

1.1 INÉQUATIONS

Objectif: Traduire une situation en une inéquation à une variable ou deux variables réelles.

SYMBOLISATION D'UNE INÉQUATION

Pour traduire une situation en une inéquation à une ou deux variables, il faut:

- Identifier chacune des variables par une lettre différente;
- Symboliser l'énoncé en distinguant le premier membre (sujet, sujets) du second membre (complément);
- Écrire le signe d'inégalité convenable ($<$, $>$, \leq , \geq) entre les deux membres.
 - moins de, strictement inférieur à : $<$
 - minimum, au moins, supérieur ou égal à : \geq
 - plus de, strictement supérieur à : $>$
 - maximum, au plus, inférieur ou égal à : \leq

1. La variable x désigne le prix (en \$) d'un jus d'orange. Traduis chacun des énoncés suivants par une inéquation.

- a) Trois jus d'orange coûtent moins de 4 \$. $3x < 4$ _____
- b) Trois jus d'orange coûtent au moins 4 \$. $3x \geq 4$ _____
- c) Quatre jus d'orange coûtent plus de 5 \$. $4x > 5$ _____
- d) Quatre jus d'orange coûtent au plus 5 \$. $4x \leq 5$ _____

2. La variable x désigne le périmètre (en cm) d'un triangle. Traduis chacun des énoncés suivants par une inéquation.

- a) Le périmètre d'un triangle mesure plus de 10 cm. $x > 10$ _____
- b) Le périmètre d'un triangle mesure au plus 10 cm. $x \leq 10$ _____
- c) Le demi-périmètre d'un triangle mesure moins de 5 cm. $\frac{1}{2}x < 5$ _____
- d) Le demi-périmètre d'un triangle mesure au moins 5 cm. $\frac{1}{2}x \geq 5$ _____

3. On désigne par x le poids à vide (en kg) d'une camionnette. Traduis chacun des énoncés suivants par une inéquation.

- a) Deux camionnettes, chargées de 500 kg chacune, pèsent au moins 7 000 kg.
 $2(x + 500) \geq 7\ 000$ _____
- b) Deux camionnettes, chargées de 500 kg chacune, pèsent moins de 7 000 kg.
 $2(x + 500) < 7\ 000$ _____
- c) Trois camionnettes, chargées de 600 kg chacune, pèsent plus de 9 000 kg.
 $3(x + 600) > 9\ 000$ _____
- d) Trois camionnettes, chargées de 600 kg chacune, pèsent au plus 9 000 kg.
 $3(x + 600) \leq 9\ 000$ _____

4. Identifie la variable et traduis chacun des énoncés suivants par une inéquation.

a) Dans un restaurant, la capacité maximale autorisée est 50 personnes.

x : le nombre de personnes admises au restaurant $x \leq 50$

b) Un livre contient au moins 500 exercices.

x : le nombre d'exercices contenus dans un livre $x \geq 500$

c) Un paquet renferme moins de 100 enveloppes.

x : le nombre d'enveloppes contenues dans un paquet $x < 100$

~~a)~~ La moitié d'une somme d'argent est placée à 10 % et l'autre moitié à 12 %. L'intérêt annuel rapporté est au plus 170 \$. x : la somme placée (en \$) $\frac{1}{2}x \cdot 0,10 + \frac{1}{2}x \cdot 0,12 \leq 170$

5. Identifie les deux variables, et traduis chacun des énoncés suivants par une inéquation.

a) 1. La différence entre la longueur et largeur d'un rectangle est inférieure à 3 mètres.

x : la longueur (en m) d'un rectangle y : la largeur (en m) d'un rectangle $x - y < 3$

2. La différence entre la longueur et la largeur d'un rectangle est plus que 3 mètres.

$x - y > 3$

3. La différence entre la longueur et la largeur d'un rectangle est au plus 3 mètres.

$x - y \leq 3$

4. La différence entre la longueur et la largeur d'un rectangle est au moins 3 mètres.

$x - y \geq 3$

b) 1. Le nombre de pages d'un dictionnaire est supérieur ou égal à celui de dix livres.

x : le nombre de pages d'un dictionnaire y : le nombre de pages d'un livre $x \geq 10y$

2. Le nombre de pages d'un dictionnaire est strictement inférieur à celui de dix livres.

$x < 10y$

3. Le nombre de pages d'un dictionnaire est au plus équivalent à celui de dix livres.

$x \leq 10y$

4. Le nombre de pages d'un dictionnaire est strictement supérieur à celui de dix livres.

$x > 10y$

c) 1. Pour coudre deux robes et trois chemisiers, une couturière doit travailler plus de dix heures.

x : le temps (en h) pour coudre une robe y : le temps (en h) pour coudre un chemisier $2x + 3y > 10$

2. Pour coudre deux robes et trois chemisiers, une couturière doit travailler moins de dix heures. $2x + 3y < 10$

3. Pour coudre deux robes et trois chemisiers, une couturière doit travailler au maximum dix heures. $2x + 3y \leq 10$

4. Pour coudre deux robes et trois chemisiers, une couturière doit travailler au minimum dix heures. $2x + 3y \geq 10$

- (15) 19 (x) a) $2 > 5$
 b) $1 > 2$
- c) Le nombre n d'élèves présents à l'école entre 7 h et 8 h est supérieur à 35. $n > 35$
 d) Le nombre p de passagers sur le vol 728 n'est pas supérieur à 250. $p \leq 250$
 e) La vitesse v d'un véhicule est inférieure à 100 km/h. $v < 100$

Dans chacun des cas suivants, traduis la proposition par une inéquation de la forme $ax + by \leq c$ ou $ax + by \geq c$ ($a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}^*$, $c \in \mathbb{R}$)

- a) La somme de deux nombres x et y ne dépasse pas 5. $x + y \leq 5$
 b) Le double d'un nombre x diminué d'un nombre y est supérieur à -3 . $2x - y > -3$
 c) Le tiers d'un nombre x augmenté du quadruple d'un nombre y est au moins égal à 5. $\frac{1}{3}x + 4y \geq 5$
 d) La différence de deux nombres x et y est supérieure à -9 . $x - y > -9$

INÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ À DEUX VARIABLES

Toute inéquation pouvant s'écrire sous la forme $ax + by \leq c$ ou $ax + by \geq c$ avec $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}^*$ et $c \in \mathbb{R}$ est une **inéquation du premier degré à deux variables**.

Traduis les énoncés suivants par une inéquation du premier degré à deux variables de la forme $ax + by \leq c$ ou $ax + by \geq c$.

- a) x adultes et y enfants ont assisté à une représentation dans une salle de spectacles ne pouvant contenir que 250 personnes. $x + y \leq 250$
 b) Les frais de participation à un camp d'hiver sont de 200 \$ pour un membre de l'organisation et de 300 \$ pour tout autre participant. On pense recueillir un minimum de 10 000 \$ grâce à la participation de x membres de l'organisation et de y autres participants. $200x + 300y \geq 10\ 000$
 c) Laura possède x cartes de hockey et David en possède y . Laura possède au moins quatre fois plus de cartes que David. $x \geq 4y$
 d) La valeur maximale d'un portefeuille constitué de x actions privilégiées à 8 \$ chacune et de y actions ordinaires à 5 \$ chacune est de 1 800 \$. $8x + 5y \leq 1\ 800$
 e) Une cassette audio coûte 15 \$ et un disque compact coûte 25 \$. On peut acheter x cassettes et y disques compacts avec une somme de 400 \$. $15x + 25y \leq 400$
 f) Un camion remorque ne peut transporter plus de 9 tonnes. Il transporte x sacs de 100 kg de farine et y sacs de 50 kg de sucre. $100x + 50y \leq 9\ 000$ tonnes kg
 g) Nathalie travaille x heures par jour et Patricia travaille y heures par jour. Nathalie travaille au moins deux heures de plus par jour que Patricia. $x \geq y + 2$
 h) Xaviera possède x robes et Yolanda en possède y . Yolanda possède au plus trois fois plus de robes que Xaviera. $y \leq 3x$
 i) La production quotidienne de la compagnie Bat-Hock-Ski est de x bâtons de hockey et de y paires de skis par machine. Une machine produit un bâton de hockey en 2 minutes et un ski en 3 minutes. La machine fonctionne 8 heures par jour. $2x + 3y \leq 480$
 j) x représente le nombre d'ordinateurs vendus et y représente le nombre d'imprimantes vendues dans un magasin. On vend au moins deux fois plus d'imprimantes que d'ordinateurs. $y \geq 2x$

- d) 1. Anatole et Bernard ont accumulé ensemble moins de 12 000 \$.

x: le montant d'argent (en \$) par Anatole

y: le montant d'argent (en \$) accumulé par Bernard $x + y < 12\ 000$

2. Anatole et Bernard ont accumulé ensemble au minimum 12 000 \$.

$x + y \geq 12\ 000$

3. Anatole et Bernard ont accumulé ensemble au maximum 12 000 \$.

$x + y \leq 12\ 000$

4. Anatole et Bernard ont accumulé ensemble plus de 12 000 \$.

$x + y > 12\ 000$

- e) 1. L'aire d'un terrain rectangulaire est au plus égale à 1 200 m².

x et *y* la longueur et la largeur du terrain (en mètres) $xy \leq 1\ 200$

2. L'aire d'un terrain rectangulaire est au moins égale à 1 200 m².

$xy \geq 1\ 200$

3. L'aire d'un terrain rectangulaire est strictement supérieure à 1 200 m².

$xy > 1\ 200$

4. L'aire d'un terrain rectangulaire est strictement inférieure à 1 200 m².

$xy < 1\ 200$

- f) 1. Le périmètre d'un terrain rectangulaire est au moins égal à 160 m.

x et *y* la longueur et la largeur du terrain (en mètres) $2(x + y) \geq 160$

2. Le périmètre d'un terrain rectangulaire est au plus égal à 160 m.

$2(x + y) \leq 160$

3. Le périmètre d'un terrain rectangulaire est strictement supérieur à 160 m.

$2(x + y) > 160$

4. Le périmètre d'un terrain rectangulaire est strictement inférieur à 160 m.

$2(x + y) < 160$
