RÉVISION 1

Réactivation 1

Page 4

a. 1) 200 lions. **2)** 900 zèbres.

b. 1) $y_1 = 50x + 200$, où x est le temps (en années) et y_1, la population de lions.
2) $y_2 = {}^-75x + 900$, où x est le temps (en années) et y_2, la population de zèbres.

c. 1) 350 lions. **2)** 675 zèbres.

d. Les populations de lions et de zèbres comptent toutes les deux 480 individus à 5,6 ans.
$50x + 200 = {}^-75x + 900 \Leftrightarrow x = 5{,}6$ et $y = 50(5, 6) + 200 = 480$.

Réactivation 2

Page 5

a. $^-15$ °C

b. Non. La température que le processeur Ⓑ peut supporter est inférieure à 150 °C (et non inférieure ou égale à 150 °C).

c. 1) $x \leq {}^-125$ **2)** $^-125$ °C

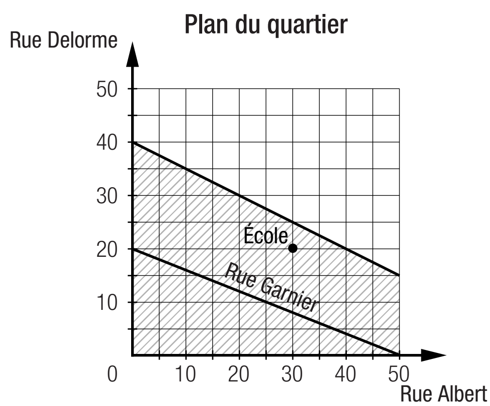
d. Les températures supérieures ou égales à $^-15$ °C et inférieures à 90 °C.
$x \geq {}^-15$ et $\frac{20 - x}{2} > {}^-35 \Leftrightarrow x < 90$.

Réactivation 3

Page 6

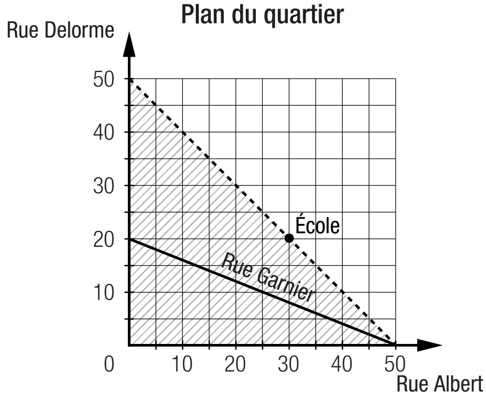
a. 1) $y = {}^-0{,}4x + 20$ **2)** $y \leq {}^-0{,}4x + 20$
3) En remplaçant les coordonnées du point associé à l'école dans l'inéquation $y \leq {}^-0{,}4x + 20$, on obtient :
$20 \leq {}^-0{,}4(30) + 20 \Leftrightarrow 20 \leq {}^-12 + 20 \Leftrightarrow 20 \leq 8$ (faux).

b. 1)



2) Oui. Les coordonnées du point associé à l'école vérifient l'inéquation $y \leq 40 - 0{,}5x$.

c. 1) **Plan du quartier**



2) Non. Les coordonnées du point associé à l'école ne vérifient pas l'inéquation $x + y < 50$.

Mise à jour

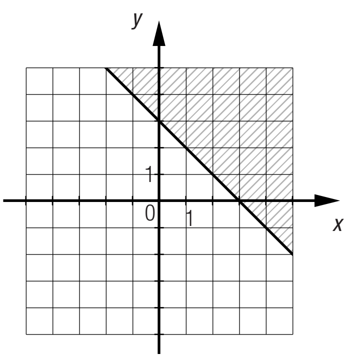
Page 11

1. a) (−4,5, −11,5) **b)** $\left(\frac{44}{9}, \frac{248}{9}\right)$ **c)** (180, 30)

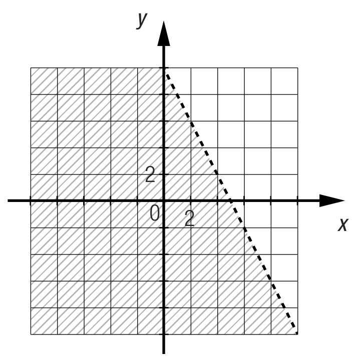
d) Aucune solution. **e)** $\left(\frac{510}{31}, -\frac{120}{31}\right)$ **f)** $\left(-\frac{445}{27}, -\frac{718}{27}\right)$

2. a) $x \geq -6$ **b)** $x < 2{,}5$ **c)** $x \geq -4$ **d)** $x > \frac{77}{3}$ **e)** $x \leq \frac{7}{3}$ **f)** $x \geq \frac{4}{3}$

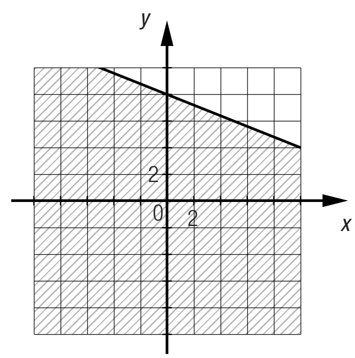
3. a)



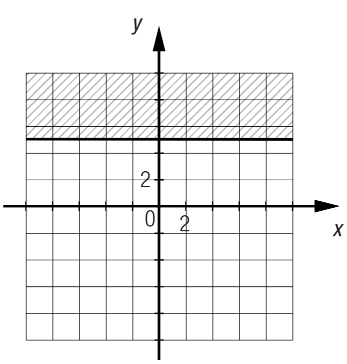
b)



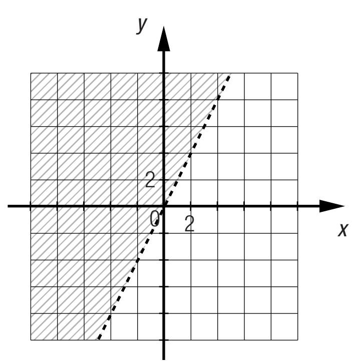
c)



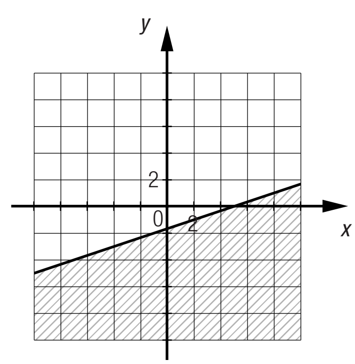
d)



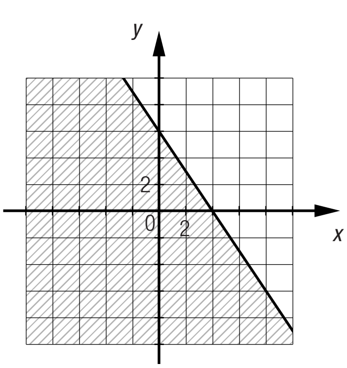
e)



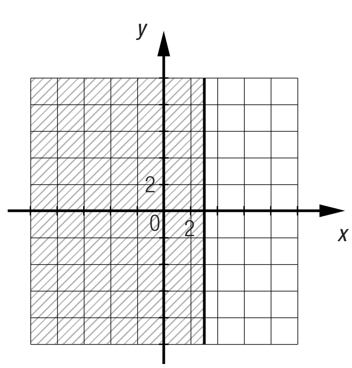
f)



g)



h)



4. La mesure de l'angle A peut être supérieure à 0° et inférieure ou égale à 40°.
m $\angle$ A : x
m $\angle$ B : $\frac{x}{2} + 30$
$x + \frac{x}{2} + 30 = 90 \Leftrightarrow x = 40$

5. a) $3 + \frac{x}{2} \leq 15$, où x représente un certain nombre.
b) $^-3x \geq 13 + \frac{x}{2}$, où x représente un certain nombre.
c) $2x - 10 > 0$, où x représente la température ambiante (en °C).

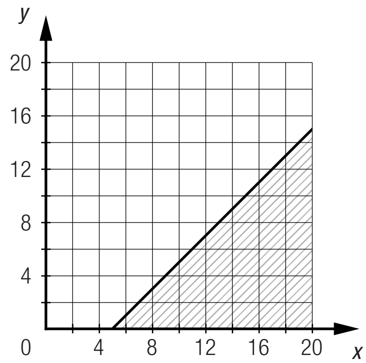
Mise à jour (*suite*)

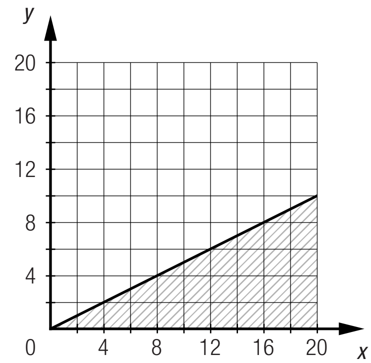
6. a) 1) x : temps (en s)
y : hauteur (en m) d'un ascenseur
2) $y = ^-0,75x + 23$ et $y = 0,5x + 2$.
3) Les ascenseurs se rencontrent à une hauteur de 10,4 m à 16,8 s.

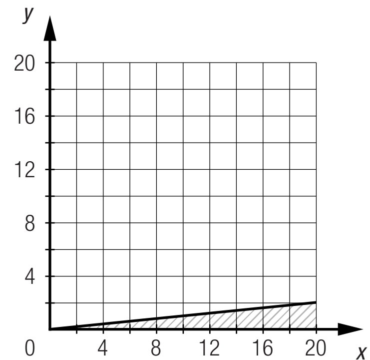
b) 1) x : temps (en s)
y : température (en °C) d'un liquide
2) $y = 0,1x + 40$ et $y = 0,3x + 20$.
3) Les deux liquides sont à la même température (50 °C) à 100 s.

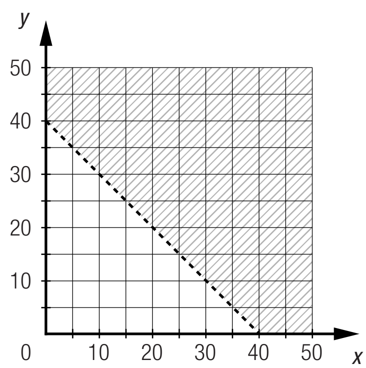
c) 1) x : temps (en s)
y : distance (en m) parcourue par un mobile
2) $y = 8x + 100$ et $y = 10x$.
3) Le second mobile rattrapera le premier en 50 s.

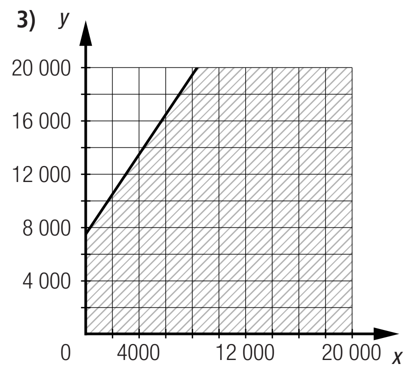
d) 1) x : montant des ventes (en $) d'un vendeur
y : salaire (en $) d'un vendeur
2) $y = 0,2x + 200$ et $y = 0,4x + 120$.
3) Pour un montant des ventes de 400 $, les deux vendeurs reçoivent un salaire de 280 $.

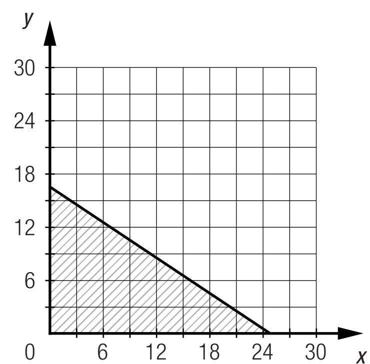
7. a) 1) x : nombre de garçons
y : nombre de filles
2) $x - y \geq 5$
3)


b) 1) x : vitesse d'une cycliste
y : vitesse d'un piéton
2) $x \geq 2y$
3)


c) 1) x : mase d'un solvant
y : masse d'un soluté
2) $x \geq 10y$
3)


d) 1) x : nombre d'hommes
y : nombre de femmes
2) $x + y > 40$
3)


e) 1) x : salaire de Julie
y : salaire de Jeanne
2) $2y - 3x \leq 15\,000$
3)


f) 1) x : nombre de tables à 4 chaises
y : nombre de tables à 6 chaises
2) $4x + 6y \leq 100$
3)


Mise à jour (*suite*) **Page 13**

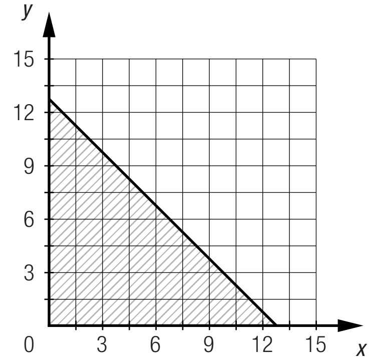
8. a) $y < -\frac{2}{3}x + 8$ **b)** $y \geq 0{,}5x - 20$ **c)** $y < 3x - 3$ **d)** $y \geq -\frac{4}{3}x - 8$

9. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

a) (–2, 1), (3, 6), (–4, 0) **b)** (4, 1), (2, 2), (0, 0) **c)** (2, –1), (4, 2), (0, 1) **d)** (–4, 5), (–10, 8), (–5, –5)

e) (1, 1), (–4, –1), (–1, 3) **f)** (–4, –1), (0, –3), (–3, –2) **g)** (0, 0), (100, 100), (50, 30) **h)** (3, 10), (6, 9), (12, 12)

10. a) $7(x + y) \leq 90$ **b)**



Mise à jour (*suite*) **Page 14**

11. A 5, B 1, C 6, D 3, E 2, F 4

12. a) $y \leq 3$ **b)** $y > -2$ **c)** $x \geq -2$ **d)** $x < 3$ **e)** $y \geq 0$ **f)** $x \geq 0$

SECTION 1.1 Les systèmes d'inéquations

Problème **Page 15**

L'ONU peut mobiliser 2571 spécialistes des infrastructures.

Soit x, le nombre de membres du personnel médical et 4, le nombre de spécialistes des infrastructures.

Nous avons les inéquations suivantes : $x \geq 4\left(\frac{y}{3}\right)$ et $x + y \leq 6000$.

On cherche à déterminer l'ordonnée du point d'intersection des deux droites frontières associées aux inéquations :
$-x + 6000 = \frac{3x}{4} \Leftrightarrow x \approx 3428{,}57$ et $y = -x + 6000$, donc $y \approx -3428{,}57 + 6000$, soit $\approx 2571{,}43$.

Activité 1 **Page 16**

a. x représente le nombre de rouleaux compresseurs et y représente le nombre d'excavatrices.

b. Le graphique 1 est associé à l'inéquation $x < \frac{1}{3}y$ et le graphique 2 est associé à l'inéquation $x + y \leq 240$.

c.

	$x < \frac{1}{3}y$	$x + y \leq 240$
(30, 120)	**Oui**	**Oui**
(100, 180)	**Non**	**Non**
(140, 60)	**Non**	**Oui**
(60, 220)	**Oui**	**Non**

d. 1) A et D. **2)** C et D. **3)** D **4)** B

e. Non, car 40 rouleaux compresseurs et 120 excavatrices ne satisfont pas à la condition selon laquelle le nombre de rouleaux compresseurs doit être inférieur au tiers du nombre d'excavatrices, représenté par l'inéquation $x < \frac{1}{3}y$.

Technomath

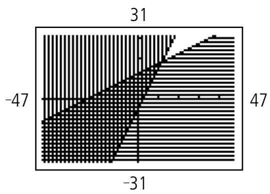
a. **1)** Le demi-plan situé au-dessus de la droite frontière doit être hachuré.
2) Le demi-plan situé au-dessous de la droite frontière doit être hachuré.

b. **1)** $y \geq 1{,}5x + 15$ **2)** $y \leq -0{,}3x - 10$

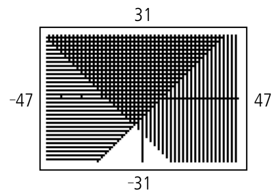
c. $y \geq x$ et $y \geq 30 - x$.

d. **1)** Le couple (11, -12) n'appartient pas à l'ensemble-solution du système, car il ne vérifie aucune des inéquations : $y > x \Leftrightarrow -12 > 11$ (faux) et $y > 30 - x \Leftrightarrow -12 > 19$ (faux).
2) Le couple (15, 26) appartient à l'ensemble-solution du système, car il vérifie les deux inéquations : $y > x \Leftrightarrow 26 > 15$ (vrai) et $y > 30 - x \Leftrightarrow 26 > 15$ (vrai).

e. **1)**

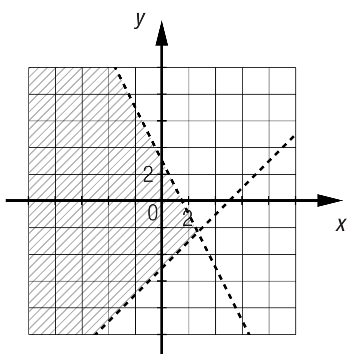


2)

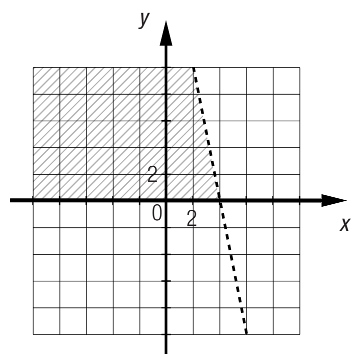


Mise au point 1.1

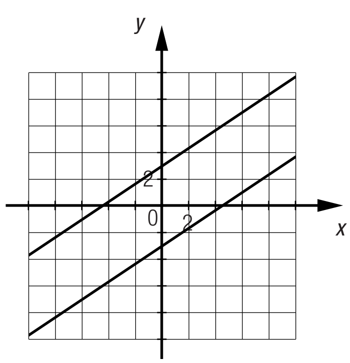
1. a)



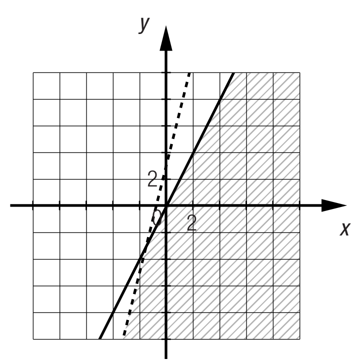
b)



c)



d)



2. a) **1)** $y > -2x + 2$ et $y \geq x + 1$. **2)** $y > -2x + 2$ et $y \leq x + 1$.
3) $y < -2x + 2$ et $y \leq x + 1$. **4)** $y < -2x + 2$ et $y \geq x + 1$.

b) **1)** $y > \frac{2}{3}x + 2$ et $y \geq \frac{2}{3}x - 1$. **2)** $y < \frac{2}{3}x + 2$ et $y \geq \frac{2}{3}x - 1$.
3) $y < \frac{2}{3}x + 2$ et $y \leq \frac{2}{3}x - 1$. **4)** $y > \frac{2}{3}x + 2$ et $y \leq \frac{2}{3}x - 1$.

3. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (−5, 0), (0, 0), (−2, −4), (−6, 1)

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (−5, 0), (−10, 23), (−20, −4), (−5, 5)

c) C'est impossible puisqu'il n'y a aucun point du plan cartésien dont les coordonnées vérifient simultanément les deux inéquations.

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple* : (0, 0), (8, 4), (12, 6), (16, 8)

e) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (0, 0), (−4, −4), (5, 6), (1, 1)

f) C'est impossible puisqu'il n'y a aucun point du plan cartésien dont les coordonnées vérifient simultanément les deux inéquations.

Mise au point 1.1 (*suite*)

Page 20

4. a) A(0, 0), C(−4, 4), E(−3, 2), F(−5, −6)

b) D(3, −2)

c) B(2, 3), C(−4, 4), E(−3, 2)

d) B(2, 3), D(3,−2)

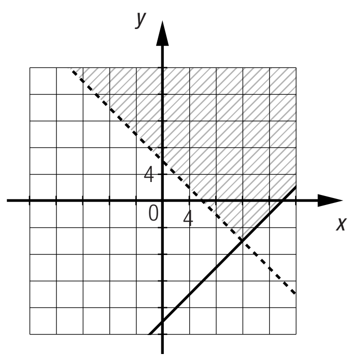
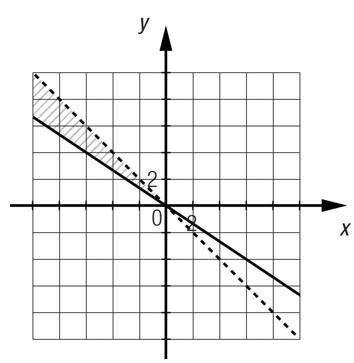
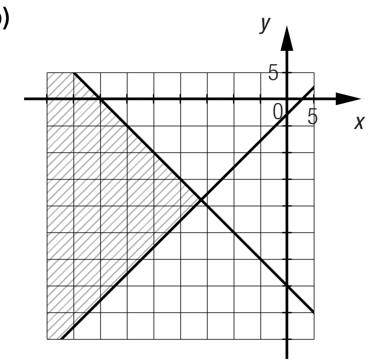
5. A 6, B 3, C 1

6. a) A, D **b)** B **c)** C **d)** E

Mise au point 1.1 (*suite*)

Page 21

7.

<table>
<tr><th>Situation 1</th><th>Situation 2</th><th>Situation 3</th></tr>
<tr>
<td>a) $x + y > 6$ et $x - y \leq 18$, où x représente le plus grand nombre et y, le plus petit nombre.</td>
<td>a) $x + y < 0$ et $-2x \leq 3y$, où x représente le solde du compte bancaire (en $) de Léa et y, le solde du compte bancaire (en $) de Léo.</td>
<td>a) $x - y \leq 3$ et $x + y \leq -35$, où x représente la température extérieure (en °C) de Kuujjuaq et y, la température extérieure (en °C) de Quaqtaq.</td>
</tr>
<tr>
<td>b) </td>
<td>b) </td>
<td>b) </td>
</tr>
<tr>
<td>c) Plusieurs réponses possibles. Exemple : (8, 4), (12, 8), (16, 16)</td>
<td>c) Plusieurs réponses possibles. Exemple : (−4, 3), (−6, 5), (−7, 5)</td>
<td>c) Plusieurs réponses possibles. Exemple : (−30, −20), (−25, −15), (−40, −35)</td>
</tr>
</table>

8. a) $y \geq 3$ et $y < 5x - 2$. **b)** $y < -x$ et $y < x$. **c)** $x \leq 2$ et $y \geq -\frac{2}{3}x - 1$. **d)** $y \leq 2x + 2$ et $y > 2x - 4$.

9. A et B.

Mise au point 1.1 (*suite*)

Page 22

10. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (4, 3), (5, 0), (6, −3)

b) Aucune solution.

11. a)

1	2	3	4
$y \geq 2x + 5$	$y \leq 2x + 5$	$y \leq 2x + 5$	$y \geq 2x + 5$
$y \geq -0{,}4x - 7$	$y \geq -0{,}4x - 7$	$y \leq -0{,}4x - 7$	$y \leq -0{,}4x - 7$

b) Le couple (−4, −4) ne fait pas partie de l'ensemble-solution puisque
$-4 \geq 2(-4) + 5$
$-4 \geq -8 + 5$
$-4 \geq -3$ (faux).

Le couple (−4, −4) fait partie de l'ensemble-solution puisque
$-4 \leq 2(-4) + 5$
$-4 \leq -8 + 5$
$-4 \leq -3$ (vrai)
et
$-4 \geq -0{,}4(-4) - 7$
$-4 \geq 1{,}6 - 7$
$-4 \geq -5{,}4$ (vrai).

Le couple (−4, −4) ne fait pas partie de l'ensemble-solution puisque
$-4 \leq -0{,}4(-4) - 7$
$-4 \leq 1{,}6 - 7$
$-4 \leq -5{,}4$ (faux).

Le couple (−4, −4) ne fait pas partie de l'ensemble-solution puisque
$-4 \geq 2(-4) + 5$
$-4 \geq -8 + 5$
$-4 \geq -3$ (faux)
et
$-4 \leq -0{,}4(-4) - 7$
$-4 \leq 1{,}6 - 7$
$-4 \leq -5{,}4$ (faux).

12. a) $y \geq 0$ et $x \geq 0$. **b)** $y \geq 0$ et $x \leq 0$. **c)** $y \leq 0$ et $x \leq 0$. **d)** $y \leq 0$ et $x \geq 0$.

13. a) $x > 0$ et $y \geq 2x$. **b)** $y \leq 0$ et $x \leq \frac{1}{3}y$. **c)** $y > x$ et $y \leq 4x$.

Mise au point 1.1 (*suite*)

14. a) $2x + 2y \leq 480$ et $x > 2y$, où x représente la longueur de la table (en cm) et y, sa largeur (en cm).

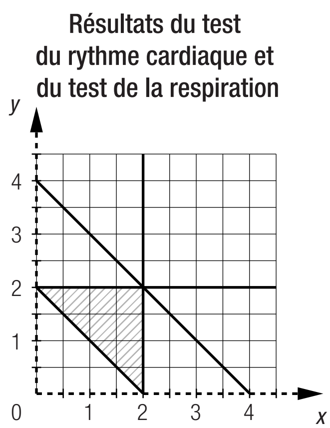
b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 160 cm sur 60 cm, 200 cm sur 30 cm et 150 cm sur 20 cm.

c) **1)** B **2)** A

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 135 cm sur 64 cm.

15. a) Les inéquations $x > 0$ et $y > 0$ signifient respectivement que le résultat du test du rythme cardiaque et que le résultat du test de la respiration sont strictement positifs. Les inéquations $x \leq 2$ et $y \leq 2$ signifient respectivement que le résultat maximal du test du rythme cardiaque et que le résultat maximal du test de la respiration est 2 ; l'inéquation $x + y \geq 2$ signifie que le résultat total doit être d'au moins 2 et l'inéquation $x + y \leq 4$ signifie que le résultat total ne peut pas dépasser 4.

b)



c) Quatre couples-solutions, soit (1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2).

Mise au point 1.1 (*suite*)

16. a) $y \leq -x^2$ et $y > -2(0{,}8)^x$. **b)** $y \leq 2^x$ et $y > \frac{1}{x}$.

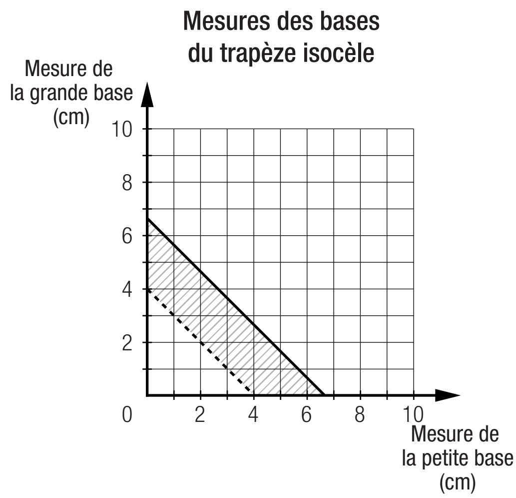
17. a) Graphique ① $y \geq 2x - 6$ Graphique ② $y \geq -4x - 8$ Graphique ③ $y \leq -x + 4$

b) **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple* : (0, 0), (2, 2)
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple* : (6, −4), (5, 6)

18. a) **1)** Non. Ces mesures ne respectent pas la condition concernant l'aire.
2) Oui. Ces mesures respectent toutes les conditions.
3) Ces mesures ne respectent pas la condition concernant l'aire.
4) Ces mesurent ne respectent pas la condition concernant le périmètre.

b) $b + B > 4$ et $3b + 3B \leq 20$.

c)



SECTION 1.2 Les polygones de contraintes

Problème

Page 25

Les coordonnées des points qui correspondent à la position des bateaux de l'équipe de sauvetage sont (3,75, 7,5), (10, 0), (−4, −8,4) et (−4, 4,4).

Équations des droites qui délimitent la zone de recherches :
$y = \frac{-6x}{5} + 12$, $y = \frac{2x}{5} + 6$, $y = \frac{3x}{5} - 6$ et $x = -4$.

Coordonnées des sommets de la zone de recherches :

1) $y = \frac{-6x}{5} + 12$ et $y = \frac{2x}{5} + 6$.
$\frac{-6x}{5} + 12 = \frac{2x}{5} + 6 \Leftrightarrow x = 3{,}75$
$y = \frac{2}{5}(3{,}75) + 6 = 7{,}5$
(3,75, 7,5)

2) $y = \frac{-6x}{5} + 12$ et $y = \frac{3x}{5} - 6$.
$\frac{-6x}{5} + 12 = \frac{3x}{5} - 6 \Leftrightarrow x = 10$
$y = \frac{-6}{5}(10) + 12 = 0$
(10, 0)

3) $x = -4$ et $y = \frac{3}{5}x - 6$.
$y = \frac{3}{5}(-4) - 6 = -8{,}4$
(−4, −8,4)

4) $x = -4$ et $y = \frac{2}{5}x + 6$.
$y = \frac{2}{5}(-4) + 6 = 4{,}4$
(−4, 4,4)

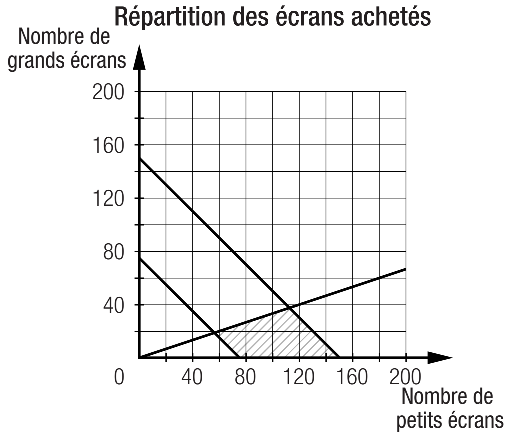
Activité 1

Page 26

a. **1)** Le nombre de petits écrans achetés doit être positif.
2) Le nombre de grands écrans achetés doit être positif.

b. L'école doit acheter un minimum de 75 écrans : $x + y \geq 75$.
L'école ne peut acquérir plus de 150 écrans : $x + y \leq 150$.
Le nombre de petits écrans achetés doit être au moins 3 fois plus élevé que le nombre de grands écrans : $x \geq 3y$.

c.



d. De la forme d'un quadrilatère, soit un trapèze.

e. **1)** Non. La proposition ne respecte pas la contrainte $x + y \geq 75$. **2)** Oui.
3) Non. La proposition ne respecte pas la contrainte $x \geq 3y$. **4)** Oui.

Activité 2

Page 27

a. **1)** $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x \geq \frac{3}{4}y$, $\frac{x}{y} \leq \frac{5}{2}$ et $x + y \leq 154$. **2)** $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x > \frac{3}{4}y$, $\frac{x}{y} \leq \frac{5}{2}$ et $x + y \geq 154$.

b. Les deux polygones sont délimités par les mêmes droites. Dans le cas de l'entreprise **B,** la droite associée à l'équation $x = \frac{3}{4}y$ est en pointillé. La région délimitée par les contraintes de l'entreprise **A** est bornée alors que celle de l'entreprise **B** est non bornée.

c. **1)** Graphique **A** : (0, 0), (66, 88), (110, 44) Graphique **B** : (66, 88), (110, 44)

$y = \frac{4x}{3}$ et $y = \frac{2x}{5}$.
$\frac{4x}{3} = \frac{2x}{5} \Leftrightarrow x = 0$
$y = \frac{4}{3}(0) = 0$
(0, 0)

$y = \frac{4x}{3}$ et $y = {}^-x + 154$.
$\frac{4x}{3} = {}^-x + 154 \Leftrightarrow x = 66$
$y = {}^-66 + 154 = 88$
(66, 88)

$y = \frac{2x}{5}$ et $y = {}^-x + 154$.
$\frac{2x}{5} = {}^-x + 154 \Leftrightarrow x = 110$
$y = {}^-110 + 154 = 44$
(110, 44)

2) Graphique **A** : les coordonnées de tous ces points font partie de l'ensemble-solution puisqu'elles vérifient chacune des inéquations du système.
Graphique **B** : les coordonnées (110, 44) font partie de l'ensemble-solution puisqu'elles vérifient chacune des inéquations du système.
Les coordonnées (66, 88) ne vérifient pas l'inéquation $x > \frac{3}{4}y$.

Technomath

Page 28

a. $y \geq {}^-x + 8$ et $y \leq 3x - 4$.

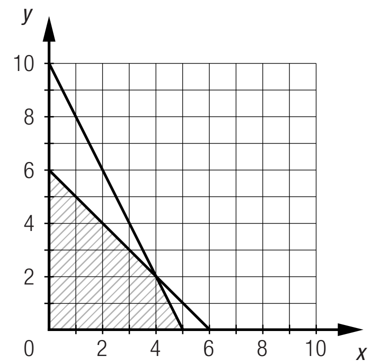
b. (3, 5)

c. $5 \geq {}^-3 + 8 \Leftrightarrow 5 \geq 5$ (vrai).
$5 \leq 3(3) - 4 \Leftrightarrow 5 \leq 9 - 4 \Leftrightarrow 5 \leq 5$ (vrai).

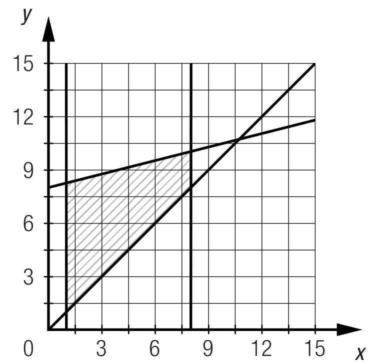
d. (1,5, 7,5), (4, ⁻5), (⁻6, 0)

Mise au point 1.2

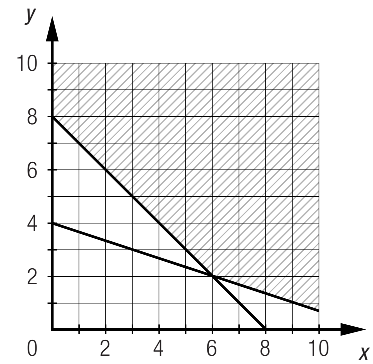
1. a)



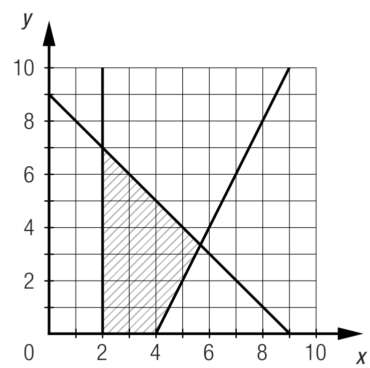
b)



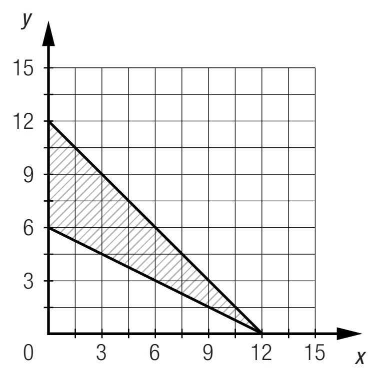
c)



d)



e)



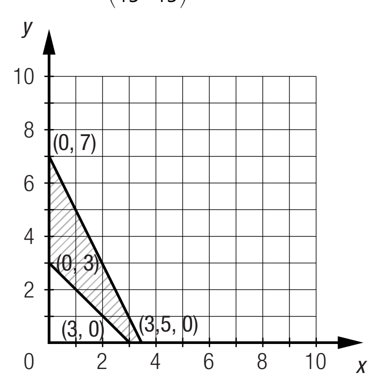
2. a) A(0, 6), B(8, 10), C(20, 0), D(0, 4)

b) A(0, 12), B(3, 15), C(7,5 15), D$\left(\frac{8}{3}, \frac{16}{3}\right)$, E(0, 8)

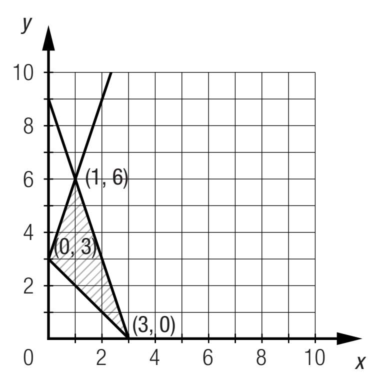
c) A(0, 8), B$\left(\frac{8}{13}, \frac{72}{13}\right)$, C(8, 0)

d) A(0, 2), B(6, 1), C(9, 0), D(0, 0)

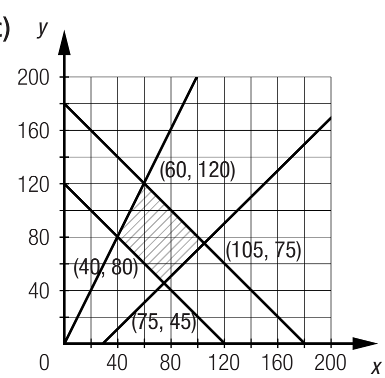
3. a)



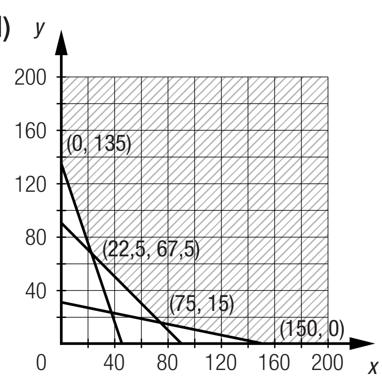
b)



c)



d)



Mise au point 1.2 (*suite*)

4. a) 1) Polygone borné.
2) Polygone non borné.
3) Polygone borné.
4) Polygone non borné.

b) 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (2, 1), (3, 3), (4, 2)
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (2, 5), (4, 6), (7, 3)
3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (10, 50), (20, 60), (25, 55)
4) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (30, 30), (35, 50), (50, 60)

5. a) 1) (2, 8) et (8, 2).

$y = -x + 10$ et $y = 2x + 4$.
$-x + 10 = 2x + 4 \Leftrightarrow x = 2$
$y = 2(2) + 4 = 8$
(2, 8)

$y = -x + 10$ et $y = 0{,}5x - 2$.
$-x + 10 = 0{,}5x - 2 \Leftrightarrow x = 8$
$y = -8 + 10 = 2$
(8, 2)

2) $\left(-\frac{35}{3}, \frac{100}{3}\right)$, $\left(-\frac{340}{7}, -\frac{25}{7}\right)$, $(-10, -32{,}5)$, $\left(\frac{160}{9}, -\frac{230}{9}\right)$

$y = x + 45$ et $y = -2x + 10$.
$x + 45 = -2x + 10 \Leftrightarrow x = \frac{-35}{3}$
$y = \frac{-35}{3} + 45 = \frac{100}{3}$
$\left(-\frac{35}{3}, \frac{100}{3}\right)$

$y = \frac{-3x}{4} - 40$ et $y = x + 45$.
$\frac{-3x}{4} - 40 = x + 45 \Leftrightarrow x = \frac{-340}{7}$
$y = \frac{-340}{7} + 45 = \frac{-25}{7}$
$\left(-\frac{340}{7}, -\frac{25}{7}\right)$

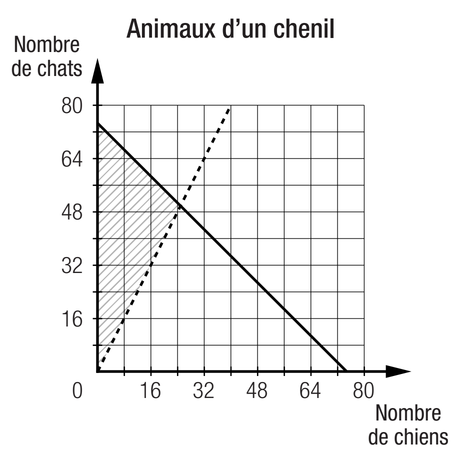
$y = \frac{-3x}{4} - 40$ et $y = \frac{x}{4} - 30$.
$\frac{-3x}{4} - 40 = \frac{x}{4} - 30 \Leftrightarrow x = -10$
$y = \frac{-10}{4} - 30 = -32{,}5$
$(-10, -32{,}5)$

$y = 0{,}25x - 30$ et $y = -2x + 10$.
$0{,}25x - 30 = -2x + 10 \Leftrightarrow x = \frac{160}{9}$
$y = -2\left(\frac{160}{9}\right) + 10 = \frac{-230}{9}$
$\left(\frac{160}{9}, -\frac{230}{9}\right)$

b) 1) Aucun de ces sommets ne fait partie de la région-solution.
2) Seul le sommet $\left(\frac{160}{9}, -\frac{230}{9}\right)$ fait partie de la région-solution.

6. a) $x > -5$, $y \geq 6$, $y > 5x - 20$ et $3x + 2y > 18$.
b) $x > -5$, $y \leq 6$, $3x + 2y < 18$, $y \geq -\frac{2}{3}x - \frac{20}{3}$ et $y > 5x - 20$.
c) $y \leq 6$, $y < 5x - 20$, $3x + 2y > 18$ et $y \geq 0{,}8x - 8$.
d) $x < -5$, $y \leq 6$, $y \geq 0{,}8x - 8$ et $y \leq -\frac{2}{3}x - \frac{20}{3}$.

7. a) x : nombre de chats
y : nombre de chiens
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$x + y \leq 75$
$y > \frac{2}{3}(x + y)$



b) 1) Non. **2)** Non. **3)** Oui. **4)** Oui.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le chenil peut accepter un maximum de 100 animaux et le nombre de chats doit être supérieur aux $\frac{2}{3}$ du nombre total d'animaux.

Mise au point 1.2 (*suite*)

8. a) $y \leq 14$, $x \leq 18$, $3y \geq x - 6$, $2x + 5y \geq 20$ et $y \leq 3x + 2$.

b) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + 2y \geq 18$ et $3{,}75x + 5y \geq 30$.

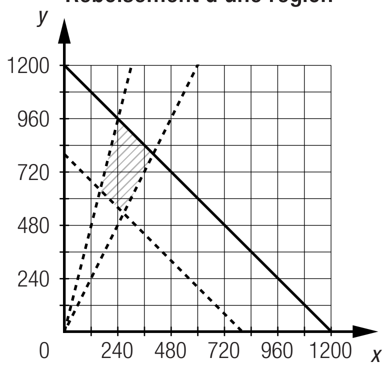
c) $x \geq 0$, $x + y < 90$ et $y \geq 0{,}5x + 10$.

d) $x + y \geq 12$, $y \geq x$, $x + y < 24$ et $y < x + 12$.

9. a) 1) x : nombre de conifères plantés
y : nombre de feuillus plantés

2) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y > 2x$, $y < 4x$, $x + y > 800$ et $x + y \leq 1200$.

3) Reboisement d'une région



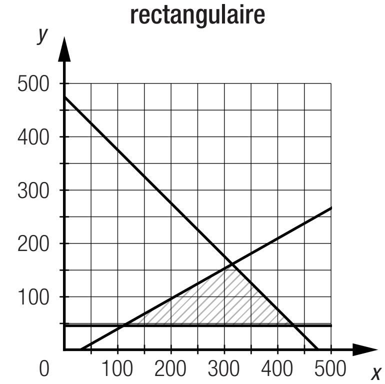
4) $\left(\frac{800}{3}, \frac{1600}{3}\right)$, (400, 800), (240, 960), (160, 640)

5) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (180, 680), (200, 700), (240, 800), (300, 800), (360, 750)

b) 1) x : longueur de l'enclos (en m)
y : largeur de l'enclos (en m)

2) $x \geq 0$, $y \geq 45$, $x \geq 20 + 2y$ et $2x + 2y \leq 950$.

3) Dimensions d'un enclos rectangulaire



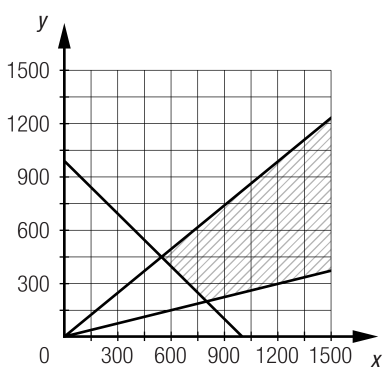
4) $\left(\frac{970}{3}, \frac{455}{3}\right)$, (110, 45), (430, 45)

5) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (180, 50), (270, 90), (315, 135), (360, 90), (400, 50)

c) 1) x : nombre de poteaux en bois
y : nombre de poteaux métalliques

2) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 1000$, $y \leq 0{,}45(x + y)$ et $y \geq 0{,}2(x + y)$.

3)



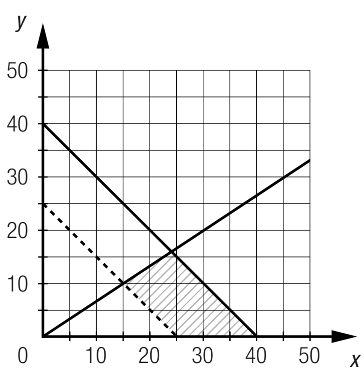
4) (550, 450), (800, 200)

5) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (700, 400), (750, 500), (900, 300), (850, 450), (1500, 750)

d) 1) x : nombre d'instruments à cordes
y : nombre d'instruments à vent

2) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x \geq 3y$, $x + y > 25$ et $x + y \leq 40$.

3)



4) (15, 10), (24, 16), (25, 0), (40, 0)

5) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (16, 10), (20, 8), (28, 4), (32, 6), (36, 2)

Mise au point 1.2 (*suite*)

10. a) Le graphique ②, puisqu'il ne contient que les points dont les coordonnées sont entières, et puisqu'il ne peut y avoir qu'un nombre entier de maisons unifamiliales ou de constructions en copropriété.

b) Oui, puisqu'il ne faut tenir compte que des nombres entiers. L'ensemble des nombres entiers supérieurs à 0 est équivalent à l'ensemble des nombres entiers supérieurs ou égaux à 1.

11. a) d_1 : ⑤ d_2 : ④ d_3 : ③ d_4 : ① d_5 : ②

b) La contrainte ③.

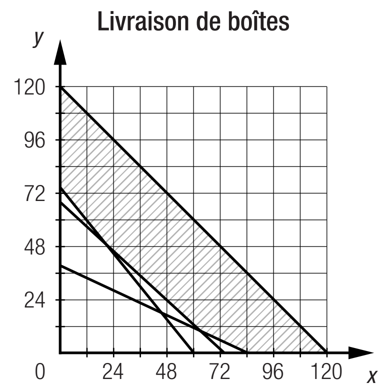
c) 1) Parce qu'elle ne devrait pas compter les solutions associées aux couples (3, 7), (4, 6) et (5, 5), puisque ces solutions ne satisfont pas à la contrainte ①.

2) 21 solutions.

Mise au point 1.2 (*suite*)

12. a) Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$

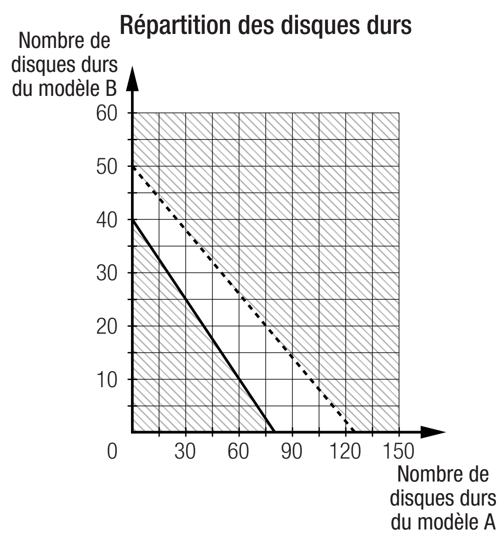
$20x + 22y \geq 1500$
$15x + 12y \geq 900$
$5x + 10y \geq 400$
$x + y \leq 120$



b) (0, 120), (120, 0), (0, 75), (80, 0), $\left(\frac{620}{9}, \frac{50}{9}\right)$, (20, 50)

13. a) x : nombre de disques durs du modèle A
y : nombre de disques durs du modèle B
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$

$100x + 200y \leq 8000$
$200x + 500y > 25\ 000$



b) Non. Les deux régions-solutions associées à chacune des contraintes n'ont aucune intersection.

Mise au point 1.2 (*suite*)

14. a) La fréquence cardiaque maximale va de 195 à 215 contractions/min, ce qui correspond à 205 ± 10 contractions/min :
$205 = 220 -$ âge
Âge $= 15$ ans.

b) **1)** Zone Ⓐ : entraînement intensif ; zone Ⓑ : amélioration des capacités cardiovasculaires ; zone Ⓒ : diminution de la masse ; zone Ⓓ : maintien de la condition physique actuelle.

2) $x \geq 195$, $x \leq 215$, $y \geq 0{,}6x$ et $y < 0{,}65x$.

c) De 120 à 129 contractions/min
Minimum : $0{,}6 \times 200 = 120$ contractions/min (inclus).
Maximum : $0{,}65 \times 200 = 130$ contractions/min (exclus).

15. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Claudine aime la lecture et la musique. Elle veut consacrer plus de 4 h par semaine à chacune de ces activités. Elle ne veut pas lire plus de 12 h par semaine ni jouer de la musique plus de 16 h par semaine. Le temps qu'elle consacre à la lecture ne représente pas plus du double du temps consacré à la musique.

SECTION 1.3 Objectif visé et solutions avantageuses

Problème

Page 36

Si l'on utilise 4 blindés et 6 camions, il est possible de transporter 110 soldats en consommant 448 L d'essence.

x : nombre de blindés
y : nombre de camions
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$

$$x + y \leq 10$$
$$59{,}5x + 35y \leq 450$$
$$x > \frac{1}{3}(x + y)$$
$$x \leq \frac{3}{4}(x + y)$$

Après avoir tracé un polygone de contraintes, on cherche un point à coordonnées entières qui engendrent un plan d'action plus efficace que ceux proposés, par exemple (4, 6).

Activité 1

Page 37

a. **1)** $C = 150\ 000x + 250\ 000y$ **2)** Non, car l'équation ne traduit pas une contrainte à respecter.

b. $x \geq 0$, $y \geq 0$, $75x + 100y > 700$, $4x \geq y$, $x \leq 3y$ et $x + y \leq 13$.

Activité 1 (*suite*)

Page 38

c. **Calcul du coût d'achat**

Point	Coût ($)
A(3, 8)	150 000 × 3 + 250 000 × 8 = 2 450 000
B(4, 4)	**150 000 × 4 + 250 000 × 4 = 1 600 000**
C(5, 5)	**150 000 × 5 + 250 000 × 5 = 2 000 000**
D(5, 8)	**150 000 × 5 + 250 000 × 8 = 2 750 000**
E(8, 4)	**150 000 × 8 + 250 000 × 4 = 2 200 000**
F(8, 7)	**150 000 × 8 + 250 000 × 7 = 2 950 000**
G(9, 2)	**150 000 × 9 + 250 000 × 2 = 1 850 000**

d. **1)** Les couples B(4, 4), F(8, 7) et G(9, 2), car ils correspondent aux coordonnées de points qui n'appartiennent pas à la région-solution.

2) Le couple D(5, 8), car de tous les couples proposés qui satisfont aux contraintes, c'est celui qui engendre le coût le plus élevé.

3) Le couple C(5, 5), car de tous les couples proposés qui satisfont aux contraintes, c'est celui qui engendre le coût le moins élevé.

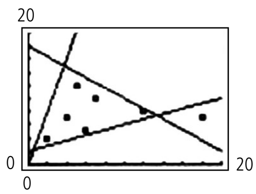
Technomath

a. $y \geq 0{,}5x$, $y \geq 20 - 3x$ et $y \leq 18 - 0{,}5x$.

b. $5x + 3y$

c. **1)** (15, 8) **2)** (5, 6)

d. **1)**



2) **i)** Le point (12, 8). **ii)** Le point (2, 4).

Mise au point 1.3

1. a)

Couple	$z = 4x - 2y$
(1, 0)	**4**
(1, 8)	**⁻12 (minimum)**
(3, 1)	**10**
(3, 3)	**6**
(4, 8)	**0**
(5, 2)	**16 (maximum)**
(8, 10)	**12**

b)

Couple	$z = 7x + 9y$
(2, 2)	**32 (minimum)**
(6, 18)	**204**
(10, 4)	**106**
(12, 12)	**192**
(14, 16)	**242**
(18, 6)	**180**
(20, 12)	**248 (maximum)**

c)

Couple	$z = ^-1{,}2x + 0{,}4y + 2$
(0, 50)	**22 (maximum)**
(30, 20)	**⁻26**
(30, 70)	**⁻6**
(50, 40)	**⁻42**
(60, 90)	**⁻34**
(80, 10)	**⁻90 (minimum)**
(90, 40)	**⁻90 (minimum)**

Mise au point 1.3 (*suite*)

2. a) 1) x : temps (en min) consacré aux nouvelles du sport
y : temps (en min) consacré aux nouvelles nationales
$x \geq 0$, $y > 20$, $19x > y$, $4x < y$, $y \leq 35$ et $x + y \leq 75$.

2) L'objectif visé est de produire un bulletin d'informations au moindre coût.

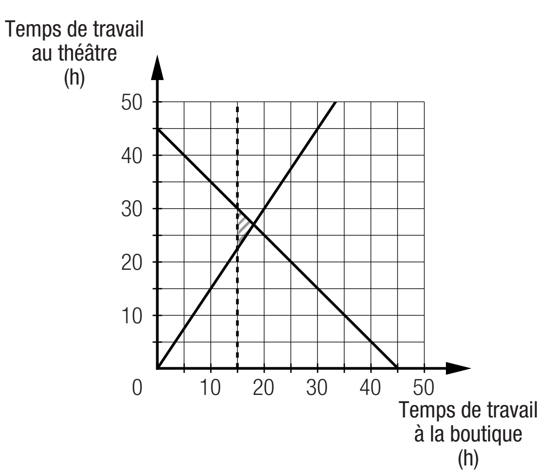
3) $z = 25x + 15y$, où z est le coût de production d'un bulletin d'informations (en $).

b) 1) x : nombre d'avions de type A produits
y : nombre d'avions de type B produits
$x \geq 0$, $y \geq 0$, $200x + 125y \leq 5000$, $x \geq 5 + 2y$ et $x + y \leq 30$.

2) L'objectif visé est de minimiser le temps de production des avions.

3) $z = 3x + 5y$, où z est le temps de production des avions (en semaines).

3. a)



b) Si x représente le temps de travail à la boutique (en h) et y, le temps de travail au théâtre (en h), le salaire hebdomadaire s (en $) est donné par la règle $s = 15x + 11y$.

c) La suggestion **2**, pour un salaire hebdomadaire maximal de 559 $.

Mise au point 1.3 (*suite*)

Page 43

4. a) x représente le nombre d'employés à temps plein et y représente le nombre d'employés à temps partiel.

b) Elle permet de calculer la cotisation hebdomadaire de tous les employés de l'usine.

c) **1)** Le nombre d'employés à temps plein ne peut pas être inférieur à 0.

2) Le nombre d'employés à temps partiel ne peut pas être inférieur à 0.

3) L'usine emploie un maximum de 240 personnes.

4) Il y a au moins 25 employés à temps plein de plus que le triple du nombre d'employés à temps partiel.

5) L'usine emploie un maximum de 200 personnes à temps plein.

6) L'usine emploie au moins 30 personnes à temps partiel.

5. a) $P = 30\,000x + 40\,000y$, où P représente le profit de l'entrepreneure (en $).

b) Le point E(26, 16), avec un profit de 1 420 000 $.

Mise au point 1.3 (*suite*)

Page 44

6. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = x + 5y$

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = {}^-4x + y$

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = 2x + 5y$

7. a) **1)** $z = 12c + 18s$, où z représente les coûts de production (en $).

2) $r = 20c + 25s$, où r représente les revenus (en $).

3) $p = 8c + 7s$, où p représente les profits (en $).

b) **1)** Le point D(100, 125), avec des coûts de production de 3450 $.

2) Le point A(75, 250), avec des revenus de 7750 $.

3) Le point C(150, 175), avec des profits de 2425 $.

Mise au point 1.3 (*suite*)

Page 45

8. a) On cherche à minimiser la quantité de plastique utilisée pour la fabrication des bouteilles de jus.

b) $z = 150p + 250g$, où z représente la quantité de plastique utilisée (en cm^2).

c) Le point E(80, 80) constitue la solution la plus avantageuse, avec 32 000 cm^2 de plastique.

9. a) x : quantité (en L) de lait de chèvre
y : quantité (en L) de lait de vache

b) $p = 0{,}95x + 0{,}55y$, où p représente les profits (en $).

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le troupeau de vaches ne peut pas produire plus de 1500 L de lait par jour, tandis que le troupeau de chèvres ne peut pas produire plus de 1000 L de lait par jour. Un quota oblige la coopérative à ne pas produire plus de 2000 L de lait par jour.

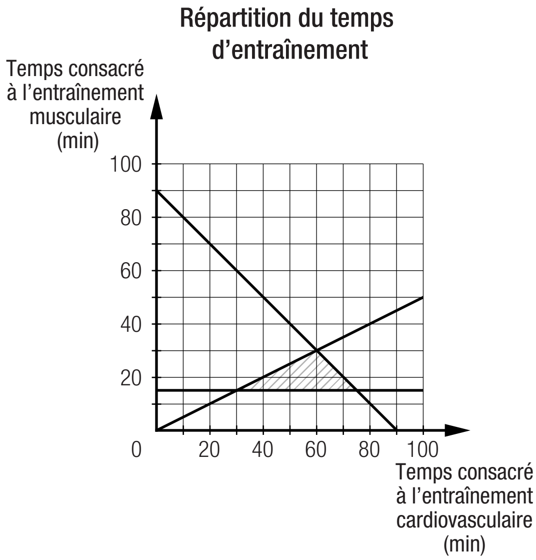
Mise au point 1.3 (*suite*)

Page 46

10. a) **1)** Le point A(40, 60) avec 460. **2)** Le point A(40, 60) avec 940.

b) Parce qu'il existe au moins un point de même ordonnée et d'abscisse supérieure au point E et au moins un point de même abscisse et d'ordonnée supérieure au point E.

11. a)



b) $z = 10x + 6y$, où x représente le temps consacré à l'entraînement cardiovasculaire (en min), y, le temps consacré à l'entraînement musculaire (en min), et z, le nombre de calories brûlées.

c) 75 min d'entraînement cardiovasculaire et 15 min d'entraînement musculaire. Elle brûlerait alors 840 calories au lieu de 780 calories.

d) **1)** Un polygone borné.

2) $t = x + y$, où t représente la durée totale de l'entraînement (en min).

3) D(60, 20)

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 47**

12. x : nombre de lampes de 150 W
y : nombre de lampes de 250 W
Fonction à optimiser : $P = 150(x + 60) + 250y$, où P représente la puissance totale (en W).
La suggestion la plus avantageuse est A, pour une puissance totale minimale de 45 000 W.

SECTION 1.4 Optimisation à l'aide de la programmation linéaire

Problème **Page 48**

x : superficie ensemencée d'orge (en hectares)
y : superficie ensemencée de soya (en hectares)
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$x + y \leq 450$
$238x + 204y \leq 101\ 150$
$62x + 124y \leq 49\ 600$
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : A(0, 0), B(0, 400), C(100, 350), D(275, 175), E(425, 0)
Fonction à optimiser : $P = 425x + 615y$, où P représente le profit total (en $).

L'agriculteur doit ensemencer 100 hectares d'orge et 350 hectares de soya pour faire un profit maximal de 257 750 $.

Activité 1 **Page 49**

a. $N = 40x + 60y$

b. **1)** La répartition des structures d’acier et de fer qui permet l’entreposage de 2000 boîtes.
2) La répartition des structures d’acier et de fer qui permet l’entreposage de 3500 boîtes.
3) La répartition des structures d’acier et de fer qui permet l’entreposage de 5000 boîtes.
4) La répartition des structures d’acier et de fer qui permet l’entreposage de 6500 boîtes.

c. Ce sont toutes les répartitions possibles des structures d’acier et de fer qui permettent l’entreposage de 5000 boîtes tout en respectant les contraintes.

d. $-\frac{2}{3}$

e. Le nombre de boîtes augmente.

f. **1)** Non, car la droite d_1 n’a aucun point en commun avec le polygone de contraintes.
2) Non, car la droite d_4 n’a aucun point en commun avec le polygone de contraintes.

Activité 1 (*suite*) **Page 50**

g.

Sommet	$40x + 60y$	N
A(30, 70)	**40(30) + 60(70)**	**5400**
B(70, 50)	**40(70) + 60(50)**	**5800**
C(40, 10)	**40(40) + 60(10)**	**2200**

h. **1)** B(70, 50) **2)** C(40, 10)

i. $N = 50x + 100y$

j.

Nombre total de boîtes	$N = \mathbf{50}x + \mathbf{100}y$	$y = \frac{N}{100} - \frac{x}{2}$
2000	$\mathbf{2000} = \mathbf{50}x + \mathbf{100}y$	$d_5 : y = 20 - \frac{x}{2}$
4000	$\mathbf{4000} = \mathbf{50}x + \mathbf{100}y$	$d_6 : y = \mathbf{40} - \frac{x}{2}$
6000	$\mathbf{6000} = \mathbf{50}x + \mathbf{100}y$	$d_7 : y = \mathbf{60} - \frac{x}{2}$
8500	$\mathbf{8500} = \mathbf{50}x + \mathbf{100}y$	$d_8 : y = \mathbf{85} - \frac{x}{2}$

k. C(40, 10)

l. Sur le côté AB.

m. **1)** Ce point correspond à un sommet du polygone de contraintes.
2) Ces points sont situés sur un côté du polygone de contraintes.

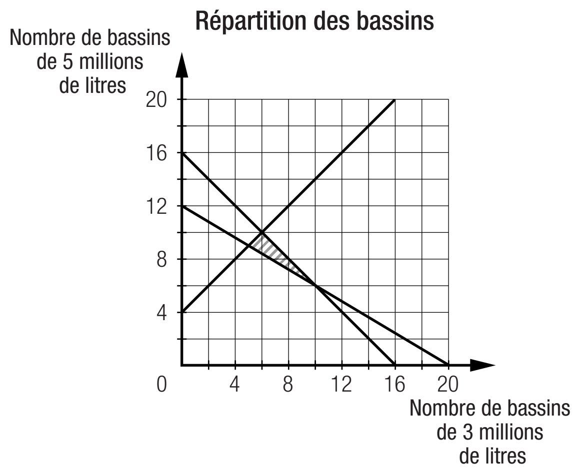
Activité 2 **Page 51**

a. x : nombre de bassins de 3 millions de litres
y : nombre de bassins de 5 millions de litres

b. Minimiser les coûts.

c. $z = 10\,000\,000x + 14\,000\,000y$, où z représente les coûts (en $).

d. $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 16$, $y - x \leq 4$ et $3x + 5y \geq 60$.

e. 

f. **1)** Le point (5, 9). **2)** 176 000 000 $

g. Cette piscicultrice devrait faire construire 5 bassins de 3 millions de litres d'eau et 9 bassins de 5 millions de litres d'eau.

Technomath

Page 52

a. (2, 4), (6, 7), (8,2)

b. **1)** $z = x + 2y$ **2)** $^-0{,}5$ **3)** (6, 7) **4)** (2, 4)

c. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Il faut que B = 0,4A. Par exemple, on peut saisir A = 5 et B = 2.

d. **1)** (6, 7) **2)** (2, 4)

Mise au point 1.4

Page 55

1. a) **1)** C(3, 3) **2)** A(5, 9)
b) **1)** B(20, 40) **2)** C(28, 12)
c) **1)** Tous les points situés sur le côté AB. **2)** C(18, 10)
d) **1)** D(40, 30) **2)** Tous les points situés sur le côté BC.

2. a) Le sommet B(40, 60). **b)** Le sommet B(40, 60).

Mise au point 1.4 (*suite*)

Page 56

3. a) 1 Le point C ; 2 Le point B(2, 5). **b)** 1 39 ; 2 $^-10$

4. a) **1)** 16 (point E). **2)** $^-24$ (point B). **b)** **1)** 12,5 (point C). **2)** 3,5 (point F).
c) **1)** 87 (point D). **2)** 3 (point G). **d)** **1)** $^-1{,}4$ (point G). **2)** $^-9{,}6$ (point D).

5. a) (17, 3) **b)** (80, 30) **c)** (0,9, 0,8) **d)** $\left(\frac{20}{73}, -\frac{317}{73}\right)$

Mise au point 1.4 (*suite*)

Page 57

6. a) (2,5, 2,5) **b)** (7,5, 20)

7. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = x - y$ **b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = {}^-0{,}75x - y$

8. a) (3, 6) **b)** (2, 5)

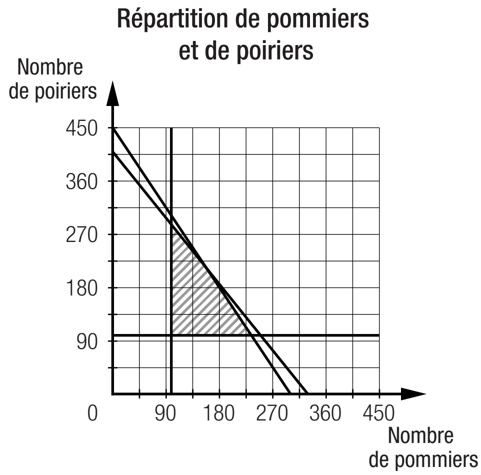
Mise au point 1.4 (*suite*)

9. a) x : nombre de pommiers
y : nombre de poiriers

b) $z = 500x + 480y$, où z représente les revenus (en $).

c) $x \geq 100$, $y \geq 100$, $3x + 2y \leq 900$ et $100x + 80y \leq 32\,800$.

d)



e) (100, 285)

f) L'agricultrice doit planter 100 pommiers et 285 poiriers.

g) 186 800 $

10. a) $z = 20x + 45y$, où x représente le nombre d'autobus de 20 places, y, le nombre d'autobus de 45 places, et z, le nombre d'élèves transportés.

b) On ne peut avoir qu'un nombre entier d'autobus.

c) Deux couples-solutions, soit (1, 9) et (10, 5).

d) 425 élèves.

Mise au point 1.4 (*suite*)

11. a) 90 enfants et 60 adultes.
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$x + y \leq 150$
$x \leq 90$
$\frac{y}{x} \geq \frac{1}{2}$
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, 150), (90, 45), (90, 60)

b) 13 sauveteurs.

12. a) x : nombre de superordinateurs du modèle A
y : nombre de superordinateurs du modèle B
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$5x + 10y \leq 240$
$20x + 24y \leq 800$
Fonction à optimiser : $V = 40x + 60y$, où V est la vitesse de calcul.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, 24), (28, 10), (40, 0)
Ce département de recherche devrait se procurer 28 ordinateurs du modèle A et 10 ordinateurs du modèle B afin de maximiser la vitesse de calcul, soit 1720 téraflops.

b) Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$5x + 10y \leq 240$
$40x + 60y \leq 480$
Fonction à optimiser : $D = 20x + 24y$, où D représente les dépenses.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 8), (0, 24), (48, 0) et (12, 0).
Ce département devrait se procurer aucun ordinateur du modèle A et 8 ordinateurs du modèle B afin de minimiser ses dépenses, soit 192 M$.

Mise au point 1.4 (*suite*)

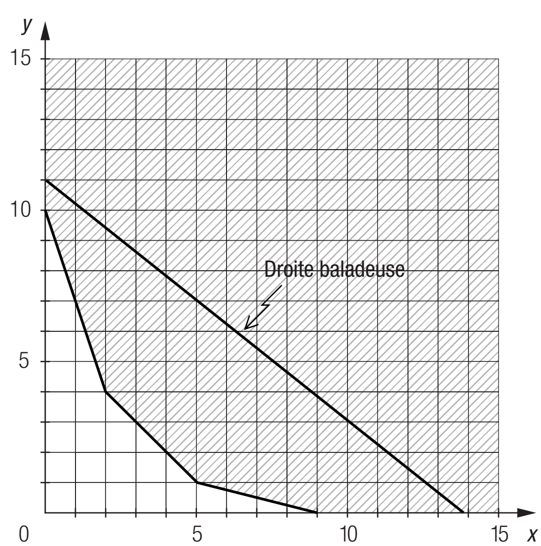
13. Cette entreprise doit produire 3960 vis et 4080 boulons pour faire un profit maximal de 1528,80 $.
x : nombre de vis fabriquées dans chaque atelier
y : nombre de boulons fabriqués dans chaque atelier
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$2x + 3y \leq 10\,080$
$4x + 2y \leq 12\,000$
Fonction à optimiser : $R = 0{,}18x + 0{,}20y$, où R représente les revenus.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, 3360), (1980, 2040), (3000, 0)

14. La coopérative doit se procurer 40 véhicules hybrides et 20 véhicules conventionnels pour arriver à des coûts de fonctionnement et d'entretien minimaux de 2552 $/jour.
x : nombre de véhicules hybrides
y : nombre de véhicules conventionnels
Système d'inéquations : $x \geq 10$, $y \geq 20$
$x + y \geq 60$
$26\,000x + 18\,000y \leq 2\,000\,000$
Fonction à optimiser : $C = 39{,}8x + 48y$, où C représente les coûts.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (10, 50), $\left(10, \frac{290}{3}\right)$, $\left(\frac{820}{13}, 20\right)$, (40, 20)

Mise au point 1.4 (*suite*)

15. a) Un polygone non borné.

b)



c) (5, 1)

d) Non. Puisque le polygone est non borné, il n'y a aucun point qui sera le dernier point touché par la droite baladeuse.

16. a) 1) 14 mg du médicament A et 21 mg du médicament B.
Système d'inéquations : $x \geq 5$, $y \geq 8$
$x \leq 15$, $y \leq 25$
$x + y \leq 35$
$x \leq 0{,}4(x + y)$
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes :
(5, 25), (5, 8), (10, 25), (14, 21), $\left(\frac{16}{3}, 8\right)$

2) $i = 0{,}952$

b) 1) 5 comprimés du médicament A et 4 comprimés du médicament B.

2) $i = 0{,}881\,25$

Chronique du passé

Page 63

1. a) 2500 fantassins et 1000 artilleurs.
x : nombre de fantassins
y : nombre d'artilleurs
Système d'inéquations : $x \geq 2000$, $y \geq 1000$
$y \leq x$
$x + y \geq 3500$
$x + y \leq 5000$
Fonction à optimiser : $T = \frac{6}{125}x + \frac{12}{125}y$, où T est le temps.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (2500, 2500), (4000, 1000), (2500, 1000), (2000, 1500), (2000, 2000).

b) En 9 jours.

c) 15 jours.

d) 2500 fantassins et 2500 artilleurs.

2. a) $x \geq 0$, $y \geq 0$ et $z \geq 0$.
b) 1) (0,750, 375) **2)** (0, 0, 750) **3)** (375, 0, 375)

Le monde du travail

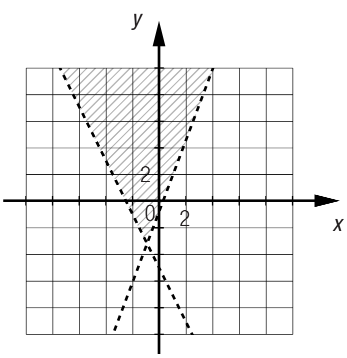
Page 65

1. 1re semaine : 625 boîtes de bouteilles d'eau et 125 boîtes de nourriture.
2e semaine : 625 boîtes de bouteilles d'eau, 75 boîtes de nourriture et 50 boîtes de médicaments.
3e semaine : 350 boîtes de bouteilles d'eau, 470 boîtes de nourriture et 100 boîtes d'équipements.

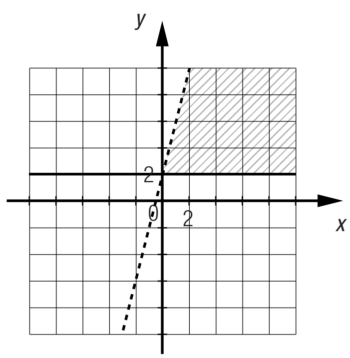
Vue d'ensemble

Page 66

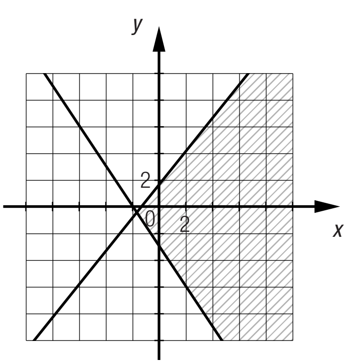
1. a)



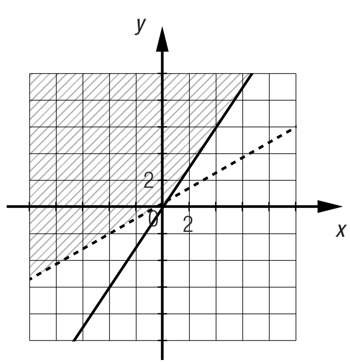
b)



c)

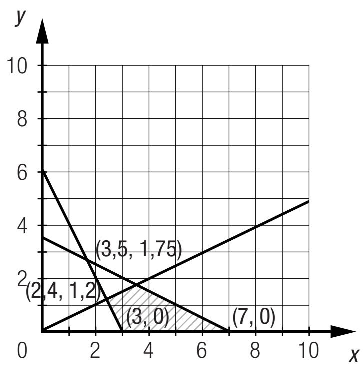


d)

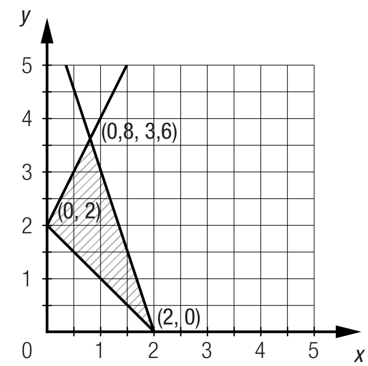


2. a) $x + y < 4$ et $x + y \geq -2$.
b) $y \leq -0{,}5x + 1$ et $y \geq 3x - 3$.
c) $x > -4$, $y < 3$ et $y \leq 0{,}75x + 2$.
d) $y < x + 2$, $y \leq -0{,}5x + 3$, $y \geq x - 2$ et $y > -0{,}5x - 3$.

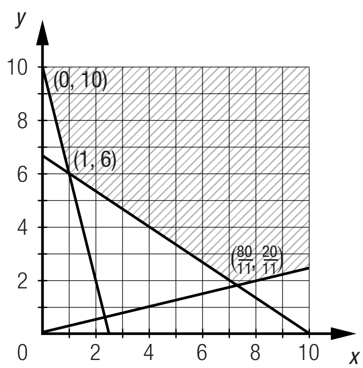
3. a)



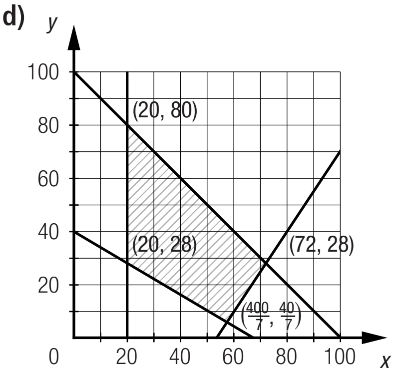
b)



c)



d)



Vue d'ensemble (*suite*)

Page 67

4. a) A(−1, −6) et C(3, 4). **b)** A(−1, −6) et E(1, −16). **c)** A(−1, −6)

5. a) 1) $x - y \geq -2$, $y \leq -2x + 20$, $4y \geq x - 4$ et $x + 2y > 10$. **2)** $D\left(\frac{28}{3}, \frac{4}{3}\right)$ **3)** C(6, 8) et $D\left(\frac{28}{3}, \frac{4}{3}\right)$.

b) 1) $3x - y > 0$, $y \leq 18$, $y < -x + 30$, $-2x + y \geq -24$ et $x + 6y \geq 38$. **2)** D(14, 4) **3)** D(14, 4)

6. A et D.

7. a) Une infinité de couples. **b)** 15 couples.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 68

8. a) 1) Tous les points situés sur le côté BC. **2)** 15

b) 1) D(8, 1) **2)** 13

c) 1) B(6, 9) **2)** 12,3

d) 1) C(8, 7) **2)** 12,1

9. a) 1) x : nombre de chaises
y : nombre de tabourets en bois
$x \geq 150$, $y \geq 100$, $x \geq 2y$ et $x + y \leq 1000$.

2) $z = 20x + 12y$, où z représente le profit (en $).

b) 1) x : nombre d'employés à temps partiel
y : nombre d'employés à temps plein
$x \geq 0$, $y \geq 0$, $14x + 30y \geq 400$ et $x + y \leq 14$.

2) $z = 12x + 14y$, où z représente les dépenses.

10. 65 cubes (35 cubes en métal et 30 cubes en bois).
x : nombre de cubes en métal
y : nombre de cubes en bois
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$50x + 30y \leq 2650$
$0{,}008x + 0{,}024y \leq 1$
Fonction à optimiser : $N = x + y$, où N représente le nombre total de cubes.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), $\left(10, \frac{125}{3}\right)$, (35, 30), (53, 0)

Vue d'ensemble (*suite*)

11. a) Si x représente le nombre de pages en couleurs et y, le nombre de pages en noir et blanc, les contraintes sont $y \geq 0$, $x + y \geq 45$, $x + y \leq 60$, $x \geq 25$, $y \leq 35$, $5x \leq 3y$ et $0{,}07x + 0{,}04y \leq 3$.

b) Parce qu'il n'existe pas de couple (x, y) qui satisfait simultanément à toutes les contraintes.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le nombre de pages en couleurs doit représenter au moins $\frac{3}{8}$ du nombre total de pages.

12. a) Le graphique ②.

b) Parce que le sommet susceptible d'être associé à la solution optimale est exclu de la région-solution.

c) **1)** 6 machines A et 5 machines B. **2)** 89 pièces/min.

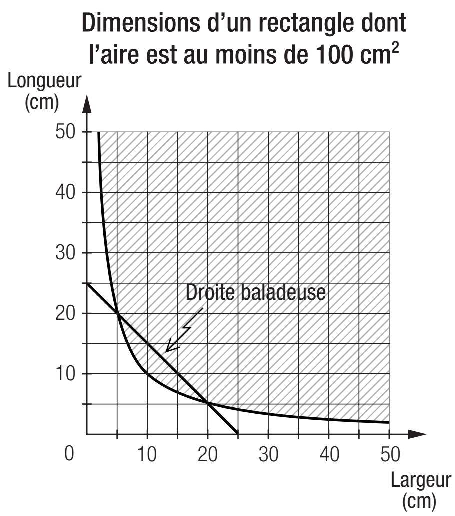
Vue d'ensemble (*suite*)

13.

Système d'inéquations traduisant les contraintes	$y \leq {^-x} + 15$ $y \leq 2x - 6$ ${^-x} + 3y \geq {^-60}$	$x \geq 0$ $x \geq 0$ $y \leq 15$ $x \leq 14$ $y \leq 2x + 4$	$y \geq {^-x} - 2$ $y \leq x + 4$ $y \leq {^-3x} + 8$
Règle de la fonction à optimiser	$z = 0{,}5x + 2y$	$z = y - 3x$	$z = {^-10x} - 14y$
Objectif visé	Maximiser	Minimiser	Maximiser
Couple-solution	**(7, 8)**	**(14, 0)**	**(5, ⁻7)**
Valeur optimale	**19,5**	**⁻42**	**48**

14. a) $p = 2L + 2l$, où p représente le périmètre du rectangle (en cm).

b)



c) (10, 10)

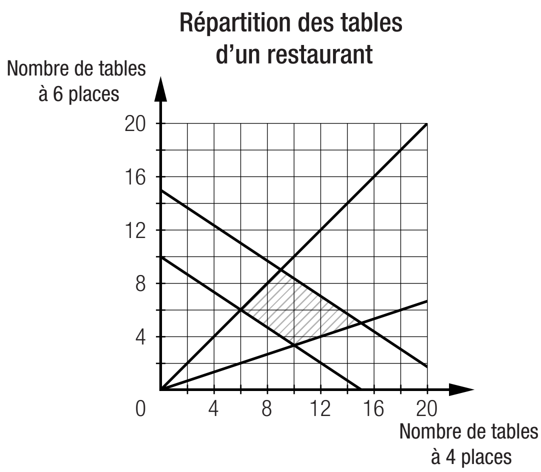
d) C'est un carré de 10 cm de côté.

15. a) x : nombre de tables à 4 places
y : nombre de tables à 6 places
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$4x + 6y \geq 60$
$4x + 6y \leq 90$
$x \geq y$
$x \leq 3y$

b) Minimiser les coûts associés à l'achat de ces tables.

c) $z = 350x + 450y$, où z représente les coûts.

d)



e) 6 tables à 4 places et 6 tables à 6 places.

f) 4800 $

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 71**

16. a) 29 trains de modèle A et aucun train de modèle B.
x : nombre de trains A
y : nombre de trains B
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$x + y \leq 31$
$60x + 68y \leq 1740$
Fonction à optimiser : $N = 270x + 300y$, où N représente le nombre total de passagers.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, ≈ 25,59), (29, 0)

b) 26 trains de modèle A et 5 trains de modèle B.
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$x + y \leq 31$
$270x + 300y \geq 8520$
Fonction à optimiser : $C = 60x + 68y$, où C représente le coût du transport.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 28,4), (0, 31), (26, 5)

17. a) x : distance entre le centre de distribution et le magasin A (en km)
y : distance entre le centre de distribution et le magasin B (en km)
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$x \leq 8$, $y \leq 5$
$x + y \geq 6$
$x \geq y$
$x \leq 2y$
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (3, 3), (5, 5), (8, 5), (8, 4), (4, 2)

1) $T = \frac{x}{70} + \frac{y}{50} + \frac{1}{6}$, où T représente le temps.
Il faut placer le centre de distribution à 4 km du magasin A et à 2 km du magasin B.

2) $T = \frac{x}{35} + \frac{y}{25}$, où T représente le temps.
Il faut placer le centre de distribution à 4 km du magasin A et à 2 km du magasin B.

b) C'est le trajet décrit en **a) 2)**.

Vue d'ensemble (*suite*)

18. a) L'ordinateur doit avoir environ 4,38 Go de mémoire vive et un processeur dont la vitesse de calcul est environ de 1,37 GHz.
Système d'inéquations : $v \geq 1{,}2$, $m \geq 2$
$\frac{m}{v} \leq 3{,}2$
$100v + 60m \leq 400$
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (2, 12), (2, 2,8), ($\approx$ 4,38, $\approx$ 1,37), (3,84, 1,2)

b) L'ordinateur doit avoir environ 3,07 Go de mémoire vive et un processeur dont la vitesse de calcul est environ de 1,2 GHz, pour un montant de 304 $.
Système d'inéquations : $v \geq 1{,}2$, $m \geq 2$
$\frac{m}{v} \leq 3{,}2$
$0{,}15m + 0{,}2v \geq 0{,}7$
Fonction à optimiser : $C = 60m + 100v$, où C représente le coût.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (2, 2), (13,07, 1,2), (3,84, 1,2)

19. a) Le nombre de sacs d'arachides doit être positif.
b) Le nombre de bouteilles de jus doit être positif.
c) Le nombre d'articles vendus est inférieur ou égal à 90.
d) Le nombre de bouteilles de jus vendues dépasse d'au moins 15 le nombre de sacs d'arachides vendus.
e) Le double du nombre de sacs d'arachides vendus est au moins égal au triple du nombre de bouteilles de jus vendues.
f) On a vendu au moins 60 articles en tout.

20. a) 1) (2,5, $\approx$ 2,3) **2)** ($\approx$ −0,8, $\approx$ −3,3) **b) 1)** (−3, $\approx$ 0,5) et (3, $\approx$ 0,5). **2)** (0, −4)

Vue d'ensemble (*suite*)

21. 24 dm de longueur sur 13,5 dm de largeur.
x : longueur de l'écran (en dm)
y : largeur de l'écran (en dm)
Système d'inéquations : $y \geq 0$, $x \geq 24$
$x \leq 35$
$\frac{x}{y} \leq \frac{16}{9}$
$\frac{x}{y} \geq \frac{4}{3}$
Fonction à optimiser : $P = 2x + 2y + 4$, où P représente la quantité de plastique.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (24, 13,5), (24, 18), (35, 19,6875), (35, 26,25)

22. Oui. Il est impossible de former un polygone de contraintes non convexe par la superposition de demi-plans.

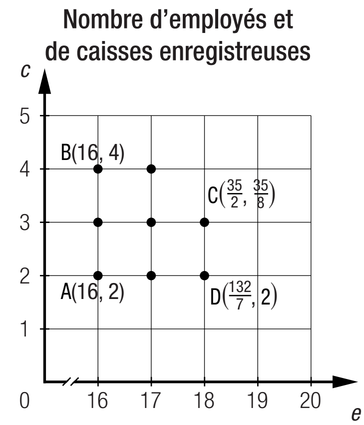
23. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $x \geq 0$, $y \geq 0$, $4x + y \geq 8$, $3x + 4y \geq 19$ et $x + 3y \geq 8$.
b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = x + 2y$
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Un système de plomberie est formé de tuyaux en plastique et de tuyaux en cuivre. Alors qu'un tuyau en plastique pèse 4 kg et a une longueur de 3 m, un tuyau en cuivre pèse 1 kg et a une longueur de 4 m. Le débit d'un tuyau en plastique est de 1 L/min et celui d'un tuyau en cuivre est de 3 L/min. Le système complet doit peser au moins 8 kg, avoir une longueur d'au moins 19 m et avoir un débit minimal de 8 L/min. Un tuyau en plastique coûte 1 $, tandis qu'un tuyau en cuivre coûte 2 $. On cherche à minimiser le coût de ce système de plomberie.

24. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Lorsqu'on installe un camp de réfugiés, on dispose de deux types de tentes, à 2 places et à 4 places, pour accueillir jusqu'à 240 personnes. L'emplacement peut accueillir jusqu'à 70 tentes. L'installation d'une tente à 2 places prend 40 min, tandis que celle d'une tente à 4 places prend 30 min. On a, au total, 40 h pour installer toutes les tentes. La superficie occupée par une tente est de 4 m^2. Combien de tentes de chaque type doit-on installer si on veut occuper la plus grande superficie possible sur le terrain ?

Banque de problèmes

1. • Écrire le système d'inéquations et représenter graphiquement l'ensemble-solution.

$e \geq 16$
$c \geq 2$
$350e + 200c \leq 7000$
$\frac{c}{e} \leq \frac{1}{4}$ ou $c \leq 0{,}25e$



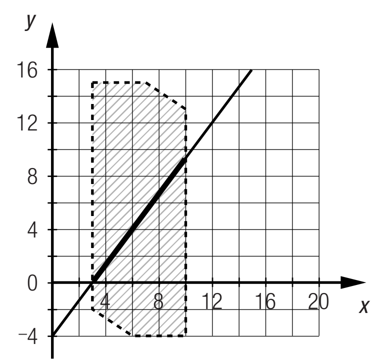
• Déduire les coordonnées du point associé à la solution optimale.

On cherche un point du polygone de contraintes dont les coordonnées sont entières et qui engendrent un temps minimal d'attente.
Le couple (18, 3) permet de minimiser le temps d'attente qui est de 8,3 min.

• Formuler la réponse.

L'utilisation de 18 caissiers et de 3 caisses électriques engendre un temps minimal d'attente à la caisse.

2. 1. Représenter graphiquement l'ensemble-solution. Sur le graphique ci-contre, l'ensemble-solution correspond au segment tracé en gras.



2. Valider ou réfuter les affirmations.

Kevin
FAUX. La représentation graphique de l'ensemble-solution du système n'est pas un polygone.

Mélissa
Partiellement vrai. Même si l'ensemble-solution est constitué de couples associés à des points compris entre deux droites parallèles, ce ne sont pas tous les couples compris entre ces droites qui font partie de l'ensemble-solution.

Minh
VRAI. Puisque ce système comporte une équation, les points qui vérifient toutes les inéquations et l'équation du système sont forcément situés sur la droite d'équation $5x - 4y = 15$ (dont la pente est de 1,25).

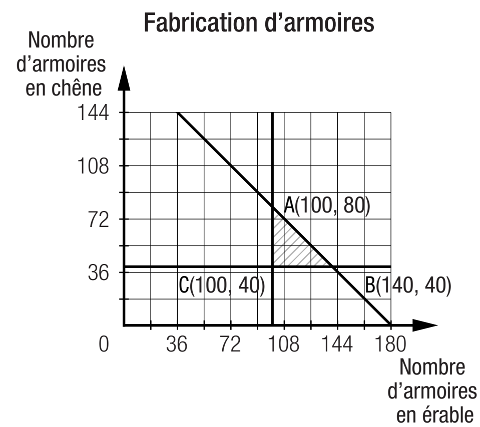
Florence
FAUX. Il existe des points dont les coordonnées satisfont simultanément l'équation et les inéquations données.

Minh a raison.

Banque de problèmes (*suite*)

3.

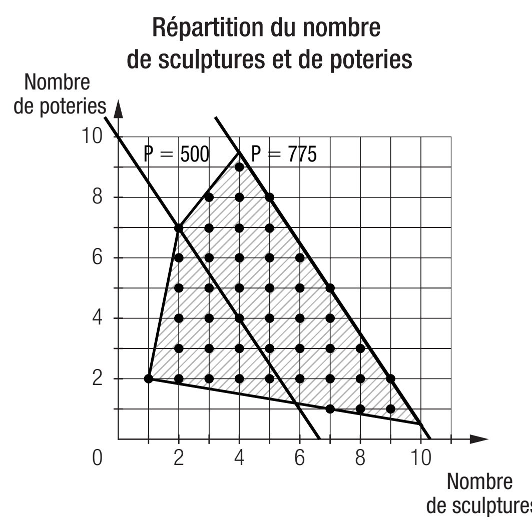
Soit *x*, le nombre d'armoires en érable produites chaque mois et *y*, le nombre d'armoires en chêne produites chaque mois.	
1. Établir la règle de la fonction à optimiser qui permet de calculer les coûts *c* de production.	$c = 200x + 350y$

<table>
<tr><td>2. Établir la règle de la fonction à optimiser qui permet de calculer les revenus r.</td><td>$r = 400x + 525y$</td></tr>
<tr><td>3. Établir la règle de la fonction à optimiser qui permet de calculer les profits p.</td><td>$p = r - c$
$p = 400x + 525y - (200x + 350y)$
$p = 200x + 175y$</td></tr>
<tr><td>4. Traduire les contraintes par un système d'inéquations.</td><td>$x \geq 100$, $y \geq 40$ et $x + y \leq 180$.</td></tr>
<tr><td>5. Tracer le polygone de contraintes et déterminer les coordonnées de ses sommets.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>6. Chercher, parmi les sommets du polygone, celui qui optimise le revenu et le profit.</td><td><table>
<tr><th>Point</th><th>Revenu ($)</th><th>Coût de production ($)</th><th>Profit ($)</th></tr>
<tr><td>A(100, 80)</td><td>82 000</td><td>48 000</td><td>34 000</td></tr>
<tr><td>B(140, 40)</td><td>77 000</td><td>42 000</td><td>35 000</td></tr>
<tr><td>C(100, 40)</td><td>61 000</td><td>34 000</td><td>27 000</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

Le couple qui engendre le revenu maximal est A(100, 80), tandis que le couple qui engendre le profit maximal est B(140, 40).

4. • Trouver le ou les points dont les coordonnées maximisent le profit.

Si x et y représentent respectivement le nombre de sculptures et le nombre de poteries produites, la règle de la fonction à optimiser est $P = 75x + 50y$. La droite baladeuse permet de déduire que les couples (5, 8), (7, 5) et (9, 2) maximisent le profit. Ce maximum est de 775 $.



• Parmi ces points, trouver le ou les points dont les coordonnées minimisent le temps de production.

La règle de la fonction à optimiser est $T = 3x + 2{,}5y$.
En substituant les couples aux variables x et y, on remarque que le couple (9, 2) minimise le temps de production.

Couple	Temps de production
(5, 8)	$3 \times 5 + 2{,}5 \times 8 = 35$ h
(7, 5)	$3 \times 7 + 2{,}5 \times 5 = 33{,}5$ h
(9, 2)	$3 \times 9 + 2{,}5 \times 2 = 32$ h

• Conclusion.

La répartition la plus avantageuse pour l'artisane est de produire 9 sculptures et 2 poteries.

Banque de problèmes (*suite*)

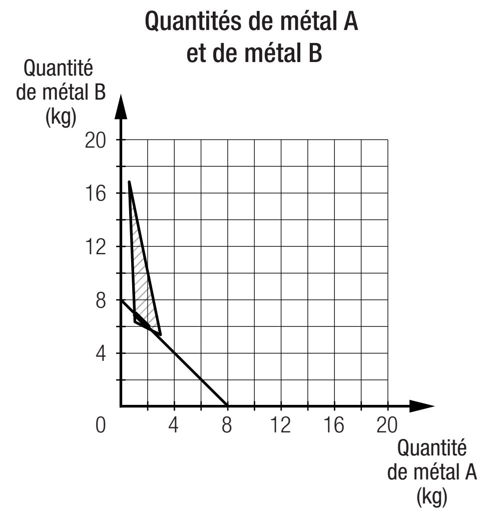
5. 1. Établir le système de contraintes et la règle de la fonction à optimiser, et représenter graphiquement l'ensemble-solution.

x représente la quantité de métal A (en kg) et y, celle de métal B (en kg).

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$0{,}01x + 0{,}002y \leq 0{,}04$
$0{,}2x + 0{,}4y \geq 2{,}72$
$0{,}25x + 0{,}01y \geq 0{,}32$
$x + y = 8$

Fonction à optimiser : $I = 0{,}12x + 0{,}23y$, où I représente la quantité d'impuretés (en kg).

L'ensemble-solution correspond au segment de la droite $x + y = 8$ situé à l'intérieur du polygone de contraintes.



2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite $x + y = 8$ et des côtés du polygone de contraintes.

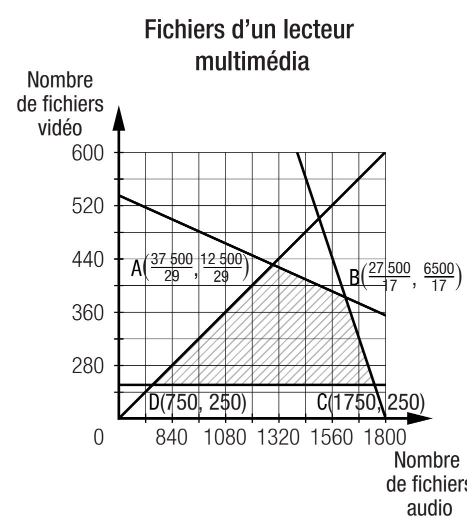
En résolvant les systèmes d'équations appropriés, on trouve les coordonnées (2,4, 5,6) et ($\approx$ 0,97, $\approx$ 7,03).

3. Évaluer la fonction à optimiser pour ces couples.

Couple	Quantité d'impuretés
(2,4, 5,6)	$0{,}12 \times 2{,}4 + 0{,}23 \times 5{,}6 \approx 1{,}58$ kg
($\approx$ 0,97, $\approx$ 7,03)	$0{,}12 \times 0{,}97 + 0{,}23 \times 7{,}03 \approx 1{,}73$ kg

Il faut utiliser 2,4 kg de métal A et 5,6 kg de métal B pour fabriquer cette pièce.

6. Soit x, le nombre de fichiers audio que peut contenir un lecteur et y, le nombre de fichiers vidéo que peut contenir un lecteur.

1. Établir la règle de la fonction à optimiser.	$n = 100\,000 - 7{,}2x - 48y$, à maximiser.
2. Traduire les contraintes par un système d'inéquations.	$x \geq 500$, $y \geq 250$ $x + y \leq 2000$ $x \geq 3y$ $0{,}06x + 0{,}4y \leq 250$
3. Tracer le polygone de contraintes et déterminer les coordonnées de ses sommets.	

4. Déterminer le couple qui maximise la fonction à optimiser.	Le couple (750, 250) maximise la fonction à optimiser, à 82 600.
5. Formuler la réponse.	Pour maximiser le nombre de lecteurs vendus, ceux-ci doivent avoir une mémoire totale disponible de 7250 Mo, et le prix de vente doit être de 145 $.

Banque de problèmes (*suite*)

7. Explication de chacune des contraintes :

$y > 7$	La production quotidienne de fenêtres doit être supérieure à 7 unités/jour.
$x \geq 5$	La production quotidienne de portes doit être d'au moins 5 unités/jour.
$x + y > 18$	Le nombre total de portes et de fenêtres produites quotidiennement doit être supérieur à 18.
$x + y \leq 30$	Le nombre total de portes et de fenêtres produites quotidiennement ne peut pas dépasser 30.
$x \leq 19$	La production quotidienne de portes ne doit pas dépasser 19 unités/jour.
$y \leq 17$	La production quotidienne de fenêtres ne doit pas dépasser 17 unités/jour.

Explication des fonctions à optimiser et des solutions optimales :

On cherche à maximiser les profits de la PME.

Si chaque porte engendre un profit de 40 $ et chaque fenêtre, un profit de 75 $, l'objectif est atteint si la PME produit quotidiennement 13 portes et 17 fenêtres.

Si chaque porte engendre un profit de 75 $ et chaque fenêtre, un profit de 40 $, l'objectif est atteint si la PME produit quotidiennement 19 portes et 11 fenêtres.