 0{,}46 \times 0{,}077 + 0{,}31 \times 0{,}078 = 34{,}647\,\%$

3. Déterminer la répartition des sièges selon un scrutin proportionnel.

Parti	Pourcentage des votes	Nombre de sièges	Nombre minimal de sièges	Reste	Attribution des sièges restants	Nombre total de sièges
Écologix	24,639	24,639 % $\times$ 12 $\approx$ 2,96	2	$\approx$ 0,96	1	3
Solidarité	40,714	40,714 % $\times$ 12 $\approx$ 4,89	4	$\approx$ 0,89	1	5
Alliance	34,647	34,647 % $\times$ 12 $\approx$ 4,16	4	$\approx$ 0,16	0	4

Le parti Solidarité remporte le plus de sièges, soit 5 sur 12, et dirige le gouvernement.
L'affirmation est donc vraie.

Activité 1

Page 119

a. **1)** Le menu B. **2)** Le menu A. **3)** Le menu A. **4)** Le menu A.

b. Selon la règle de la pluralité, il y a :
1) 91 élèves très satisfaits ; **2)** 45 élèves satisfaits ; **3)** 114 élèves insatisfaits.
Selon la méthode de Borda, il y a :
1) 84 élèves très satisfaits ; **2)** 97 élèves satisfaits ; **3)** 69 élèves insatisfaits.
Selon le vote par élimination, il y a :
1) 84 élèves très satisfaits ; **2)** 97 élèves satisfaits ; **3)** 69 élèves insatisfaits.
Selon le principe de Condorcet, il y a :
1) 84 élèves très satisfaits ; **2)** 97 élèves satisfaits ; **3)** 69 élèves insatisfaits.

c. **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La méthode de Borda engendre un résultat qui reflète le mieux les préférences de ces élèves, car elle engendre le moins d'élèves insatisfaits.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La règle de la pluralité engendre un résultat qui reflète le moins bien les préférences de ces élèves, car elle engendre le plus d'élèves insatisfaits.

Activité 2

Page 120

a. Le conseil municipal de Saint-Anathème sera composé de 2 représentants du parti **A,** de 2 représentants du parti **B** et de 6 représentants du parti **C.**

b. Le conseil municipal de Touville sera composé des candidats 2, 4, 7 et 8 du parti **A,** des candidats 1, 4 et 8 du parti **B** et des candidats 1, 7 et 9 du parti **C.**

c. **1)** Leur abstention n'aurait pas influé sur la composition du conseil municipal.
2) Leur abstention aurait modifié le nombre de voix obtenues par chaque parti. Par conséquent, la répartition des sièges pour chaque parti aurait pu être différente.

d. Le scrutin proportionnel, utilisé dans la municipalité de Tourville, semble le plus représentatif, car les votes obtenus par un candidat qui n'a pas gagné peuvent quand même influer sur la composition du conseil municipal, tandis que dans la municipalité de Saint-Anathème, selon la règle de la pluralité, les votes des électeurs qui n'ont pas appuyé le candidat vainqueur sont perdus et ne comptent d'aucune manière dans le résultat final.

Mise au point 4.4

Page 123

1. **a)** Le scrutin proportionnel. **b)** Le scrutin proportionnel.
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La méthode de Borda. **d)** La règle de la pluralité.

2. **a)** **1)** C'est un scrutin où, dans chaque circonscription, le candidat vainqueur est déterminé à l'aide de la règle de la pluralité.
2) C'est un scrutin proportionnel.

b. Par rapport à la procédure proposée, la procédure actuelle :
- est plus simple et probablement moins coûteuse à mettre en œuvre ;
- engendrera un gouvernement qui sera probablement plus redevable envers les électeurs.

Par rapport à la procédure actuelle, la procédure proposée :
- engendrera une répartition des sièges plus représentative de la volonté de l'électorat ;
- peut engendrer un gouvernement au sein duquel la prise de décisions sera plus lente.

Mise au point 4.4 (*suite*)

Page 124

3. a) **1)** Le candidat A. **2)** Le candidat B. **3)** Le candidat C.

b) La règle de la pluralité engendre :
1) 51 électeurs très satisfaits ; **2)** 10 électeurs satisfaits ; **3)** 80 électeurs insatisfaits.
La méthode de Borda engendre :
1) 40 électeurs très satisfaits ; **2)** 77 électeurs satisfaits ; **3)** 24 électeurs insatisfaits.
Le vote par élimination engendre :
1) 50 électeurs très satisfaits ; **2)** 54 électeurs satisfaits ; **3)** 37 électeurs insatisfaits.

c. **1)** La méthode de Borda engendre le plus haut degré de satisfaction, soit environ 2,11.
2) La règle de la pluralité engendre le plus faible degré de satisfaction, soit environ 1,79.

Mise au point 4.4 (*suite*)

Page 125

4. a) La procédure qui a été utilisée est un scrutin au cours duquel le candidat vainqueur dans chaque circonscription est déterminé selon la règle de la pluralité.

b) La répartition de l'électorat fait qu'il y a plus d'électeurs dans les circonscriptions où le parti a perdu que dans celles où il a gagné. De plus, dans toutes les circonscriptions où le parti a été vainqueur, il a remporté le siège avec une faible marge et les quelques circonscriptions où il a perdu, il a obtenu un faible pourcentage de votes.

5. a) Le candidat B. **b)** Le candidat D.

6. a) **1)** Le candidat C. **2)** Le candidat B. **3)** Le candidat A.

b) Dans certaines situations, on pourrait décider de la ou du vainqueur en choisissant la procédure de vote. Il faut donc choisir cette procédure avant les élections, sans quoi les résultats seront manipulables.

Mise au point 4.4 (*suite*)

Page 126

7. Si le parti A n'avait pas intensifié sa campagne, les préférences seraient demeurées telles quelles.

Le parti C aurait été éliminé et le parti A aurait remporté l'élection.

Lorsque le parti A intensifie sa campagne, les préférences sont modifiées de la façon suivante.

Groupe		1	2	3	4
Préférences du groupe	**1er choix**	Parti A	Parti C	Parti B	Parti B
	2e choix	Parti B	Parti A	Parti C	Parti A
	3e choix	Parti C	Parti B	Parti A	Parti C
Pourcentage d'électeurs dans ce groupe		40	31	24	5

Le parti B est éliminé ; le parti C remporte l'élection.
En intensifiant sa campagne, le parti A perd, alors qu'il aurait gagné en n'adoptant aucune mesure.

8. a) **1)** Le candidat A. **2)** Le candidat B. **3)** Le candidat B.

b) **1)** Le candidat B. **2)** Le candidat B. **3)** Le candidat B.

c) La méthode de Borda ne respecte pas ce critère, car en enlevant un candidat perdant, le candidat vainqueur n'est plus le même.

Mise au point 4.4 (*suite*)

9. a) À l'issue de cette élection, environ la moitié des électeurs est très satisfaite, tandis que l'autre moitié est très insatisfaite, ce qui engendre des positions polarisées dans l'électorat.

b) Le candidat B est considéré comme un excellent choix ou un bon choix par tous les électeurs. Si le candidat B est élu, la totalité de l'électorat est soit très satisfaite, soit satisfaite.

c) La méthode de Borda.

10. a) **1)** Le candidat ou la candidate A. **2)** Le candidat ou la candidate A.

b) Oui, car la candidate ou le candidat vainqueur aurait été le candidat ou la candidate C.

c) Dans le cas où le territoire est divisé en circonscriptions, le candidat ou la candidate C l'emporte, ce qui est également le cas si les territoires ne sont pas divisés en circonscriptions. Le même phénomène ne se produit pas.

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 4

Chronique du passé

1. a) $\frac{13\,699}{13\,700}$ ou $\approx 99{,}99\,\%$. **b)** $\frac{13\,699}{12\,600 + 13\,699} = \frac{1957}{5757}$ ou $\approx 52{,}09\,\%$. **c)** $\frac{13\,699}{27\,391}$ ou $\approx 50{,}01\,\%$.

2. a) Le tableau permet d'affirmer que :

- une majorité d'électeurs préfèrent Gingras J. à Rouleau M.
- une majorité d'électeurs préfèrent Rouleau M. à Francoeur F.
- une majorité d'électeurs préfèrent Francoeur F. à Gingras J.

Il n'y a donc aucun candidat qui remporte tous ses duels. C'est le paradoxe de Condorcet.

b) Le vainqueur est Rouleau M.

Le monde du travail

1. a) La proposition B. **b)** La proposition B. **c)** La proposition B. **d)** La proposition B.

2. La procédure utilisée est la règle de la majorité, car le résultat correspond aux votes de plus de la moitié des députés.

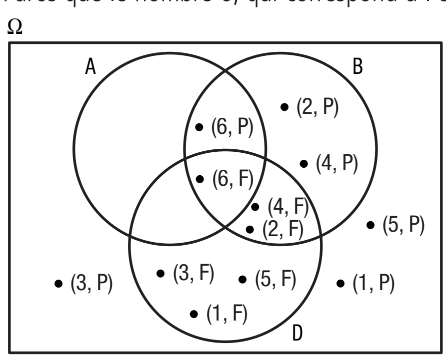
3. a) $\frac{13}{24}$ ou $\approx 54{,}17\,\%$. **b)** $\frac{16}{67}$ ou $\approx 23{,}88\,\%$.

Vue d'ensemble

1. a) Ils sont indépendants.

b) Parce que le nombre 6, qui correspond à l'événement A, est aussi un nombre pair, ce qui correspond à l'événement B.

c)

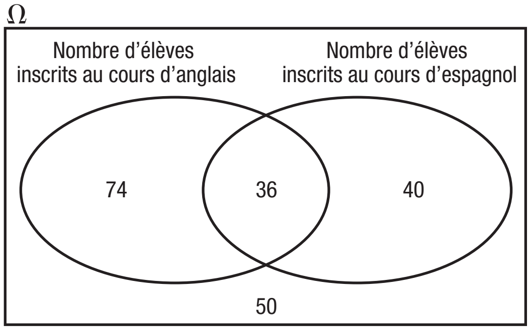


d) **1)** $\frac{1}{12}$ **2)** $\frac{7}{12}$ **3)** $\frac{1}{4}$ **4)** $\frac{3}{4}$

5) $\frac{1}{2}$ **6)** $\frac{1}{3}$ **7)** $\frac{1}{6}$ **8)** $\frac{1}{4}$

2. **a)** 0,3 **b)** 0,1 **c)** $\frac{1}{6}$ **d)** $\frac{1}{4}$ **e)** $\frac{1}{6}$ **f)** 0,125

3. **a)** Ω



b) **1)** $\frac{3}{4}$ **2)** $\frac{9}{19}$ **c)** $\frac{1}{4}$

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 133**

4. **a)** 90 % **b)** 13,5 % **c)** 55 %

5. **a)** **1)** $\frac{55}{372}$ **2)** $\frac{251}{372}$ **3)** $\frac{34}{59}$ **4)** $\frac{15}{31}$

b) **1)** $\frac{35}{57}$ **2)** $\frac{57}{124}$

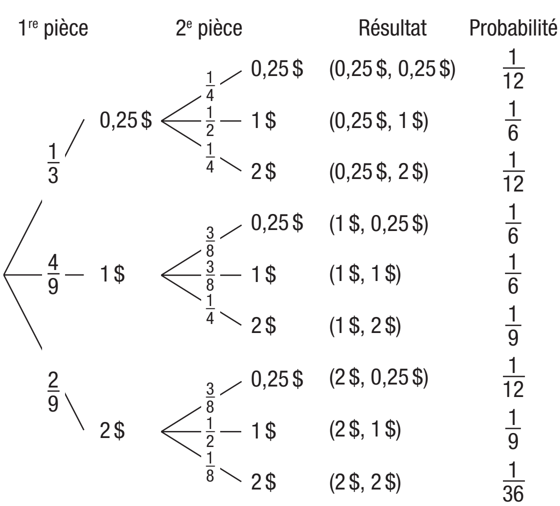
Vue d'ensemble (*suite*) **Page 134**

6. **a)** **1)** $\approx$ 31,64 % **2)** 56,25 % **3)** 6,25 % **4)** $\approx$ 42,19 %

b) Non, puisque chaque lancer est indépendant.

7. **a)** Bleu. **b)** Bleu. **c)** Gris.

8. **a)**



b) $\frac{1}{36}$ **c)** $\frac{3}{8}$

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 135**

9. **a)** Le vote par assentiment. **b)** Geneviève.

10. Le parti **A** obtient 5 sièges, le parti **B,** 5 sièges, et le parti **C,** 10 sièges.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 136**

11. **a)** $\frac{74}{230} = \frac{37}{115}$ ou $\approx$ 32,17 %. **b)** $\frac{166}{230} = \frac{83}{115}$ ou $\approx$ 72,17 %.

12. **a)** **1)** $\approx$ 8,14 % **2)** $\frac{1}{4}$ ou 25 %. **3)** $\approx$ 13,5 % **b)** **1)** $\approx$ 17,32 % **2)** $\approx$ 87,25 %

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 137**

13. a) 1) $\frac{1400}{1800} = \frac{7}{9}$ ou $\approx 77{,}78\,\%$. **2)** $\frac{1180}{1680} = \frac{59}{84}$, soit $\approx 70{,}24\,\%$.

b) Un garçon a la plus grande probabilité d'obtenir son diplôme.

c) 1) $\frac{550}{600} = \frac{11}{12}$ ou $\approx 91{,}67\,\%$. **2)** $\frac{1250}{1500} = \frac{5}{6}$ ou $\approx 83{,}33\,\%$.

3) $\frac{630}{1080} = \frac{7}{12}$ ou $\approx 58{,}33\,\%$. **4)** $\frac{150}{300} = \frac{1}{2}$ ou $50\,\%$.

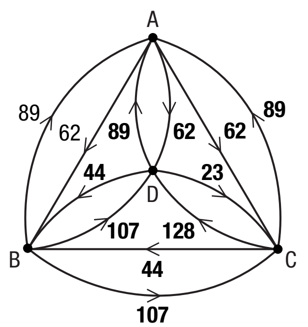
d) 1) À l'école A, la fille a la plus grande probabilité d'obtenir son diplôme.

2) À l'école B, la fille a la plus grande probabilité d'obtenir son diplôme.

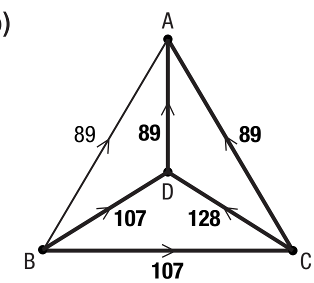
e) Dans chaque école, les filles ont plus de chances d'obtenir leur diplôme. Pourtant, lorsqu'on combine les populations des deux écoles, ce sont les garçons qui ont le plus de chances d'obtenir leur diplôme.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 138**

14. a)

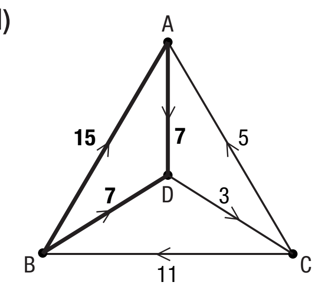


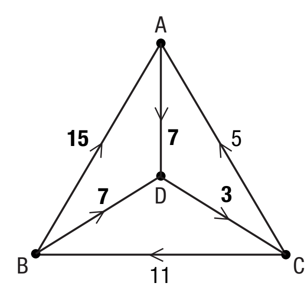
b)



c) Puisque chaque flèche qui arrive sur un sommet signifie qu'un candidat ou une candidate a remporté le duel sur la candidate ou le candidat associé à ce sommet, la ou le vainqueur est associé au sommet sur lequel il n'y a aucune flèche qui arrive.

d)





e) Il n'y a pas de sommet sur lequel aucune flèche n'arrive. Cela signifie que tous les candidats perdent au moins un duel.

f) Le gagnant est le candidat ou la candidate C.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 139**

15. a) Julie P. et Antoine R. **b)** Julie P. et Antoine R.

16. a) Le parti A a obtenu 24,64 % des votes, le parti B a obtenu 32,46 % des votes et le parti C a obtenu 42,9 % des votes.

b) 1) Le parti A obtiendrait 37 sièges, le parti B obtiendrait 49 sièges et le parti C obtiendrait 64 sièges.

2) Non. Le parti C obtiendrait moins de la moitié des sièges.

c) 1) Le parti A obtiendrait 36 sièges, le parti B obtiendrait 50 sièges et le parti C obtiendrait 64 sièges.

2) Non, car le parti C obtiendrait moins de la moitié des sièges.

Banque de problèmes

1. L'élève a omis de prendre en considération la dépendance des événements. En effet, dans cette situation :

- les événements A et B sont indépendants ;
- l'événement C est dépendant des événements A et B, car la somme des résultats dépend de chaque résultat ;
- il est impossible que la somme de deux nombres pairs donne un résultat impair.

$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C \mid (A \cap B)) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 0 = 0$

2. Si le programmeur dit « L'objet n'est pas un accessoire de cuisine », le robot calcule :

- P(cerceau | pas un accessoire de cuisine) $= \frac{1}{13}$ ou environ 7,69 % ;
- P(boîte vide | pas un accessoire de cuisine) $= \frac{15}{26}$ ou environ 57,69 % ;
- P(boîte pleine | pas un accessoire de cuisine) $= \frac{7}{26}$ ou environ 26,92 % ;
- P(assiette | pas un accessoire de cuisine) $= 0$;
- P(fourchette | pas un accessoire de cuisine) $= 0$;
- P(brocheuse | pas un accessoire de cuisine) $= \frac{1}{26}$ ou environ 3,85 % ;
- P(trombone | pas un accessoire de cuisine) $= \frac{1}{26}$ ou environ 3,85 %.

Dans ces conditions, aucun événement n'est probable à plus de 65 %. Le robot répond : « Besoin d'information ».

Si le programmeur ajoute « L'objet saisi est circulaire », le robot calcule :

- P(cerceau | pas un accessoire de cuisine et circulaire) $= \frac{1}{1}$ ou 100 % ;
- P(boîte vide | pas un accessoire de cuisine et circulaire) $= 0$;
- P(boîte pleine | pas un accessoire de cuisine et circulaire) $= 0$;
- P(assiette | pas un accessoire de cuisine et circulaire) $= 0$;
- P(fourchette | pas un accessoire de cuisine et circulaire) $= 0$;
- P(brocheuse | pas un accessoire de cuisine et circulaire) $= 0$;
- P(trombone | pas un accessoire de cuisine et circulaire) $= 0$.

Dans ces conditions, le seul événement probable à plus de 65 % est « L'objet est un cerceau ». Le robot fera donc l'action appropriée. Le programmeur doit indiquer au robot que l'objet saisi n'est pas un accessoire de cuisine et qu'il est circulaire.

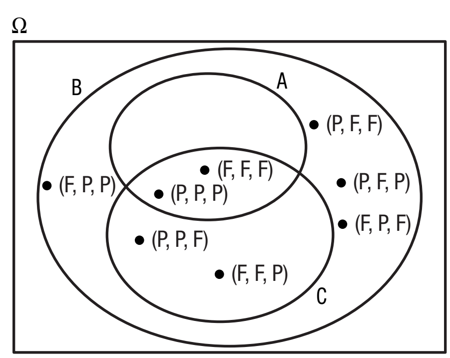
Banque de problèmes (*suite*)

3. 1. Représenter les événements qui entrent en jeu.

Voici 3 événements que l'on peut former dans ces situations.

A : les 3 pièces montrent le même côté ;
B : 2 pièces montrent le même côté ;
C : les 2 premières pièces montrent le même côté.

Il est possible de représenter ces événements par un diagramme de Venn.



2. Calculer la probabilité que les trois pièces montrent le même côté dans la situation ①.

Cela revient à calculer $P(A \mid B)$:

$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{8}}{\frac{8}{8}} = \frac{1}{4}$

3. Calculer la probabilité que les trois pièces montrent le même côté dans la situation ②.

Cela revient à calculer $P(\text{A} \mid \text{C})$:

$$P(\text{A} \mid \text{C}) = \frac{P(\text{A} \cap \text{C})}{P(\text{C})} = \frac{\frac{2}{8}}{\frac{4}{8}} = \frac{1}{2}$$

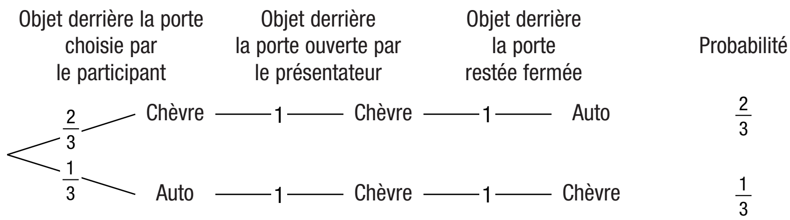
On constate que la probabilité dans la situation ② est plus élevée que dans la situation ①.

4. 1. Description du jeu

Le jeu peut se résumer à une expérience aléatoire à 3 étapes :

- objet derrière la porte choisie par le participant ;
- objet derrière la porte ouverte par le présentateur ;
- objet derrière la porte restée fermée.

2. Arbre de probabilités



3. Interprétation de l'arbre de probabilités

De cet arbre, on déduit que, pour le participant :

- la probabilité de gagner la voiture sans choisir une autre porte correspond à la probabilité d'avoir choisi en premier la porte qui cache la voiture. Cette probabilité est de $\frac{1}{3}$;
- la probabilité de gagner la voiture en choisissant une autre porte correspond à la probabilité d'avoir choisi en premier une porte qui cache une chèvre. Cette probabilité est de $\frac{2}{3}$.

Il est donc avantageux pour le participant de changer son choix.

Banque de problèmes (*suite*) **Page 142**

5. 1. Traduire l'hypothèse et la conclusion de la démonstration.

Hypothèse : Le candidat A est le vainqueur selon la règle de la majorité.

Conclusion : Le candidat A est le vainqueur selon le principe de Condorcet.

2. Construire un tableau général des préférences à 3 candidats.

Le tableau suivant contient toutes les préférences possibles.

Nombre d'électeurs qui ont ordonné les candidats de cette façon	x	y	z	r	s	t
1^er choix	A	A	B	B	C	C
2^e choix	B	C	A	C	A	B
3^e choix	C	B	C	A	B	A

Par hypothèse, on établit que $x + y > z + r + s + t$.

3. Effectuer tous les duels.

Duel	Nombre d'électeurs qui préfèrent		Vainqueur du duel
A vs B	A à B	B à A	A, car
	$x + y + s$	$z + r + s + t$	$x + y + s > z + r + s + t$
B vs C	B à C	C à B	On ne peut pas le déduire.
	$x + z + r$	$y + s + t$	
A vs C	A à C	C à A	A, car
	$x + y + z$	$r + s + t$	$x + y + z > r + s + t$

Le vainqueur est obligatoirement le candidat A, car il remporte tous ses duels, quel que soit le résultat du duel entre les candidats B et C.

En conclusion, si le candidat A est le vainqueur selon la règle de la majorité, il est également le vainqueur selon le principe de Condorcet. On en déduit que le principe de Condorcet respecte le critère de la majorité.

6. Il s'agit de calculer la probabilité conditionnelle $P(\text{choisir le dé pipé} \mid \text{obtenir deux fois le nombre 6})$.

1. Calculer la probabilité d'obtenir deux fois le nombre 6.

Si « p » correspond au résultat « le dé pipé est choisi », et « e », au résultat « le dé équilibré est choisi », l'événement « obtenir deux fois le nombre 6 » correspond à {(e, 6, 6), (p, 6, 6)}.

$$\begin{aligned} P(\text{obtenir deux fois le nombre 6}) &= P((e, 6, 6) \text{ ou } (p, 6, 6)) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{200}{1200} \times \frac{200}{1200} + \frac{1}{2} \times \frac{600}{1200} \times \frac{600}{1200} \\ &= \frac{5}{36} \end{aligned}$$

2. Calculer la probabilité conditionnelle.

$$\begin{aligned} P(\text{choisir le dé pipé} \mid \text{obtenir deux fois le nombre 6}) &= \frac{P(\text{choisir le dé pipé et obtenir deux fois le nombre 6})}{P(\text{obtenir deux fois le nombre 6})}. \\ &= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{600}{1200} \times \frac{600}{1200}}{\frac{5}{36}} = 0{,}9 \text{ ou } 90\,\%. \end{aligned}$$

La probabilité que Kim ait choisi le dé pipé est donc de 90 %.

7. Le vote par élimination encourage-t-il le vote stratégique ?

Pour le savoir, il faut montrer qu'il existe des situations où il peut être avantageux pour des électeurs de mentir au sujet de leurs préférences.

Le tableau ci-contre présente les résultats d'un sondage effectué avant l'élection. Les candidats du groupe **2,** qui aimeraient bien que le parti C soit élu, se rendent compte que leur parti n'a aucune chance de gagner. De plus, le vote par élimination donnerait vainqueur le parti B, soit le parti qu'ils aiment le moins.

Résultats d'un sondage

Groupe		**1**	**2**	**3**
Préférences du groupe	**1^er^ choix**	Parti B	Parti C	Parti A
	2^e^ choix	Parti C	Parti A	Parti D
	3^e^ choix	Parti A	Parti D	Parti B
	4^e^ choix	Parti D	Parti B	Parti C
Proportion d'électeurs dans ce groupe (%)		47,6	28,6	23,8

Supposons alors que ces électeurs fassent un compromis. En effet, si les électeurs du groupe **2** votent comme ceux du groupe **3,** le parti A est élu avec une majorité absolue des voix. Bien que les électeurs du groupe **2** auraient préféré voir le parti C l'emporter, il demeure que le parti A constituait leur 2^e^ choix. Ils sont donc quand même assez satisfaits du résultat, d'autant plus qu'en votant ainsi, ils empêchent l'élection du parti B, soit le candidat qu'ils aiment le moins. On peut en conclure que dans cette situation, l'utilisation du vote par élimination encourage certains électeurs à voter stratégiquement, et non selon leurs préférences réelles.

8. 1. Calcul du nombre de sièges attribués à chaque pays

Pays	Population	Calcul du nombre de sièges $\frac{\text{population du pays}}{\text{population européenne}} \times 567$	Nombre minimal de sièges	Reste	Attribution des sièges restants	Nombre total de sièges
France	57 565 008	93,53	93	0,53	1	94
Allemagne	81 538 603	132,48	132	0,48	0	132
Royaume-Uni	57 654 353	93,68	93	0,68	1	94
Espagne	40 003 942	65,00	65	0,00	0	65
Portugal	9 953 723	16,17	16	0,17	0	16
Italie	57 246 023	93,01	93	0,01	0	93
Belgique	10 100 631	16,41	16	0,41	0	16
Danemark	5 275 791	8,57	8	0,57	1	9
Irlande	3 375 748	5,48	5	0,48	0	5
Luxembourg	402 437	0,65	0	0,65	1	1
Grèce	10 510 996	17,08	17	0,08	0	17
Pays-Bas	15 342 761	24,93	24	0,93	1	25
Total	348 970 016		562		5	567

L'Irlande obtient 5 sièges répartis proportionnellement d'après les voix obtenues par les partis.

2. Calcul du nombre de sièges obtenus par chaque parti

Parti	Votes obtenus	Calcul du nombre de sièges $\frac{\text{votes obtenus}}{\text{total des votes}} \times 5$	Nombre minimal de sièges	Reste	Attribution des sièges restants	Nombre total de sièges
A	351 428	2,26	2	0,26	0	2
B	208 018	1,34	1	0,34	0	1
C	218 306	1,40	1	0,40	1	2
Total	777 752		4		1	5

Les 5 sièges de l'Irlande sont attribués aux candidats 2 et 4 du parti **A,** au candidat 8 du parti **B** et aux candidats 2 et 8 du parti **C.**