VISION 2 Les transformations géométriques et les figures équivalentes

SAÉ 4 Le bras robotique

Page 161

Voici un exemple de démarche qui permet de résoudre la situation-problème :

1. Instructions à donner au servomoteur 2

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une homothétie $h_{(O,\ \frac{1}{2})} : (x, y) \mapsto \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right)$. Cette transformation associe le point A(−4, −2) au point T(−8, −4). Soudure au point A.

2. Instructions à donner au servomoteur 1

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une rotation $r_{(O,\ -90°)}$, telle que $(x, y) \mapsto (y, -x)$. Cette transformation associe le point A'(−2, 4) au point A(−4, −2).

3. Instructions à donner au servomoteur 2

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une homothétie $h_{(O,\ 2)} : (x, y) \mapsto (2x, 2y)$. Cette transformation associe le point B(−4, 8) au point A'(−2, 4). Soudure au point B.

4. Instructions à donner au servomoteur 1

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une rotation $r_{(O,\ -90°)}$, telle que $(x, y) \mapsto (y, -x)$. Cette transformation associe le point D(8, 4) au point B(−4, 8). Soudure au point D.

5. Instructions à donner au servomoteur 2

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une homothétie $h_{(O,\ 2)} : (x, y) \mapsto (2x, 2y)$. Cette transformation associe le point C(16, 8) au point D(8, 4). Soudure au point C.

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une homothétie $h_{(O,\ \frac{1}{2})} : (x, y) \mapsto \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right)$. Cette transformation associe le point D(8, 4) au point C(16, 8).

6. Instructions à donner au servomoteur 1

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une rotation $r_{(O,\ -90°)}$, telle que $(x, y) \mapsto (y, -x)$. Cette transformation associe le point E(4, −8) au point D(8, 4). Soudure au point E.

   Dans le plan cartésien, centrée à l'origine, effectuer une rotation $r_{(O,\ -90°)}$, telle que $(x, y) \mapsto (y, -x)$. Cette transformation associe le point T(−8, −4) au point E(4, −8).

   La tête est revenue à sa position initiale.

   La manière la plus efficace est d'effectuer dans l'ordre les soudures aux points A, B, D, C et E.

SAÉ 5 Une tente optimale

Page 162

Voici un exemple de démarche permettant de concevoir le modèle de la tente optimale :

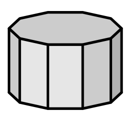
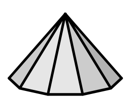
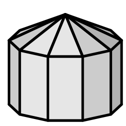
1. Choisir la forme du plancher.
Afin de réduire l'aire des murs de la tente, il faut que le périmètre du plancher soit le plus petit possible. Puisque, de tous les polygones équivalents, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre, la forme du plancher sera celle d'un polygone régulier. Puisque, de deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone ayant le plus de côtés qui a le plus petit périmètre, le plancher de la tente doit correspondre à un polygone régulier dont la forme ressemble le plus possible à un disque ayant un diamètre de 2,1 m.

Si l'on utilise un polygone régulier dont la plus longue diagonale est de 2,1 m, il faut que ce polygone ait au moins 18 côtés pour que son aire soit au moins de 3,4 m^2. Toutefois, le montage d'une tente ayant un tel plancher s'avérerait trop complexe.

La plus longue diagonale d'un décagone régulier de 3,4 m^2 d'aire a une mesure de 2,15 m, ce qui satisfait aux critères concernant le plancher.

Forme du plancher	Polygone régulier à 18 côtés	Décagone régulier
Mesure de la plus longue diagonale (m)	$\approx$ 2,1	$\approx$ 2,15
Aire (m^2)	3,4	3,4
Périmètre (m)	$\approx$ 6,57	$\approx$ 6,65

2. Choisir la forme de la tente.
Puisque, de tous les solides ayant la même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume, et que, de tous les solides ayant le même volume, c'est la boule qui a la plus petite aire totale, c'est la tente ayant une forme se rapprochant le plus d'une demi-sphère qui permettra d'optimiser le rapport entre l'aire totale et le volume de la tente. Le tableau suivant présente quelques données relatives aux différentes formes de tentes envisagées. Toutes les tentes représentées ont une hauteur de 1,2 m et leur plancher correspond à un décagone régulier. L'aire du plancher étant toujours de 3,4 m^2, le tableau n'indique que les aires latérales.

Forme de la tente	**Représentation**	**Aire (m^2)**	**Volume (m^3)**	**Rapport $\frac{\text{aire totale}}{\text{volume}}$**
Prisme régulier à base décagonale		$\approx$ 11,38	$\approx$ 4,08	$\approx$ 2,79
Pyramide régulière à base décagonale		$\approx$ 5,24	$\approx$ 1,36	$\approx$ 3,85
Prisme régulier à base décagonale d'une hauteur de 1 m surmonté d'une pyramide régulière à base décagonale de 0,2 m de hauteur		$\approx$ 10,11	$\approx$ 3,63	$\approx$ 2,79

SAÉ 6 La guerre au suremballage

Page 163

Voici un exemple de démarche qui permet de résoudre la situation-problème :

- Afin de diminuer autant que possible l'espace inoccupé, choisir une forme de contenant dans lequel il est possible d'imbriquer 144 de ces contenants dans une caisse cubique. Le format à privilégier est le prisme droit à base carrée.
- Puisque le périmètre de la base du contenant ne doit pas excéder 20 cm, la mesure d'un côté de la base ne doit pas excéder 5 cm.

Le tableau suivant présente les différentes possibilités de contenants de 1,25 L.

Utilisation des matériaux et de l'espace selon les dimensions d'un contenant de 1,25 L

Mesure d'un côté de la base (cm)	Hauteur (cm)	Mesure d'un côté de la caisse (cm)	Volume de la caisse (cm^3)	Espace inoccupé (volume de la caisse – 144 × 1240 cm^3)	Aire de la caisse (cm^2)	Aire du contenant (cm^2)	Aire des matériaux utilisés pour 1 caisse et 144 contenants (cm^2)
5,00	50,00	60,00	216 000,00	36 000,00	21 600,00	1050,00	151 205,00
4,90	52,06	58,80	203 297,47	23 297,47	20 744,64	1068,43	153 858,56
4,80	54,25	57,60	191 102,98	11 102,98	19 906,56	1087,75	156 640,32
4,79	54,48	57,48	189 911,07	9911,07	19 823,70	1089,73	156 925,84
4,78	54,71	57,36	188 724,13	8724,13	19 741,02	1091,72	157 212,73
4,77	54,94	57,24	187 542,14	7542,14	19 658,51	1093,72	157 501,00
4,76	55,17	57,12	186 365,10	6365,10	19 576,17	1095,74	157 790,65
4,75	55,40	57,00	185 193,00	5193,00	19 494,00	1097,76	158 081,70
4,74	55,64	56,88	184 025,82	4025,82	19 412,01	1099,79	158 374,14
4,73	55,87	56,76	182 863,56	2863,56	19 330,19	1101,83	158 668,00
4,72	56,11	56,64	181 706,19	1706,19	19 248,54	1103,88	158 963,27
4,71	56,35	56,52	180 553,73	553,73	19 167,06	1105,94	159 259,97

- Étant donné les coûts liés au transport des marchandises et étant donné le peu de différence, en ce qui concerne les matériaux utilisés, entre le modèle le plus économique et le modèle le plus coûteux, il est plus avantageux de prioriser la diminution de l'espace inoccupé dans la caisse.
  Pour que l'espace inoccupé dans la caisse soit presque nul (0,00638046 cm^3), le contenant doit avoir une base carrée de 4,7051802 cm de côté et une hauteur de 56,4621604 cm. Ce degré de précision dans la découpe des matériaux n'étant pas réaliste, choisir un contenant ayant une base carrée de 4,71 cm de côté et une hauteur de 56,35.

RÉVISION 2

Réactivation 1

Page 80

a. Trapèze isocèle.

b. **1)** 120° **2)** 60°

c. **1)** Une translation.
2) Une réflexion selon la droite passant par les points C et N.
3) Une réflexion selon la droite passant par les points G et R.
4) Une réflexion selon la droite passant par les points C et K ou une rotation de $^-60°$ centrée au point K.
5) Une translation ou une réflexion selon la droite passant par les points E et K.
6) Une homothétie.

Réactivation 2

Page 81

a. Le périmètre de la table est d'environ 8,8 mm.

b. L'aire de la table est d'environ 5,84 mm^2.

c. Le volume de la culasse est d'environ 12,70 mm^3.

d. Le volume de la couronne est d'environ 8,20 mm^3.

e. Ce diamant est d'environ 367,84 carats.

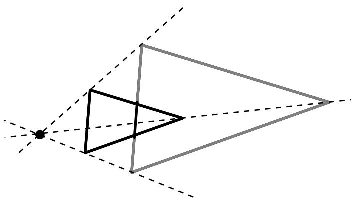
Mise à jour **Page 85**

1. a) Réflexion. **b)** Homothétie. **c)** Réflexion. **d)** Rotation. **e)** Translation. **f)** Homothétie.

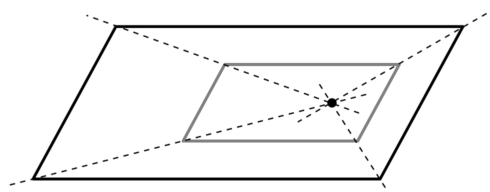
2. a) $\approx$ 46,92 cm^2 **b)** $\approx$ 30,41 cm^2 **c)** 77,14 cm^2 **d)** $\approx$ 41,28 cm^2 **e)** $\approx$ 32,08 cm^2
f) $\approx$ 29,47 cm^2 **g)** $\approx$ 78,54 cm^2 **h)** $\approx$ 83,14 cm^2 **i)** $\approx$ 141,18 cm^2

Mise à jour (*suite*) **Page 86**

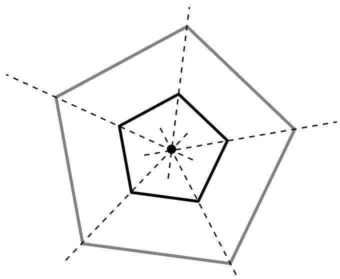
3. a)



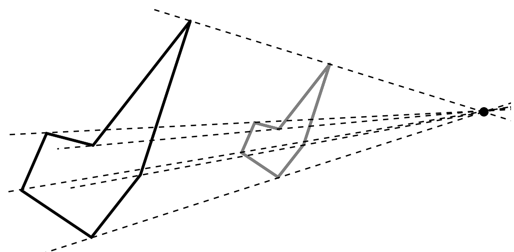
b)



c)



d)



4. a) 87,5 cm^3 **b)** 8,4 cm^3 **c)** $\approx$ 523,60 cm^3 **d)** $\approx$ 49,72 cm^3 **e)** $\approx$ 32,56 cm^3
f) $\approx$ 170,09 cm^3 **g)** 211,47 cm^3 **h)** $\approx$ 141,37 cm^3 **i)** $\approx$ 160,34 cm^3

Mise à jour (*suite*) **Page 87**

5. a) 1,85 **b)** $\approx$ 3,42 **c)** $\approx$ 6,33

6. a) L'aire totale est d'environ 140,64 m^2. **b)** L'aire totale est d'environ 116,10 m^2.
c) L'aire totale est d'environ 55,81 m^2.

7. a) 1) $\approx$ 276,46 cm^2 **2)** $\approx$ 187,06 cm^2 **b) 1)** $\approx$ 351,86 cm^3 **2)** $\approx$ 145,49 cm^3

8. a) Rotation. **b)** Réflexion. **c)** Translation.

Mise à jour (*suite*) **Page 88**

9. Le volume du prisme régulier est d'environ 47,9 cm^3.

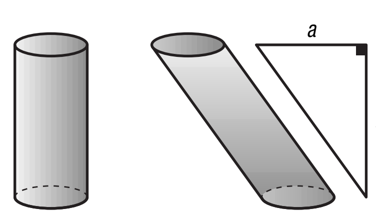
10. a) Prisme droit à base carrée. **b)** À 50 % du volume du cube.

11. a) 1) $\approx$ 785 398,16 cm^2 **2)** $\approx$ 65 449 846,95 cm^3
b) 1) $\approx$ 1 178 097,25 cm^2 **2)** $\approx$ 65 449 846,95 cm^3
c) 1) $\approx$ 1 570 796,33 cm^2 **2)** $\approx$ 65 449 846,95 cm^3

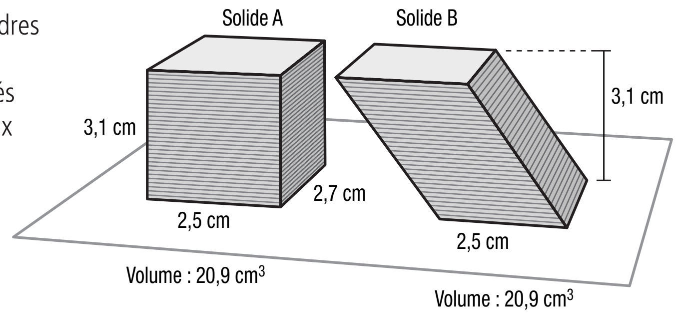
Mise à jour (*suite*) **Page 89**

12. Le segment AB mesure environ 17,37 cm.

13. a) Non. Puisque la mesure du côté du cylindre « oblique » est supérieure à sa hauteur (donc à la mesure du côté du cylindre droit), l'aire latérale du cylindre « oblique » est supérieure à celle du cylindre droit.

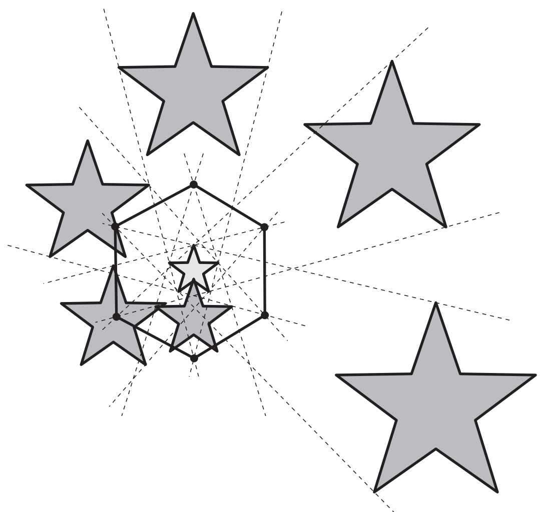


b) Oui. En vertu du principe de Cavalieri, ces deux cylindres ont le même volume. Selon Cavalieri, un solide est constitué d'une infinité de plans parallèles superposés appelés « plans indivisibles ». D'après sa théorie, deux solides ont le même volume si toutes les paires de sections obtenues par des plans parallèles aux bases ont la même aire.



14. a) 2,5 **b)** ≈ 0,83 **c)** ≈ 4,99 **d)** 2,5 **e)** ≈ 5,15

15.



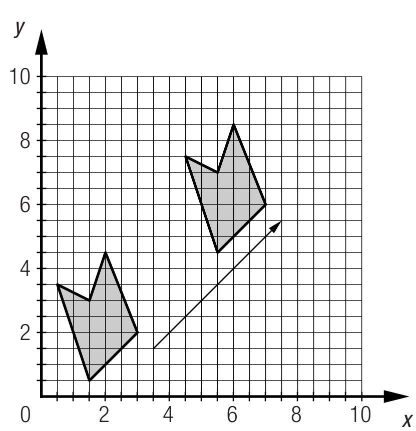
SECTION 2.1 Translation, rotation et réflexion dans le plan cartésien

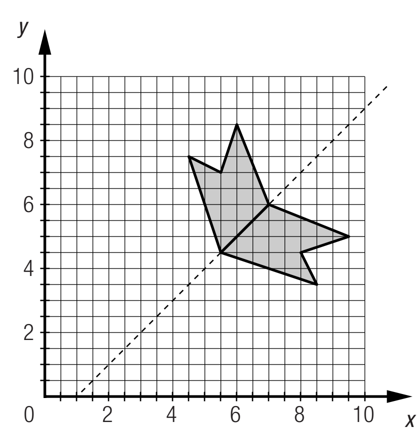
Problème — Page 90

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

Deux transformations géométriques successives peuvent associer ces deux emplacements.

Première transformation : une translation. Seconde transformation : une réflexion.





Activité 1 — Page 91

a. 1) 34 **2)** −37 **3)** 34 **4)** −37

b. La différence des abscisses est toujours la même et la différence des ordonnées est toujours la même.

c. 1) (15, −25) **2)** (−7, 9)

Activité 1 (*suite*) **Page 92**

d. 1) $(-27, 9\sqrt{7})$ **2)** $(9\sqrt{7}, 27)$

e. Une rotation de 90° dans le sens horaire permet d'associer des points dont les coordonnées sont $(-27, 9\sqrt{7})$ et $(9\sqrt{7}, 27)$.

f. 1) $(39, -2\sqrt{82})$ **2)** $(-2\sqrt{82}, -39)$

g. Une rotation de 90° dans le sens horaire permet d'associer des points dont les coordonnées sont $(39, -2\sqrt{82})$ et $(-2\sqrt{82}, -39)$.

h. Une rotation de −90° autour de l'origine associe deux points tels que x et y sont inversés et le signe des abscisses change : $(x, y) \mapsto (y, -x)$.

i. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Une rotation de 90° dans le sens horaire (−90°), une rotation de 90° dans le sens antihoraire (90°) ou une rotation de 180° dans le sens horaire ou antihoraire.

Activité 1 (*suite*) **Page 93**

j. 1) A(−8, 24) ; A'(8, 24) **2)** B(−8, 12) ; B'(8, 12) **3)** C(−13, −12) ; C'(13, −12) **4)** D(−3, −12) ; D'(3, −12)

k. Pour chaque paire de points associés par cette transformation, on constate que leurs abscisses sont de signes contraires.

l. Une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées associe deux points tel que le signe des abscisses change et le signe des ordonnées reste le même : $(x, y) \mapsto (-x, y)$.

Technomath **Page 94**

a. 1) La figure de gauche, formée des points (−5, 0), (−3, −1) et (−4, −3), correspond à la figure initiale, puisqu'elle est située du même côté que l'origine de la flèche de translation.
2) $(x, y) \mapsto (x + 6, y + 2)$

b. 1) Le centre de rotation est situé à l'origine du plan.
2) La figure formée des points (−3, −5), (1, −4) et (−1, −8) correspond à la figure image. Puisque l'angle de rotation est positif, la rotation s'effectue dans le sens antihoraire.
3) $(x, y) \mapsto (-y, x)$

c. 1) L'axe de réflexion est situé sur l'axe des abscisses. **2)** $(x, y) \mapsto (x, -y)$

d. La règle qui permet d'obtenir les coordonnées des sommets d'un triangle image à partir des coordonnées des sommets d'un triangle initial pour une symétrie centrale par rapport à l'origine du plan cartésien est $(x, y) \mapsto (-x, -y)$.

Mise au point 2.1 **Page 97**

1. a)

Point initial	Point image d'après la translation $t_{(3, -5)}$
A(4, 0)	A'(**7**, **−5**)
B(−9, 4)	B'(**−6**, **−1**)
C(12, −33)	C'(**15**, **−38**)
D(−7, −5)	D'(**−4**, **−10**)

b)

Point initial	Point image d'après la rotation $r_{(O, 90°)}$
E(5, 8)	E'(**−8**, **5**)
F(−7, 0)	F'(**0**, **−7**)
G(10, −5)	G'(**5**, **10**)
H(−2, −9)	H'(**9**, **−2**)

c)

Point initial	Point image d'après la réflexion s_x
I(18, 69)	I'(**18**, **−69**)
J(−99, 24)	J'(**−99**, **−24**)
K(57, 0)	K'(**57**, **0**)
L(−88, −12)	L'(**−88**, **12**)

2. a) 1) $t_{(-4, 6)} : (x, y) \mapsto (x - 4, y + 6)$
2) B'(−2, 11) ; C'(1, 12)

b) 1) $r_{(O, 90°)} : (x, y) \mapsto (-y, x)$
2) B'(−7, 9) ; C'(6, 7)

c) 1) $r_{(O, 180°)} : (x, y) \mapsto (-x, -y)$
2) B'(−2, −8) ; C'(−8, −6)

d) 1) $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$
2) B'(5, −6) ; C'(2, 8)

e) 1) $t_{(-4, 6)} : (x, y) \mapsto (x - 4, y + 6)$
2) B'(−6, −2) ; C'(−4, 2)

f) 1) $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$
2) B'(−10, 0) ; C'(−2, 0)

g) **1)** $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$
2) B'(10, −4) ; C'(4, −8)

h) **1)** $r_{(O,\,-90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$
2) B'(−2, 1) ; C'(−4, 1)

i) **1)** $t_{(10,\,4)} : (x, y) \mapsto (x + 10, y + 4)$
2) B'(6, −4) ; C'(0, 6)

Mise au point 2.1 (*suite*)

Page 98

3. a) $t_{(6,\,-10)} : (x, y) \mapsto (x + 6, y - 10)$ **b)** $r_{(O,\,180°)} : (x, y) \mapsto (-x, -y)$ **c)** $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$

d) $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$ **e)** $r_{(O,\,90°)} : (x, y) \mapsto (-y, x)$

4. a)

Point initial	Point image
(3, −5)	(5, 3)
(6, 2)	(−2, 6)
(9, −1)	(1, 9)
(7, −5)	**(5, 7)**
(3, 3)	**(−3, 3)**
(12, 7)	**(−7, 12)**
(x, y)	**(−x, y)**

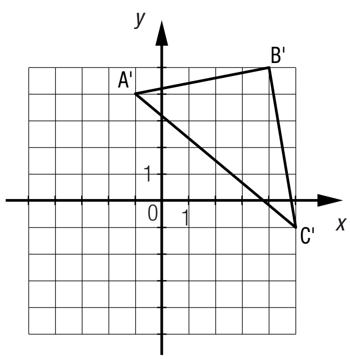
b)

Point initial	Point image
(8, 17)	(−8, 17)
(3, −5)	(−3, −5)
(4, 5)	(−4, 5)
(−1, −1)	**(1, −1)**
(5, −4)	**(−5, −4)**
(7, −5)	**(−7, −5)**
(x, y)	**(−x, y)**

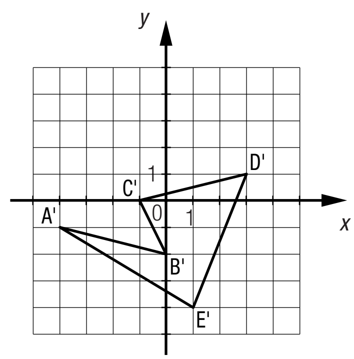
c)

Point initial	Point image
(1, −6)	(−1, 6)
(7, −5)	(−7, 5)
(5, −4)	(−5, 4)
(8, 4)	**(−8, −4)**
(4, 5)	**(−4, −5)**
(−2, −5)	**(2, 5)**
(x, y)	**(−x, −y)**

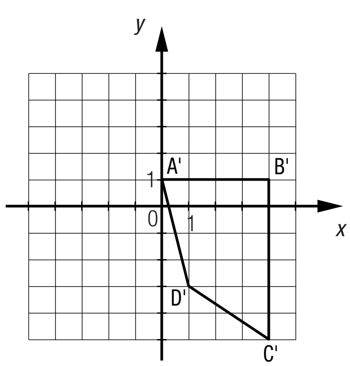
5. a)



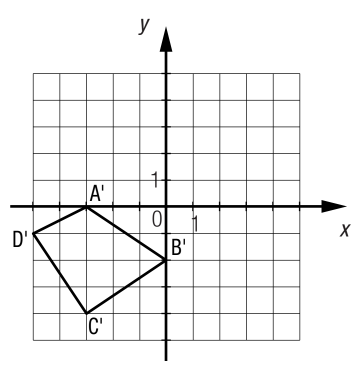
b)



c)



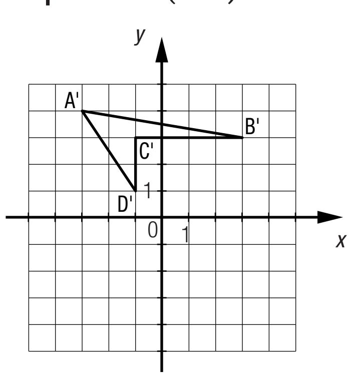
d)



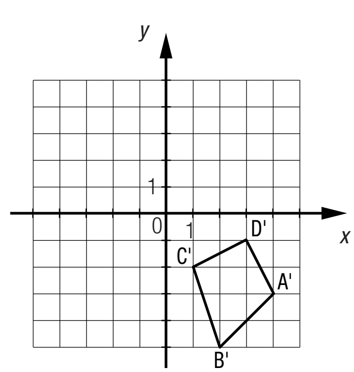
Mise au point 2.1 (*suite*)

Page 99

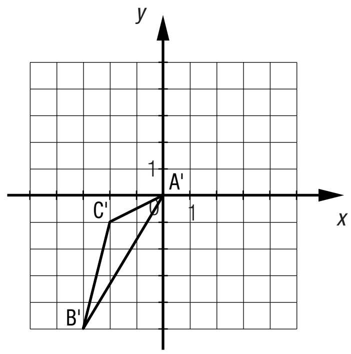
6. a)



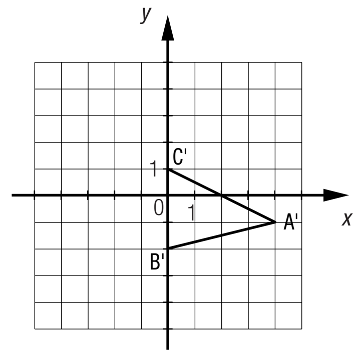
b)



c)



d)



7. a) 1) Le graphique ①. **2)** Le graphique ②.

b) 1) Une réflexion selon l'axe d'équation $y = x$ associe des points tels que $(x, y) \mapsto (y, x)$.

2) Une réflexion selon l'axe d'équation $y = -x$ associe des points tels que $(x, y) \mapsto (-y, -x)$.

Mise au point 2.1 (*suite*)

Page 100

8. a) 1) Une translation $t_{(7, 7)}$.
2) $(x, y) \mapsto (x + 7, y + 7)$

b) 1) Une réflexion r_y.
2) $(x, y) \mapsto (-x, y)$

c) 1) Une rotation $r_{(O, -90°)}$.
2) $(x, y) \mapsto (y, -x)$

d) 1) Une rotation $r_{(O, 90°)}$.
2) $(x, y) \mapsto (-y, x)$

e) 1) Une réflexion r_x.
2) $(x, y) \mapsto (x, -y)$

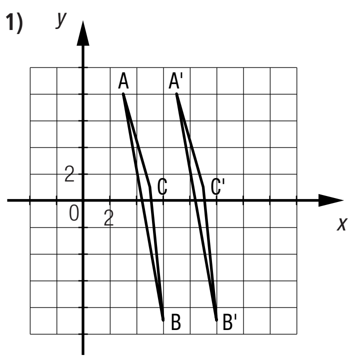
f) 1) Une translation $t_{(0, -3)}$.
2) $(x, y) \mapsto (x, y - 3)$

g) 1) Une réflexion r_y.
2) $(x, y) \mapsto (-x, y)$

h) 1) Une translation $t_{(-3, -8)}$.
2) $(x, y) \mapsto (x - 3, y - 8)$

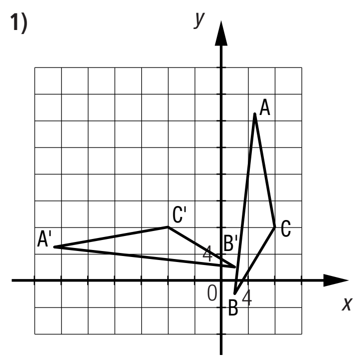
i) 1) Une rotation $r_{(O, 180°)}$.
2) $(x, y) \mapsto (-x, -y)$

9. a) 1)



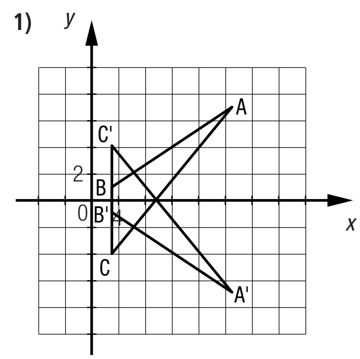
2) $t_{(4, 0)} : (x, y) \mapsto (x + 4, y)$

b) 1)



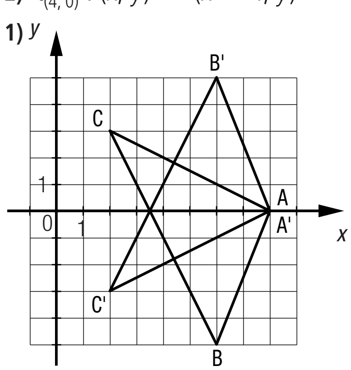
2) $r_{(O, 90°)} : (x, y) \mapsto (-y, x)$

c) 1)



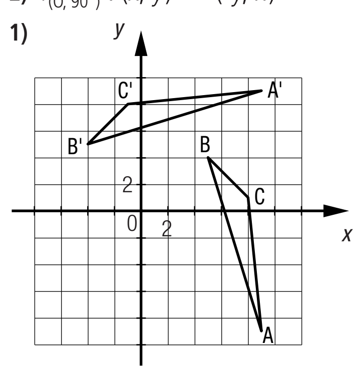
2) $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$

d) 1)



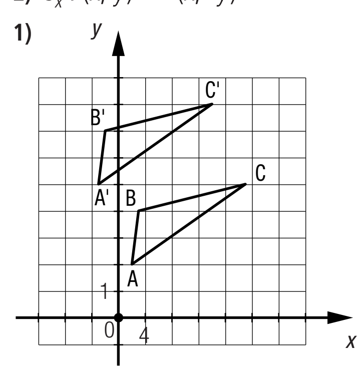
2) $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$

e) 1)



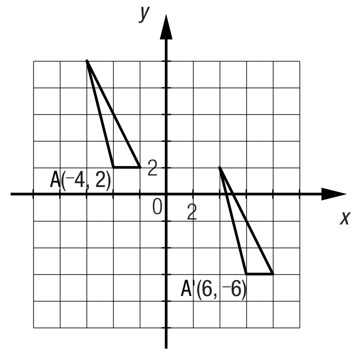
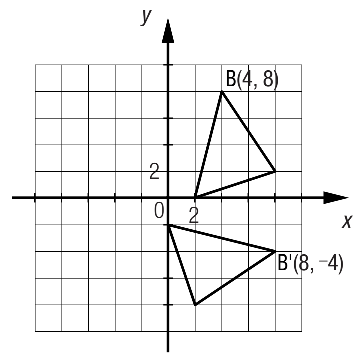
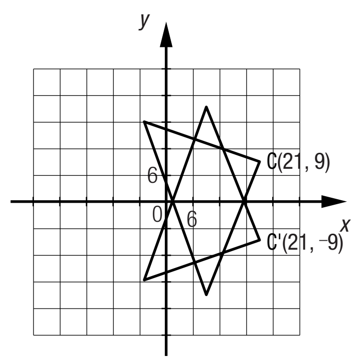
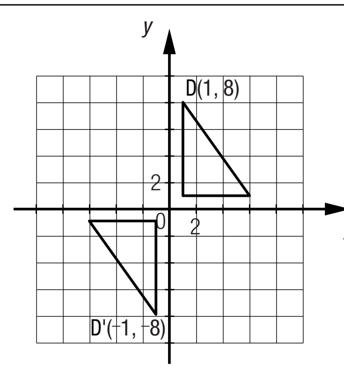
2) $r_{(O, 90°)} : (x, y) \mapsto (-y, x)$

f) 1)



2) $t_{(-5, 3)} : (x, y) \mapsto (x - 5, y + 3)$

10.

	Règle de transformation	Description	Figure initiale et figure image
a)	$t_{(10, -8)} : (x, y) \mapsto (x + 10, y - 8)$	Ajout de 10 unités en abscisse et retrait de 8 unités en ordonnée.	
b)	$r_{(O, -90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$	Rotation centrée à l'origine de 90° dans le sens horaire.	
c)	$s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$	**Réflexion par rapport à l'axe des abscisses.**	
d)	$r_{(O, 180°)} : (x, y) \mapsto (-x, -y)$	**Rotation centrée à l'origine de 180°.**	

Mise au point 2.1 (*suite*)

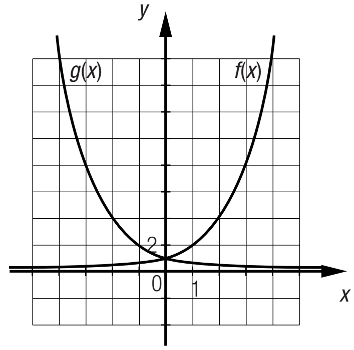
11. a)

x	$f(x)$
−3	$\frac{1}{8}$
−2	$\frac{1}{4}$
−1	$\frac{1}{2}$
0	**1**
1	**2**
2	**4**
3	**8**

x	$g(x)$
−3	**8**
−2	**4**
−1	**2**
0	**1**
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{8}$

b) L'image de x par une fonction est la même que l'image de $-x$ par l'autre fonction.

c)



d) $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$.

12. a) $r_{(0,\ 180°)} : (x, y) \mapsto (-x, -y)$. **b)** $(x, y) \mapsto (y, x)$

13. a) A'(−26, −9) **b)** A'(−10, −13)

c) 1) Les résultats ne sont pas les mêmes.

2) L'ordre dans lequel une série de transformations géométriques sont effectuées a une incidence sur les coordonnées d'un point image.

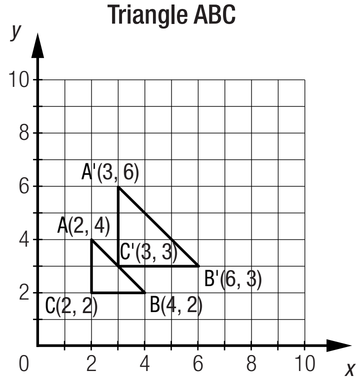
SECTION 2.2 Homothétie, dilatation et contraction dans le plan cartésien

Problème

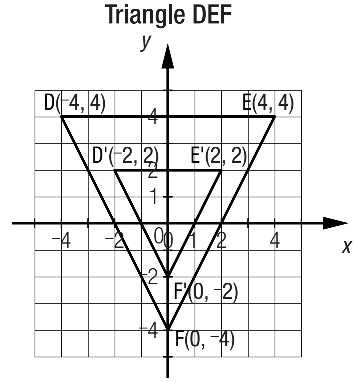
Plusieurs réponses possibles. Exemple :
$(x, y) \mapsto (2{,}8x,\ 0{,}4y)$

Activité 1

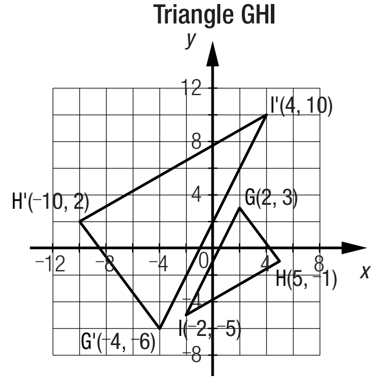
a. 1) Triangle ABC



2) Triangle DEF



3) Triangle GHI



b. 1) Non. Les figures ne sont pas isométriques, car leurs côtés homologues ne sont pas isométriques.

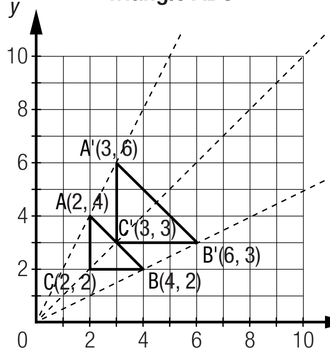
2) Oui. La figure image est semblable à la figure initiale puisque le rapport des mesures des côtés homologues est constant dans chaque cas.

3) Les côtés homologues ont la même inclinaison : ils sont parallèles.

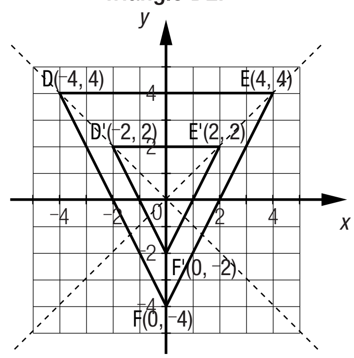
4) Une homothétie.

5) L'intersection de ces trois droites, dans chacun des cas, correspond à l'origine du plan.

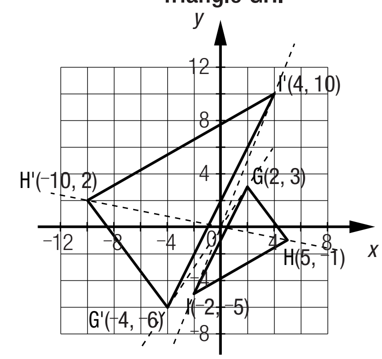
Triangle ABC



Triangle DEF



Triangle GHI



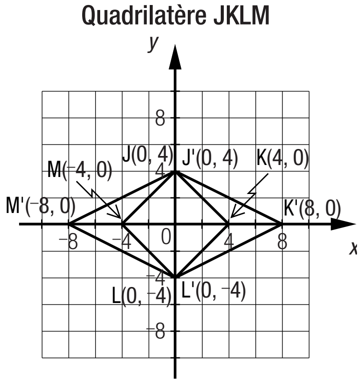
6) Dans chacun des cas, il s'agit du rapport d'homothétie, qui équivaut à la valeur par laquelle les coordonnées ont été multipliées.

$\frac{\text{périmètre}_{\text{triangle A'B'C'}}}{\text{périmètre}_{\text{triangle ABC}}} = 1,5$ $\frac{\text{périmètre}_{\text{triangle D'E'F'}}}{\text{périmètre}_{\text{triangle DEF}}} = 0,5$ $\frac{\text{périmètre}_{\text{triangle G'H'I'}}}{\text{périmètre}_{\text{triangle GHI}}} = 2$

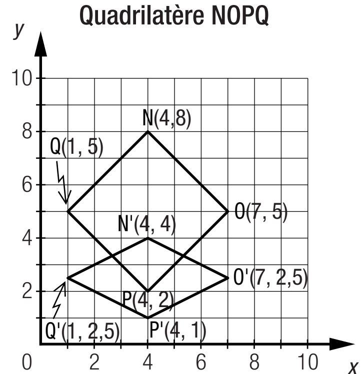
Activité 1 (*suite*)

Page 105

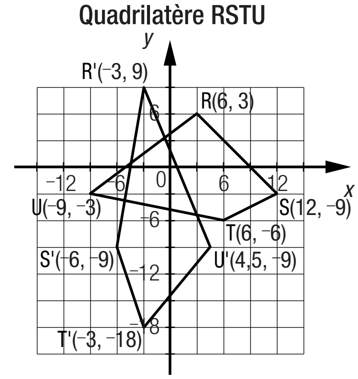
c. 1) Quadrilatère JKLM



2) Quadrilatère NOPQ



3) Quadrilatère RSTU



d. 1) Les formes ne sont pas les mêmes.

2) Non. Aucune des paires de figures ne rencontre les conditions minimales pour qu'elles soient isométriques.

3) Non. Aucune des paires de figures ne rencontre les conditions minimales pour qu'elles soient semblables.

Technomath

Page 106

a.

	Écran 1	Écran 2	Écran 3
1)	La figure formée des points (−4, 3), (1, 3) et (−2, −1)	La figure formée des points (−5, 4), (7, 1) et (−3, −3)	La figure formée des points (1, 3), (3, 2) et (2, 1)
2)	Pour chacun des écrans, le centre d'homothétie correspond à l'origine du plan cartésien.		
3)	$(x, y) \mapsto (1,8x, 1,8y)$	$(x, y) \mapsto (0,4x, 0,4y)$	$(x, y) \mapsto (-2x, -2y)$

b. L'écran **3.**

c. 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Pour obtenir les coordonnées des sommets d'un triangle image à partir des sommets d'un triangle initial pour une homothétie dont le centre correspond à l'origine du plan cartésien, on doit multiplier les coordonnées des sommets du triangle initial par le rapport d'homothétie.

3) Uniquement si le rapport d'homothétie est égal à −1.

Mise au point 2.2

Page 109

1. a) 1) Une homothétie $h_{(O,\ 2)}$.
2) $(x, y) \mapsto (2x, 2y)$

b) 1) Une contraction horizontale.
2) $(x, y) \mapsto (0{,}5x, y)$

c) 1) Une homothétie $h_{(O,\ \frac{2}{3})}$.
2) $(x, y) \mapsto \left(\frac{2x}{3}, \frac{2y}{3}\right)$

d) 1) Une dilatation verticale.
2) $(x, y) \mapsto (x, 1{,}5y)$

e) 1) Une contraction verticale.
2) $(x, y) \mapsto \left(x, -\frac{2}{3}y\right)$

f) 1) Une homothétie $h_{(O,\ 1{,}75)}$.
2) $(x, y) \mapsto (1{,}75x, 1{,}75y)$

g) 1) Une dilatation verticale.
2) $(x, y) \mapsto (x, -2y)$

h) 1) Une contraction horizontale.
2) $(x, y) \mapsto (-0{,}5x, y)$

i) 1) Une homothétie $h_{(O,\ -3)}$.
2) $(x, y) \mapsto (-3x, -3y)$

2. a) Homothétie $h_{(O,\ 3)}$: $(x, y) \mapsto (3x, 3y)$.

b) Contraction horizontale $(x, y) \mapsto (0{,}5x, y)$.

c) Dilatation verticale $(x, y) \mapsto (x, -3y)$.

d) Homothétie $h_{(O,\ -2)}$: $(x, y) \mapsto (-2x, -2y)$.

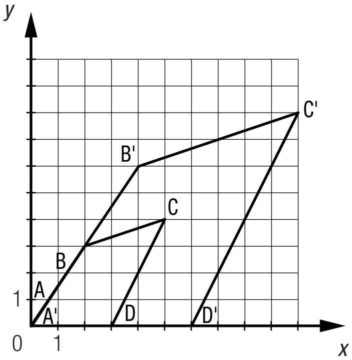
e) Contraction verticale $(x, y) \mapsto (x, -0{,}25y)$.

f) Homothétie $h_{(O,\ -2)}$: $(x, y) \mapsto (-2x, -2y)$.

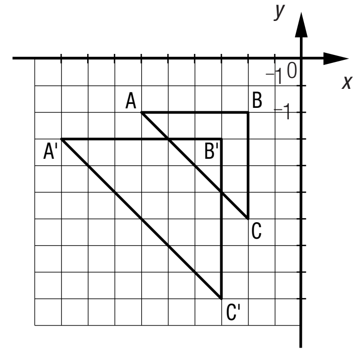
Mise au point 2.2 (*suite*)

Page 110

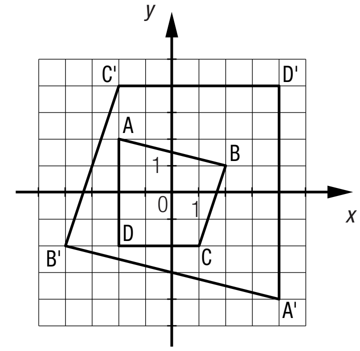
3. a)



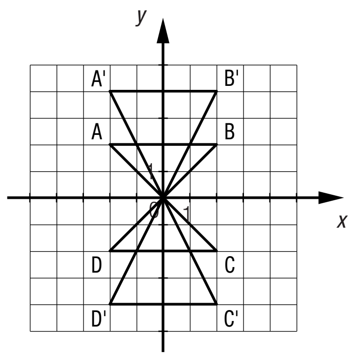
b)



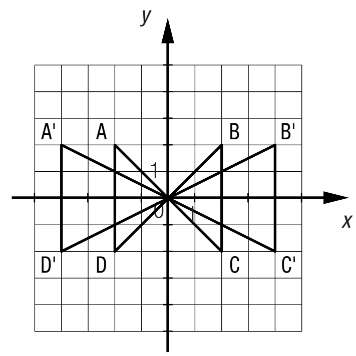
c)



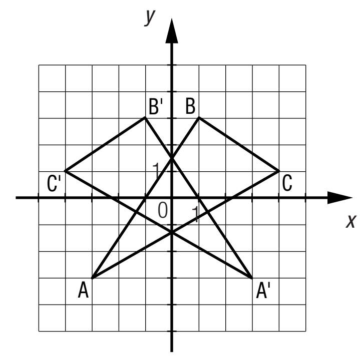
d)



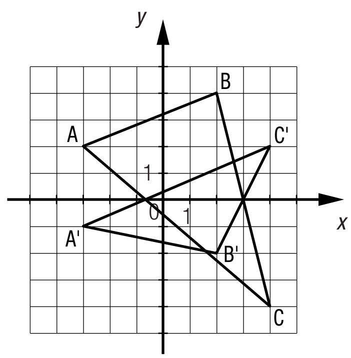
e)



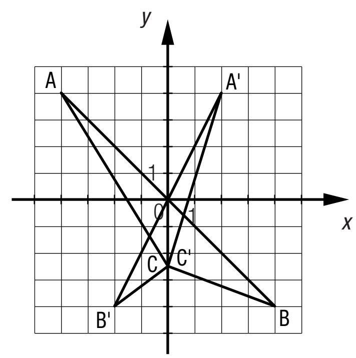
f)



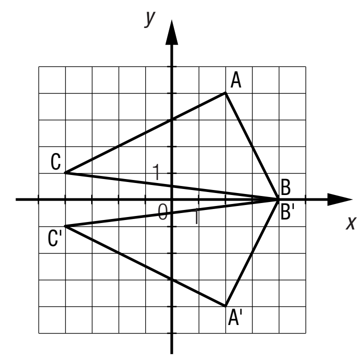
g)



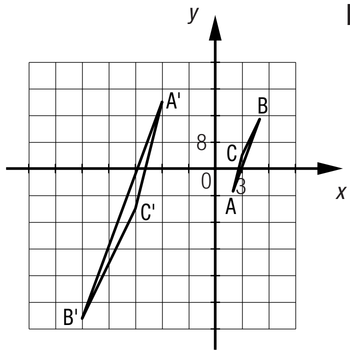
h)



i)

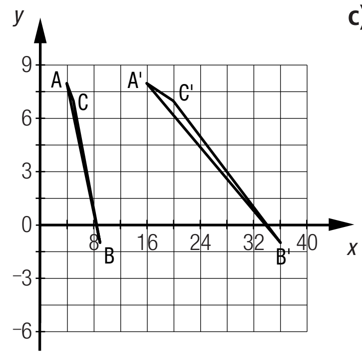


4. a) 1)



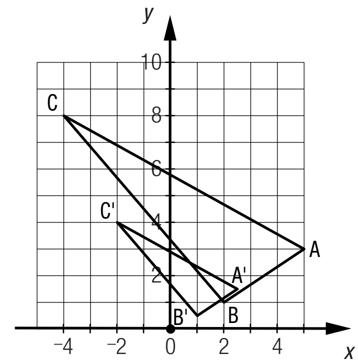
2) $h_{(O,\,-3)} : (x, y) \mapsto (-3x, -3y)$

b) 1)



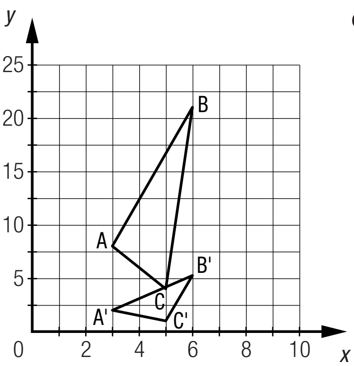
2) $(x, y) \mapsto (4x, y)$

c) 1)



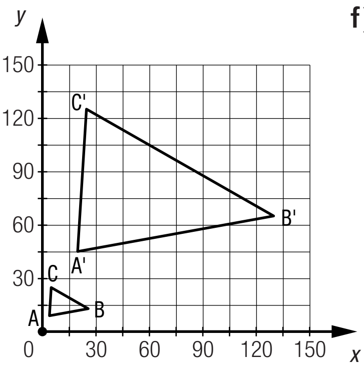
2) $h_{(O,\,0,5)} : (x, y) \mapsto (0{,}5x, 0{,}5y)$

d) 1)



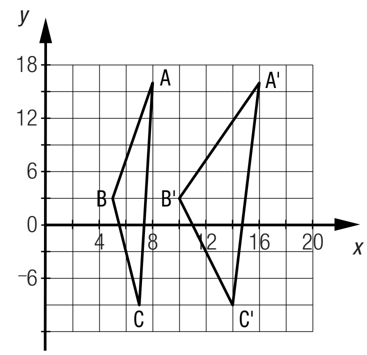
2) $(x, y) \mapsto (x, 0{,}25y)$

e) 1)



2) $h_{(O,\,5)} : (x, y) \mapsto (5x, 5y)$

f) 1)



2) $(x, y) \mapsto (2x, y)$

Mise au point 2.2 (*suite*) **Page 111**

5. a) 1) $h_{(O,\,2)} : (x, y) \mapsto (2x, 2y)$
2) B'(8, 2) ; C'(2, 2)

b) 1) $(x, y) \mapsto (x, 2y)$
2) B'(4, 8) ; C'(6, −2)

c) 1) $(x, y) \mapsto (0{,}5x, y)$
2) B'(4, 0) ; C'(1, 4)

d) 1) $(x, y) \mapsto (-2x, y)$
2) B'(−12, −2) ; C'(4, −6)

e) 1) $h_{(O,\,-2)} : (x, y) \mapsto (-2x, -2y)$
2) B'(−10, −6) ; C'(−4, −4)

f) 1) $h_{(O,\,1,5)} : (x, y) \mapsto (1{,}5x, 1{,}5y)$
2) B'(3, −6) ; C'(−3, −3)

6. a) Fonctions polynomiales de degré 1

1) La fonction passant par le point A : $y = 1{,}5x$ et la fonction passant par le point A' : $y = 3x$.
2) $(x, y) \mapsto (x, 2y)$

Fonctions polynomiales de degré 2

1) La fonction passant par le point A : $y = 0{,}5x^2$ et la fonction passant par le point A' : $y = -2x^2$.
2) $(x, y) \mapsto (x, -4y)$

Fonctions exponentielles

1) La fonction passant par le point A : $y = 2^x$ et la fonction passant par le point A' : $y = 2(2)^x$.
2) $(x, y) \mapsto (x, 2y)$

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Le facteur multiplicatif des ordonnées correspond au facteur multiplicatif de la règle des fonctions.

Mise au point 2.2 (*suite*) **Page 112**

7. $(x, y) \mapsto \left(1{,}15x, \frac{115}{127}y\right)$

8. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$(x, y) \mapsto (-x, y)$ suivie de $(x, y) \mapsto (x, 2y)$.

9. $h_{(O,\,2)} : (x, y) \mapsto (2x, 2y)$

Mise au point 2.2 (*suite*)

Page 113

10. a) 2 **b)** −0,5 **c)** 2 **d)** −1

11. À une rotation centrée à l'origine de 180°.

12. a) L'ordonnée à l'origine de chacune des courbes est 0.

b) 1) Une dilatation verticale de 2. **2)** Une contraction verticale de 0,5.

c) 1) $(x, y) \mapsto (x, 0{,}5y)$ **2)** $(x, y) \mapsto (x, 0{,}25y)$

Mise au point 2.2 (*suite*)

Page 114

13. a) 4 **b)** 8 **c)** $\frac{4}{3}$ **d)** −1,5

SECTION 2.3 Les figures équivalentes

Problème

Page 115

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
La méthode utilisée par Patrick n'est pas bonne puisque deux polygones qui ont le même périmètre n'ont pas nécessairement la même aire.

Activité 1

Page 116

a. 1) Les deux terrains n'ont pas la même forme. Le premier a la forme d'un trapèze, tandis que le second a la forme d'un rectangle.
2) Terrain **A** : 52,35 m ; terrain **B** : 52,35 m.
3) Terrain **A** : ≈ 145,15 m^2 ; terrain **B** : 123,5 m^2.

b. 1) Aucun. Puisque les deux terrains ont le même périmètre, le coût pour l'installation de la clôture sera le même.
2) Le terrain **B,** puisque son aire est moins grande.

c. 1) Non. Le périmètre dépend des mesures des côtés et non de la forme.
2) Non. L'aire dépend des dimensions du terrain et non de sa forme.

d. 1) Non. La forme d'un terrain ne dépend pas de son périmètre.
2) Non. Les deux terrains illustrés en sont un bon exemple.

e. 1) Non. L'aire ne dépend pas de la forme.
2) Non. Les deux terrains illustrés en sont un bon exemple.

f. D

Activité 2

Page 117

a. Ces deux solides ont la même aire totale, soit 160 cm^2.

b. 3 L'eau déborde du solide B.

c. Non. Les réponses aux questions **a** et **b** le démontrent.

d. Ces deux solides ont le même volume, soit un volume d'environ 118,52 cm^3.

e. 1 Il manque de papier pour recouvrir complètement le solide C.

f. Non. Les réponses aux questions **d** et **e** le démontrent.

Technomath

Page 118

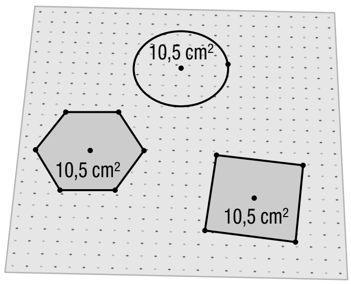
a. 1) Environ 5,38 cm. **2)** Environ 6,07 cm. **3)** Le carré, le cercle et le triangle.

b. 1) Environ 13,83 cm^2.

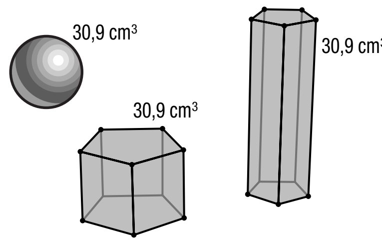
2) Le cylindre circulaire droit et le prisme droit à base triangulaire sont équivalents. Le prisme droit à base pentagonale et le prisme droit à base octogonale sont équivalents.

3) Le cylindre circulaire droit et le prisme droit à base triangulaire.

c. 1)



2)



Mise au point 2.3

Page 120

1. A J, B G, D H, C F

2. a) 1) $\approx$ 36,10 cm **2)** $\approx$ 46,14 cm **b) 1)** $\approx$ 31,67 cm **2)** $\approx$ 40,48 cm

c) 1) $\approx$ 30,18 cm **2)** $\approx$ 38,58 cm **d) 1)** $\approx$ 29,48 cm **2)** $\approx$ 37,67 cm

e) 1) $\approx$ 29,08 cm **2)** $\approx$ 37,16 cm **f) 1)** $\approx$ 28,83 cm **2)** $\approx$ 36,85 cm

Mise au point 2.3 (*suite*)

Page 121

3. A F, C D, E H, G J

Mise au point 2.3 (*suite*)

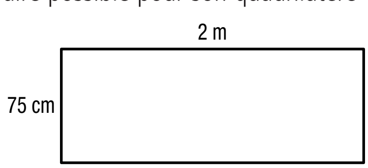
Page 122

4. $\approx$ 17,72 dm

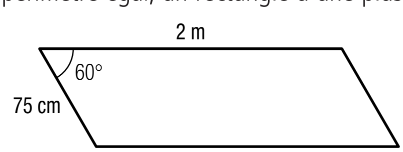
5. a) $\approx$ 158,57 m^2 **b)** 10 307,05 $

c) Comme x $\approx$ 5,37 m, les dimensions du terrain B sont : $\approx$ 5,37 m, $\approx$ 16,11 m, $\approx$ 10,74 m, $\approx$ 10,74 m et $\approx$ 7,59 m.

6. a) En s'assurant que les angles de ces quadrilatères sont droits, le jardinier s'assure en même temps d'avoir la plus grande aire possible pour son quadrilatère car, à périmètre égal, un rectangle a une plus grande aire qu'un parallélogramme.



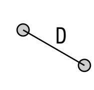
Rectangle de 1,5 m^2 d'aire

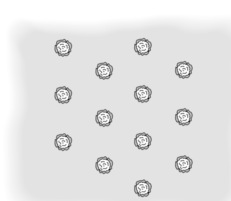


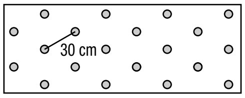
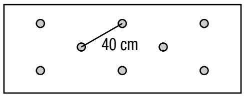
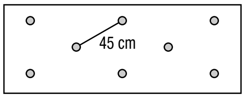
Parallélogramme d'environ 1,30 m^2 d'aire

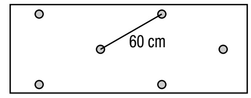
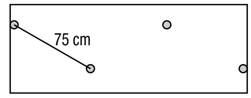
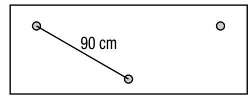
b) Afin de maximiser le nombre de plants dans un rectangle, il est préférable de semer ceux-ci en quinconce, tel qu'il est illustré ci-contre.

Le quinconce le plus efficace est celui où les plants forment les sommets d'un triangle équilatéral dont la mesure d'un côté correspond à la distance minimale à respecter entre les plants.





Poivron et laitue romaine		20 plants
Céleri, melon brodé et melon d’eau		7 plants
Aubergine et patate douce		7 plants

Chou, tomate et topinambour		6 plants
Brocoli		4 plants
Citrouille		3 plants

Mise au point 2.3 (*suite*) **Page 123**

7. Pour installer le cabanon rectangulaire, il faut enlever 12 m^2 de gazon, pour installer le module de jeu, il faut enlever 12,5 m^2 de gazon et pour installer le cabanon octogonal régulier, il faut enlever environ 10,86 m^2 de gazon. Cette personne doit donc installer un module de jeu B.

8. A C, B E

Mise au point 2.3 (*suite*) **Page 124**

9. a) La citerne contient environ 10 000 L (9998,84 L) de jus.
b) Environ 3750 L (3749,56 L) de concentré seront mis dans des contenants.
c) Le rayon du petit contenant est d’environ 3,91 cm et sa hauteur, d’environ 7,82 cm.

10. a) 1) $\frac{4\sqrt{102}}{51}$ ou $\approx 0{,}79$. **2)** $\frac{\sqrt{102}}{8}$ ou $\approx 1{,}26$. **b) 1)** $(x, y) \mapsto \left(\frac{32}{51}x, y\right)$ **2)** $(x, y) \mapsto \left(\frac{51}{32}x, y\right)$
c) 1) $(x, y) \mapsto \left(x, \frac{32}{51}y\right)$ **2)** $(x, y) \mapsto \left(x, \frac{51}{32}y\right)$

Mise au point 2.3 (*suite*) **Page 125**

11. a) $\approx$ 48,48 cm **b)** $\approx$ 42,54 cm **c)** $\approx$ 39,59 cm **d)** $\approx$ 38,72 cm

12. a) Le rayon mesure environ 2,19 cm. **b)** Le rayon mesure environ 2,52 cm.
c) La profondeur mesure environ 2,98 cm. **d)** La hauteur mesure environ 22,31 cm.

SECTION 2.4 L’optimisation des figures équivalentes

Problème **Page 126**

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
La forme sphérique proposée par l’ouvrier D utilise le moins de matériel, mais, comme le souligne l’ouvrier E, cette forme n’est pas pratique pour le transport.

Activité 1 **Page 127**

a. Ces triangles ont tous une aire d’environ 15,59 cm^2. Ils sont donc équivalents.

b. Triangle A : $\approx$ 37,73 cm ; triangle B : $\approx$ 22,11 cm ; triangle C : 18 cm.

c. Ces rectangles ont tous une aire de 36 cm^2. Ils sont donc équivalents.

d. Rectangle A : 74 cm ; rectangle B : 40 cm ; rectangle C : 30 cm ; rectangle D : 26 cm ; rectangle E : 24 cm.

e. De tous les polygones équivalents ayant le même nombre de côtés, c'est le polygone régulier, soit le carré, qui a le plus petit périmètre.

Activité 1 (*suite*) **Page 128**

f. 20 cm^2

g. **1)** De tous les polygones réguliers équivalents, c'est le polygone ayant le plus grand nombre de côtés qui a le plus petit périmètre.
2) Cette suite de polygones tend vers un cercle.

h. $\approx$ 15,85 cm

i. De toutes les figures planes équivalentes, c'est le cercle qui a le plus petit périmètre.

j. Ces polygones ont tous un volume de 216 cm^3. Ils sont donc équivalents.

k. Prisme Ⓐ : 246 cm^2 ; prisme Ⓑ : 252 cm^2 ; prisme Ⓒ : 228 cm^2 ; prisme Ⓓ : 312 cm^2 ; prisme Ⓔ : 216 cm^2.

l. De tous les prismes droits à base rectangulaire équivalents, c'est le cube qui a la plus petite aire.

Activité 1 (*suite*) **Page 129**

m. 216 cm^3

n. **1)** Plus le nombre de faces est grand, plus l'aire totale est petite. **2)** Cette suite de polyèdres tend vers une boule.

o. $\approx$ 174,10 cm^2

p. Tous ces solides ont une aire totale de 216 cm^2.

q. **1)** Le volume augmente. **2)** Cette suite de polyèdres tend vers une boule.

r. $\approx$ 298,51 cm^3

Mise au point 2.4 **Page 133**

1. F, D, H, B, C, I, G, A, E

2. A, E, C, D, F, B

Mise au point 2.4 (*suite*) **Page 134**

3. C'est l'emballage **B** qui nécessite le moins de pellicule plastique. Si x représente la mesure d'une arête d'un dé, l'emballage **A** nécessite $18x^2$ u^2 de pellicule plastique, tandis que l'emballage **B** nécessite $16x^2$ u^2 de pellicule plastique.

4. L'aire de la plus petite feuille de polyéthylène est d'environ 5953,97 cm^2.

5. L'aire minimale de la pellicule plastique est de 4222 cm^2 (en plaçant côte à côte deux piles de 6 livres).

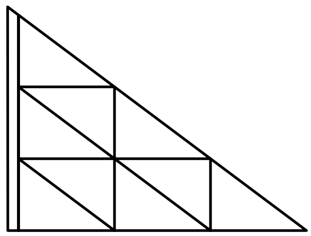
Mise au point 2.4 (*suite*) **Page 135**

6. **a)** La confiserie peut fabriquer 400 000 petits chocolats.
b) **1)** On utilise environ 1,41 mL de bonbon. **2)** On utilise environ 1,28 mL de bonbon.
3) On utilise environ 1,03 mL de bonbon.
c) **1)** La confiserie économise 380 $. **2)** La confiserie économise 250 $.

7. **a)** **1)** Disposition 4×6, disposition 3×8, disposition 2×12 et disposition 1×24.
2) Il n'y a pas de différence, au niveau de l'espace perdu, entre ces dispositions. L'espace perdu est le même dans chaque cas, soit environ 3625,91 cm^3.
b) Disposition 4×6, disposition 3×8, disposition 2×12 et disposition 1×24.

Mise au point 2.4 (*suite*) **Page 136**

8. On peut construire au maximum 9 serres de 11 m^2 de forme triangulaire, disposées tel qu'il est illustré ci-dessous.



9. Le volume du plus gros coussin est d'environ 317,36 dm^3.

10. a) 1) Le ballon contient 5832 mL d'air. **2)** L'aire du ballon est de 1944 cm^2.

b) 1) Le ballon contient 5832 mL d'air. **2)** L'aire du ballon est d'environ 1566,86 cm^2.

11. L'entreprise peut fabriquer 386 bouées.

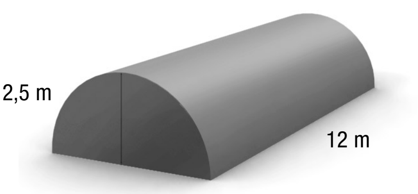
Mise au point 2.4 (*suite*) **Page 137**

12. Si la largeur des espaces entre les carreaux est la même, la quantité de ciment nécessaire pour remplir les espaces dans chaque dallage dépend de la somme des longueurs des côtés communs à deux carreaux. Ces sommes, pour chacun des dallages, sont les suivantes.

Dallage Ⓐ : 19,5 m ; dallage Ⓑ : ≈ 33,19 m ; dallage Ⓒ : ≈ 23,03 m.

C'est donc le dallage Ⓐ qui nécessite la plus petite quantité de ciment pour remplir l'espace entre les carreaux.

13. Pour que la quantité de toile à utiliser soit minimale, il faut que cet abri ait la forme d'un demi-cylindre droit à base circulaire, tel qu'il est illustré ci-dessous.



Ainsi, l'aire de la toile correspond à la moitié de l'aire latérale d'un cylindre circulaire droit de 2,5 m de rayon et de 12 m de hauteur, soit environ 94,25 m^2.

14. Les coûts d'étiquetage dépendent de l'aire de l'étiquette à produire, qui est égale à l'aire latérale de la pile. Les aires latérales de chacun des modèles sont les suivantes.

A : 90 cm^2 ; **B :** ≈ 184,27 cm^2 ; **C :** ≈ 131,45 cm^2 ; **D** : ≈ 116,5 cm^2

C'est donc le format **A** qui coûte le moins cher à étiqueter.

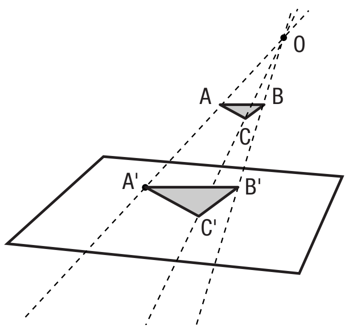
RUBRIQUES PARTICULIÈRES 2

Chronique du passé **Page 139**

1. a) $t_{(2, -5)}$ **b)** $t_{(1, 1)}$

2. a) $t_{(7, -5)}$ **b)** $t_{(7, 8)}$ **c)** $t_{(0, 0)}$

3.



Le monde du travail

Page 141

1. ① Un technicien ou une technicienne en animation 3D peut générer la figure par une rotation axiale dont l'axe de rotation correspond au côté vertical du triangle.

② Un technicien ou une technicienne en animation 3D peut générer la figure par une homothétie du carré et en reliant par des segments les sommets homologues du carré initial et du carré image.

③ Un technicien ou une technicienne en animation 3D peut générer la figure par une rotation axiale dont l'axe de rotation correspond à un diamètre du cercle.

Vue d'ensemble

Page 142

1. a) $h_{(O,\ -0{,}25)} : (x, y) \mapsto (-0{,}25x, -0{,}25y)$ **b)** $(x, y) \mapsto (x, 0{,}5y)$ **c)** $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$
d) $r_{(O,\ 90°)} : (x, y) \mapsto (-y, x)$ **e)** $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$ **f)** $(x, y) \mapsto (4x, y)$

2. a) $r_{(O,\ -90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$ **b)** $t_{(-8,\ -6)} : (x, y) \mapsto (x - 8, y - 6)$
c) $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$ **d)** $(x, y) \mapsto (y, x)$

3. a) 1) $r_{(O,\ -90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$ **2)** B'(4, −2) ; C'(2, −4)
b) 1) $h_{(O,\ 0{,}5)} : (x, y) \mapsto (0{,}5x, 0{,}5y)$ **2)** B'(3,5, 2,5) ; C'(3, −4)
c) 1) $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$ **2)** B'(2, −4) ; C'(4, −1)
d) 1) $(x, y) \mapsto (2x, y)$ **2)** B'(10, 0) ; C'(2, 0)
e) 1) $t_{(-2,\ -4)} : (x, y) \mapsto (x - 2, x - 4)$ **2)** B'(4, 2) ; C'(6, −6)
f) 1) $(x, y) \mapsto (x, 2y)$ **2)** B'(0, −4) ; C'(−2, −4)

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 143

4. L'icosaèdre régulier Ⓐ a la plus petite aire totale, puisque de tous les polyèdres réguliers équivalents, c'est le polyèdre ayant le plus grand nombre de côtés qui a la plus petite aire.

5. $a \approx 12{,}16$ cm ; $b \approx 6{,}10$ cm ; $c \approx 4{,}96$ cm ; $d \approx 4{,}20$ cm ; $e \approx 3{,}64$ cm

6. a) $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$ **b)** $(x, y) \mapsto (3x, y)$ **c)** $r_{(O,\ -90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$
d) $(x, y) \mapsto \left(x, \frac{2}{3}y\right)$ **e)** $t_{(3,\ -4)} : (x, y) \mapsto (x + 3, x - 4)$ **f)** $h_{(O,\ 3)} : (x, y) \mapsto (3x, 3y)$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 144

7. On devrait utiliser la boîte Ⓒ, car les boîtes Ⓓ et Ⓔ ne sont pas assez grandes pour contenir le vase.

8. a) $\approx 3{,}42$ cm **b)** $\approx 15{,}49$ dm **c)** $\approx 1{,}67$ m
d) $= 9$ cm **e)** $\approx 1{,}92$ cm **f)** $= \frac{4r}{3}$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 145

9. a)

Point initial	Point image par la translation $t_{(7,\ -1)}$
A(7, −2)	A'(**14**, **−3**)
B(0, 3)	B'(**7**, **2**)
C(1, 4)	C'(**8**, **3**)

b)

Point initial	Point image par la rotation $r_{(O,\ -90°)}$
D(3, −8)	D'(**−8**, **−3**)
E(10, 9)	E'(**9**, **−10**)
F(5, 5)	F'(**5**, **−5**)

c)

Point initial	Point image par la réflexion s_y
G(3, −1)	G'(**−3**, **−1**)
H(5, −2)	H'(**−5**, **−2**)
I(2, 2)	I' (**−2**, **2**)

d)

Point initial	Point image par l'homothétie $h_{(0,\,3)}$
J(0, 0)	J' (**0**, **0**)
K(2, 2)	K'(**6**, **6**)
L(4, −1)	L' (**12**, **−3**)

e)

Point initial	Point image par l'homothétie $h_{(0,\,-3{,}9)}$
M(3, 8)	M'(**−11,7**, **−31,2**)
N(0, 10)	N'(**0**, **−39**)
O(9, −4)	O'(**−35,1**, **15,6**)

f)

Point initial	Point image par la dilatation **(*x*, *y*) ↦ (2,3*x*, *y*)**
P(−3, 6)	P'(**−6,9**, **6**)
Q(0, 4)	Q'(**0**, **4**)
R(4, −2)	R'(**9,2**, **−2**)

10. **a)** **1)** 16,5 mm² **2)** ≈ 18,62 mm **b)** **1)** 16,5 mm² **2)** ≈ 18,62 mm **c)** **1)** 16,5 mm² **2)** ≈ 18,62 mm
d) **1)** 37,125 mm² **2)** ≈ 27,93 mm **e)** **1)** 33 mm² **2)** ≈ 28,34 mm **f)** **1)** 33 mm² **2)** ≈ 29,13 mm

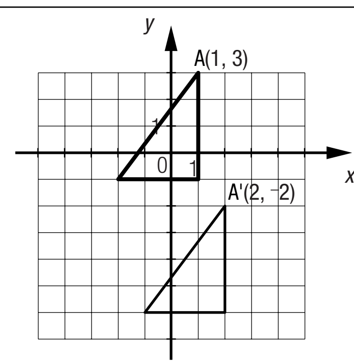
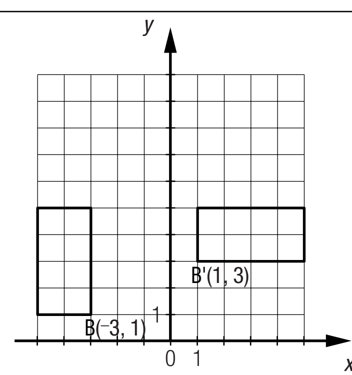
11.

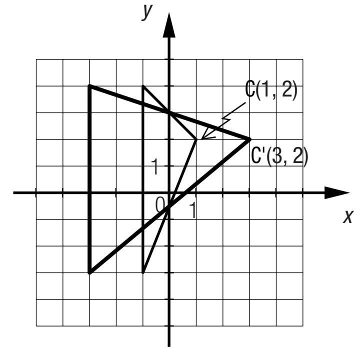
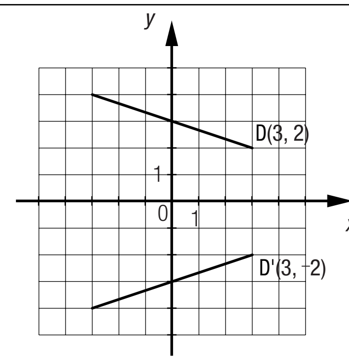
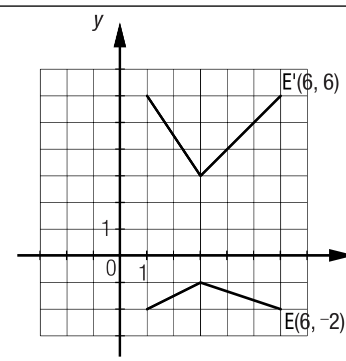
Transformation géométrique	$\frac{\text{aire de la figure image}}{\text{aire de la figure initiale}}$	Une figure initiale et sa figure image sont équivalentes : oui ou non ?
Translation	**1**	**Oui.**
Rotation	**1**	**Oui.**
Réflexion	**1**	**Oui.**
$h_{(0,\,2)}$	**4**	**Non.**
$h_{(0,\,0{,}5)}$	**0,25**	**Non.**
$(x, y) \mapsto (x, 2y)$	**2**	**Non.**
$(x, y) \mapsto (2x, y)$	**2**	**Non.**
$(x, y) \mapsto (x, 0{,}5y)$	**0,5**	**Non.**
$(x, y) \mapsto (0{,}5x, y)$	**0,5**	**Non.**

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 146

12.

	Règle de transformation	Description	Figure initiale et figure image
a)	$t_{(1,\,-5)} : (x, y) \mapsto (x + 1, y - 5)$	Ajout de 1 unité en abscisse et retrait de 5 unités en ordonnée.	
b)	$r_{(0,\,-90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$	**Rotation centrée à l'origine de 90° dans le sens horaire.**	

	Règle de transformation	Description	Figure initiale et figure image
c)	$(x, y) \mapsto (3x, y)$	Multiplication de l'abscisse par 3.	
d)	$S_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$	**Réflexion selon l'axe des abscisses.**	
e)	$(x, y) \mapsto (x, -3y)$	**Dilatation verticale et réflexion selon l'axe des abscisses.**	

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 147

13. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

a) $t_{(9,\ 3)} : (x, y) \mapsto (x + 9, y + 3)$ suivie de $h_{(O,\ 1,5)} : (x, y) \mapsto (1{,}5x, 1{,}5y)$.

b) $h_{(O,\ 0,5)} : (x, y) \mapsto (0{,}5x, 0{,}5y)$ suivie de $r_{(O,\ 90°)} : (x, y) \mapsto (-y, x)$.

c) $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$ suivie de $t_{(2,\ 2)} : (x, y) \mapsto (x + 2, y + 2)$.

d) $h_{(O,\ 0,5)} : (x, y) \mapsto (0{,}5x, 0{,}5y)$ suivie de $t_{(3,\ 2)} : (x, y) \mapsto (x + 3, y + 2)$.

e) $r_{(O,\ -90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$ suivie de $(x, y) \mapsto (2x, y)$.

f) $t_{(4,\ -2)} : (x, y) \mapsto (x + 4, y - 2)$ suivie de $(x, y) \mapsto (x, 2y)$.

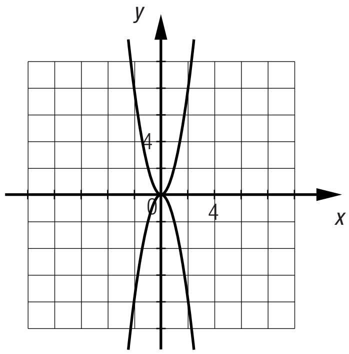
14. L'aire de la plus petite pellicule est d'environ 758,14 cm^2.

15. a) **Fonction *g***

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
***g*(*x*)**	**−18**	**−8**	**−2**	**0**	**−2**	**−8**	**−18**

b) Ces points sont associés par la transformation géométrique $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$.

c)

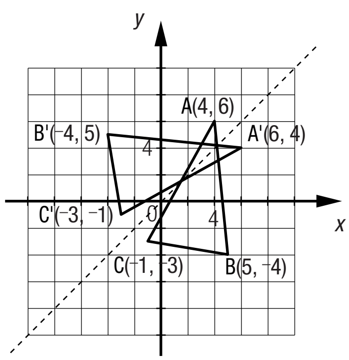


d) $s_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$

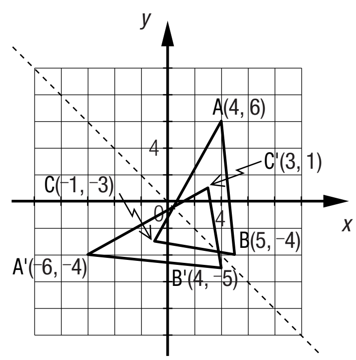
Vue d'ensemble (*suite*)

Page 148

16. a)



b)



17. a) **1)** $r_{(O,\,-90°)} : (x, y) \mapsto (y, -x)$ et $t_{(-12,\,-2)} : (x, y) \mapsto (x - 12, y - 2)$.

2) $h_{(O,\,4)} : (x, y) \mapsto (4x, 4y)$ et $t_{(-6,\,15)} : (x, y) \mapsto (x - 6, y + 15)$.

3) $(x, y) \mapsto (x, 0{,}2y)$ et $t_{(0,\,-4)} : (x, y) \mapsto (x, y - 4)$.

4) $(x, y) \mapsto (-3x, y)$ et $t_{(-16,\,0)} : (x, y) \mapsto (x - 16, y)$.

5) $r_{(O,\,180°)} : (x, y) \mapsto (-x, -y)$ et $t_{(-26,\,-38)} : (x, y) \mapsto (x - 26, y - 38)$.

6) $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$ et $t_{(2,\,0)} : (x, y) \mapsto (x + 2, y)$.

b) Deux points du plan peuvent toujours être associés par une translation.

18. a) Le modèle **A** permet une meilleure aération du compost, car son aire de 25 500 cm^2 est supérieure à l'aire des trois autres.

b) Le modèle **D** nécessite la moins grande quantité de plastique, c'est-à-dire environ 16 964,60 cm^2 de plastique.

c) Le modèle **A** peut contenir la plus grande quantité de compost, car il peut en contenir 290 824,83 cm^3.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 149

19. a) Le segment AB mesure environ 4,33 cm.

b) **1)** L'aire de cette sphère est de 1560 cm^2. **2)** Le volume d'air est de 5793,76 cm^3.

c) Non, puisque sa circonférence est d'environ 70,01 cm.

20. a) Oui, ces prismes ont tous les deux un volume de 414 720 m^3.

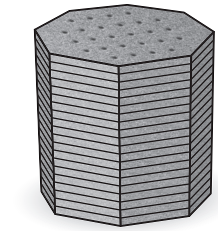
b) Oui, les bases de ces prismes ont toutes les deux une aire de 2304 m^2.

c) L'aire latérale du prisme **B** est environ 1,67 fois plus grande que celle du prisme **A.**

Banque de problèmes

Page 150

1. C'est en disposant les biscuits de façon à former un prisme régulier de 8 cm de hauteur que l'entreprise utilisera le moins de papier d'emballage.



2.

Transformations géométriques suggérées par Gina pour le point (x, y).	Transformations géométriques suggérées par Frank pour le point (x, y).
Le point (x, y) est associé au point $(-y, x)$ par la rotation $r_{(O,\ 90°)}$. Le point $(-y, x)$ est associé au point $(-y + 8, x + 4)$ par la translation $t_{(8,\ 4)}$. Donc, le point $(-y + 8, x + 4)$ est associé au point (x, y) par la rotation $r_{(O,\ 90°)}$ suivie de la translation $t_{(8,\ 4)}$.	Le point (x, y) est associé au point $(x + 4, y - 8)$ par la rotation $t_{(4,\ -8)}$. Le point $(x + 4, y - 8)$ est associé au point $(-y + 8, x + 4)$ par la translation $r_{(O,\ 90°)}$. Donc, le point $(-y + 8, x + 4)$ est associé au point (x, y) par la translation $t_{(4,\ -8)}$ suivie de la rotation $r_{(O,\ 90°)}$.

En conclusion, Frank a raison.

3. En ajustant la dimension horizontale d'une image 4 : 3 à l'aide d'une dilatation $(x, y) \mapsto (x, 0{,}75y)$, on obtient une image dont la dimension s'exprime par le rapport « $4 : \frac{9}{4}$ » qui, une fois écrit correctement, équivaut au rapport 16 : 9.

4. Les deux polygones convexes formés des points décrits sont associés par la transformation géométrique dont la règle est $(x, y) \mapsto (-3x, 2y)$.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 151

5. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
En gardant la même largeur et la même longueur, il suffirait d'augmenter la hauteur de la boîte à environ 40,43 cm afin que le volume soit le même, soit 90 000 cm^3.

6. **1)** La règle $(x, y) \mapsto (0{,}5x, y)$ associe la figure ② à la figure ①.
2) La règle $(x, y) \mapsto \left(\frac{1}{6}x, y\right)$ associe la figure ③ à la figure ①.
3) La règle $(x, y) \mapsto \left(-\frac{1}{6}x, y\right)$ associe la figure ④ à la figure ①.
4) La règle $(x, y) \mapsto (-0{,}5x, y)$ associe la figure ⑤ à la figure ①.
5) La règle $(x, y) \mapsto (-x, y)$ associe la figure ⑥ à la figure ①.

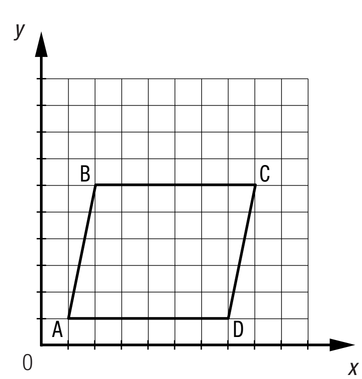
Banque de problèmes (*suite*)

Page 152

7. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Si le rayon de la partie du haut mesure environ 3,56 cm, alors le rayon de la partie du bas mesure environ 5,09 cm, ce qui donne un volume équivalent d'environ 475,04 cm^3.

8. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Ces deux figures peuvent être associées par la transformation dont la règle est $(x, y) \mapsto \left(-\frac{15}{6}x + 24, -2{,}5y + 15\right)$.

9. Soit le parallélogramme ABCD dont deux des côtés sont parallèles à l'axe des abscisses.



Le tableau suivant présente les coordonnées de chacun des sommets du parallélogramme ABCD.

A	(x_A, y_A)
B	(x_B, y_B)
C	(x_C, y_C)
D	(x_D, y_D)

L'aire du parallélogramme ABCD se calcule par la règle $A_{\text{parallèlogramme}} = \text{base} \times \text{hauteur}$.
Ainsi, $A_{ABCD} = (x_D - x_A) \times (y_B - y_A)$.
Le parallélogramme A'B'C'D' est associé au parallélogramme ABCD par la transformation géométrique dont la règle est $(x, y) \mapsto \left(kx, \frac{y}{k}\right)$, où k est un nombre non nul. Le tableau suivant présente donc les coordonnées de chacun des sommets du parallélogramme A'B'C'D'.

A'	$\left(kx_A, \frac{y_A}{k}\right)$
B'	$\left(kx_B, \frac{y_B}{k}\right)$
C'	$\left(kx_C, \frac{y_C}{k}\right)$
D'	$\left(kx_D, \frac{y_D}{k}\right)$

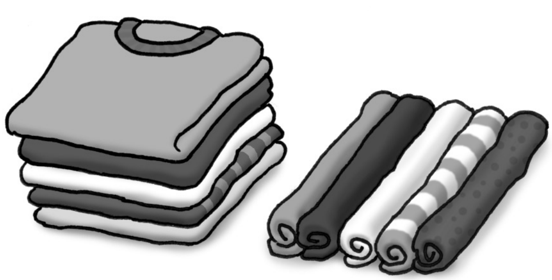
L'aire du parallélogramme A'B'C'D' se calcule par la règle $A_{\text{parallélogramme}} = \text{base} \times \text{hauteur}$.
Ainsi, $A_{A'B'C'D'} = (kx_D - kx_A) \times \left(\frac{y_B}{k} - \frac{y_A}{k}\right)$.
Par une mise en évidence de k et de , la règle précédente est équivalente à :
$A_{A'B'C'D'} = k(x_D - x_A) \times \frac{1}{k}(y_B - y_A)$;
et :
$A_{A'B'C'D'} = k \times \frac{1}{k} \times (x_D - x_A) \times (y_B - y_A)$.
Puisque $k \times \frac{1}{k} = 1$:
$A_{A'B'C'D'} = (x_D - x_A) \times (y_B - y_A)$.
Ainsi, $A_{A'B'C'D'} = A_{ABCD}$. Les parallélogrammes ABCD et A'B'C'D' sont équivalents.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 153

10. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Les triangles ABC et A'B'C' sont associés par la série de transformations géométriques successives suivante.
La transformation dont la règle est $h_{\left(0, \frac{1}{3}\right)} : (x, y) \mapsto \left(\frac{1}{3}x, \frac{1}{3}y\right)$, suivie de la transformation dont la règle est $s_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$, suivie de la transformation dont la règle est $t_{(0, -3)} : (x, y) \mapsto (x, y - 3)$.

11. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
C'est le personnage qui roule ses vêtements qui a raison. Dans chaque cas étudié tout le long de ce chapitre, les formes optimales dans leur utilisation de l'espace sont celles qui se rapprochent le plus des corps ronds tels que les cylindres et les boules. Le vêtement roulé se rapprochant davantage d'un cylindre que le vêtement plié, il aura donc tendance à prendre moins de place.



5 tee-shirts pliés et 5 tee-shirts roulés côte à côte.
Pliés, 5 tee-shirts mesurent
40 cm × 35 cm × 12 cm = 16 800 cm^3,
tandis que les mêmes tee-shirts roulés mesurent
13 cm × 35 cm × 13 cm = 5915 cm^3,
ce qui représente une économie de 65 %.