VISION 5 | Les fonctions trigonométriques

RÉVISION 5

Réactivation 1

Page 72

a. Émile doit parcourir environ 145,77 m.

b. Léo doit parcourir environ 64,31 m.

c. Émile doit parcourir environ 38,59 m.

d. Léo doit parcourir environ 107,19 m.

Réactivation 2

Page 73

a. **1)** 30° **2)** 60° **3)** 60° **4)** 60°

b. **1)** 10 m **2)** $10\sqrt{3}$ m **3)** 10 m **4)** 10 m

Mise à jour

Page 76

1. a) **1)** 40
2) Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des cathètes.

b) **1)** 12,5
2) Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

c) **1)** $\approx 1{,}98$
2) Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.

d) **1)** 12
2) Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.

2. a) $\approx$ 12,49 cm **b)** $\approx$ 7,81 cm **c)** $\approx$ 6,25 cm

3. **Mesures des segments**

	a	*b*	*c*	*m*	*n*	*h*
a)	9	12	**15**	**5,4**	**9,6**	**7,2**
b)	$\mathbf{4\sqrt{5}}$	$\mathbf{8\sqrt{5}}$	**20**	4	**16**	8
c)	10	**7,5**	**12,5**	**8**	**4,5**	6

Mise à jour (*suite*)

Page 77

4. $\approx$ 24,07 cm

5. La mesure du segment AD est de $\frac{3136}{1077}$ cm ou environ 2,91 cm.

6. $\approx$ 57,74 cm^2

7. Aire du vitrail : $\approx$ 186,93 cm^2
Les coûts de cette réparation sont de $1{,}25 \times 186{,}93 \approx 233{,}66$ $.

Mise à jour (*suite*)

Page 78

8. La mesure du segment EF est environ de 2,67 cm.

9. La mesure de la surface grise est environ de 327,02 cm^2.

10. a)

Calcul des mesures	Énoncé de géométrie
$(m\,\overline{AD})^2 + (m\,\overline{DC})^2 = (m\,\overline{AC})^2$ $(m\,\overline{AD})^2 + 5^2 = 8^2$ $(m\,\overline{AD})^2 + 25 = 64$ $(m\,\overline{AD})^2 = 39$ $m\,\overline{AD} = \sqrt{39}$ cm	La relation de Pythagore.
$(m\,\overline{AC})^2 = m\,\overline{AD} \times m\,\overline{AB}$ $8^2 = \sqrt{39} \times m\,\overline{AB}$ $m\,\overline{AB} = \frac{64\sqrt{39}}{39}$ cm	Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
$m\,\overline{AD} + m\,\overline{BD} = m\,\overline{AB}$ $\sqrt{39} + m\,\overline{BD} = \frac{64\sqrt{39}}{39}$ $m\,\overline{BD} = \frac{64\sqrt{39}}{39} - \sqrt{39}$ $m\,\overline{BD} = \frac{25\sqrt{39}}{39}$ cm	La mesure d'un segment est la somme des mesures des segments qui le composent.

b)

Calcul des mesures	Énoncé de géométrie
$(m\,\overline{BD})^2 + (m\,\overline{CD})^2 = (m\,\overline{BC})^2$ $\left(\frac{25\sqrt{39}}{39}\right)^2 + 5^2 = (m\,\overline{BC})^2$ $\frac{625}{39} + 25 = (m\,\overline{BC})^2$ $\frac{1600}{39} = (m\,\overline{BC})^2$ $m\,\overline{BC} = \frac{40\sqrt{39}}{39}$ cm	La relation de Pythagore.

11. *On doit d'abord démontrer la similitude des triangles qui forment la structure.*
La longueur de la poutre est environ de 1,01 m.

Mise à jour (*suite*)

Page 79

12. $\approx$ 12,99 cm

13. a) $\approx 315{,}67$ cm^2 **b)** $\approx 74{,}95$ cm^2 **c)** $\approx 167{,}14$ cm^2 **d)** $\approx 65{,}12$ cm^2

14. Le périmètre du triangle BDE est de $7{,}12 + 6{,}52 + 9{,}66 \approx 23{,}30$ cm.

Mise à jour (*suite*)

Page 80

15. a) $x \approx 2{,}54$ cm, $y \approx 6{,}52$ cm, $z \approx 16{,}78$ cm
b) $x = 3$ cm, $y \approx 2{,}6$ cm, $z \approx 5{,}2$ cm
c) $x \approx 6{,}24$ cm, $y \approx 9{,}99$ cm, $z = 12{,}8$ cm
d) $x = 5$ cm, $y \approx 6{,}67$ cm, $z \approx 5{,}33$ cm
e) $x \approx 9{,}75$ cm, $y \approx 16{,}31$ cm, $z \approx 8{,}37$ cm
f) $x \approx 5{,}2$ cm, $y \approx 10{,}39$ cm, $z \approx 20{,}78$ cm
g) $x = 1$ cm, $y \approx 8{,}49$ cm, $z \approx 2{,}83$ cm
h) $x \approx 5{,}42$ cm, $y \approx 2{,}08$ cm, $z = 5$ cm
i) $x \approx 8{,}66$ cm, $y \approx 12{,}25$ cm, $z \approx 7{,}07$ cm
j) $x = 4$ cm, $y = 16$ cm, $z = 8\sqrt{5}$ cm

Mise à jour (*suite*)

Page 81

16. $\frac{(68 + 100) \times 36{,}66}{2} \approx 3079{,}49$ cm^2

17. a) Cette personne doit parcourir environ 46,95 m.
b) Cette personne doit parcourir environ 57,77 m.
c) Cette personne doit parcourir environ 10,82 m.
d) Cette personne doit parcourir environ 27,73 m.

SECTION 5.1 | Le cercle trigonométrique

Problème Page 82

$C = 2\pi r$, où $r = 1$ km.

$C = 2\pi$ km

$\frac{1 \text{ km}}{2\pi \text{ km}} = \frac{m \angle AOB}{360°}$

$m \angle AOB = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$

$B\left(1 \cos\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ, 1 \sin\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ\right)$

Les coordonnées du navire au point B sont ($\approx 0{,}54$, $\approx 0{,}84$).

Activité 1 Page 83

a. 1) 360° **2)** La distance parcourue est de $2\pi r$ unités.

b. 1) 2π fois. **2)** $\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$

c. La longueur de l'arc correspond au rayon du cercle.

d. 1) 2π radians. **2)** π radians. **3)** $\frac{\pi}{2}$ radian. **4)** $\frac{n\pi}{180}$ radians.

e. 1) L'arc mesure r. **2)** L'arc mesure $2r$. **3)** L'arc mesure $4{,}5r$. **4)** L'arc mesure $8{,}71r$.

f. $L = \theta r$

Activité 2 Page 84

a. 1) Les coordonnées du point P_1 sont (1, 0). **2)** Les coordonnées du point P_2 sont (0, 1).
3) Les coordonnées du point P_3 sont (−1, 0). **4)** Les coordonnées du point P_4 sont (0, −1).

b. 1) Le triangle BOP_5 est isocèle et rectangle. **2)** $\frac{\pi}{4}$ radian.

c. Soit $m\,\overline{OB} = m\,\overline{BP_5} = x$.
Les coordonnées du point P_5 sont donc (x, x).
Par la relation de Pythagore, on a $x^2 + x^2 = 1$.
Donc,
$$2x^2 = 1$$
$$x^2 = \frac{1}{2}$$
$$x = \sqrt{\frac{1}{2}}$$
$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
Les coordonnées du point P_5 sont $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

d. 1) $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ **2)** $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ **3)** $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

e. 1) Le triangle BOP_9 est un triangle rectangle. **2)** $\frac{\pi}{6}$ radian.

f. 1) Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.

2) $x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$, où x représente la mesure de $\overline{OB}$.
$$x^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$x^2 = 1 - \frac{1}{4}$$
$$x^2 = \frac{3}{4}$$
$$x = \sqrt{\frac{3}{4}}$$
$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

g. **1)** $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ **2)** $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ **3)** $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

Activité 2 (*suite*)

Page 85

h. **1)** Le triangle BOP_{13} est un triangle rectangle qui a un angle de 30°. **2)** $\frac{\pi}{3}$ radian.

i. **1)** Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.

2) $y^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$, où y représente la mesure de $\overline{BP_{13}}$.

$$y^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$y^2 = 1 - \frac{1}{4}$$
$$y^2 = \frac{3}{4}$$
$$y = \sqrt{\frac{3}{4}}$$
$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

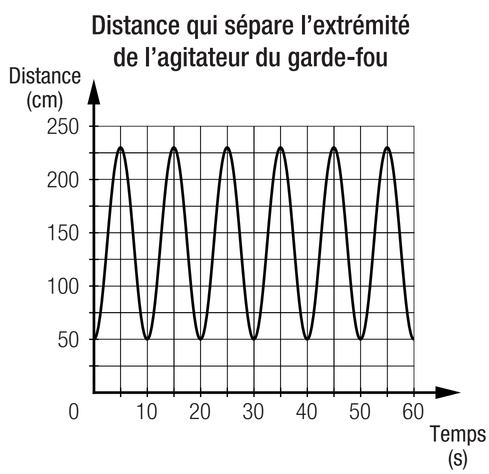
j. **1)** $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **2)** $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ **3)** $\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

k. **1)** $\cos\theta$ **2)** $\sin\theta$

Activité 3

Page 86

a.



b. Domaine : [0, 60] s ; codomaine : [50, 230] cm.

c. L'extrémité de l'agitateur est située au point le plus rapproché du garde-fou à : 10 s, 20 s, 30 s, 40 s, 50 s, 60 s, 70 s, 80 s, 90 s, 100 s, 110 s, 120 s, 130 s, 140 s, 150 s, 160 s, 170 s, 180 s.

Technomath

Page 87

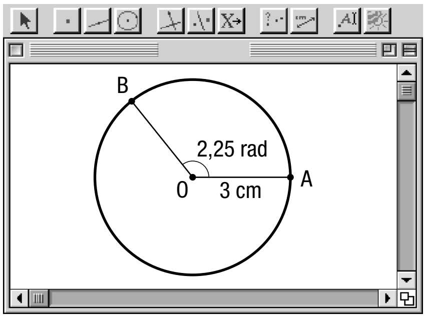
a. **1)** m $\angle$ AOB = 1 radian à l'écran **1** et m $\angle$ AOB = 1 radian à l'écran **2.**

2) m $\angle$ AOB ≈ 57,3° à l'écran **1** et m $\angle$ AOB ≈ 57,3° à l'écran **2.**

b. Cette mesure est de 1 radian.

c. **1)** m $\angle$ AOB ≈ 68,75° à l'écran **3** et m $\angle$ AOB ≈ 166,16° à l'écran **4.**

2) La longueur de l'arc AB est de 3,192 cm à l'écran **3** et de 5,568 cm à l'écran **4.**

d. **1)** 

2) 6,75 cm

Mise au point 5.1

Page 91

1. **a)** $\frac{35\pi}{18}$ rad **b)** $\frac{\pi}{36}$ rad **c)** $\frac{7\pi}{9}$ rad **d)** $\frac{\pi}{18}$ rad

e) $\frac{5\pi}{36}$ rad **f)** $\frac{7\pi}{18}$ rad **g)** $\frac{35\pi}{18}$ rad ou $\frac{-1\pi}{18}$ rad. **h)** $\frac{25\pi}{18}$ rad ou $\frac{-11\pi}{18}$ rad.

2. **a)** 30° **b)** 75° **c)** 27° **d)** 540°

e) $\approx$ 401,07° ou $\left(\frac{1260°}{\pi}\right)$. **f)** −36° **g)** $\left(\frac{-360°}{\pi}\right)$ **h)** $\approx$ 42,97° ou $\left(\frac{135°}{\pi}\right)$.

3. **a)** Dans le 3e quadrant. **b)** Dans le 2e quadrant. **c)** Dans le 2e quadrant. **d)** Dans le 1er quadrant.

e) Dans le 3e quadrant. **f)** Dans le 3e quadrant. **g)** Dans le 3e quadrant. **h)** Dans le 2e quadrant.

4. **a)** 0 **b)** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **c)** 1 **d)** $\sqrt{3}$ **e)** Non définie. **f)** $-\sqrt{3}$

g) −1 **h)** $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ **i)** Non définie. **j)** $-\sqrt{3}$ **k)** −1 **l)** $\frac{-1}{\sqrt{3}}$

5. **a)** La période de cette fonction est de 6. **b)** [−1, 2] **c)** **1)** 1 **2)** 2 **3)** 1

Mise au point 5.1 (*suite*)

Page 92

6. A 5, B 1, C 2, D 6, E 4, F 3

Mise au point 5.1 (*suite*)

Page 93

7. **a)** **1)** Maximum : 1 **2)** Minimum : −1 **3)** Période : 2π

b) **1)** Maximum : 1 **2)** Minimum : −1 **3)** Période : 2π

8. **a)** 2π rad **b)** $\frac{3\pi}{2}$ rad **c)** π rad **d)** $\frac{4\pi}{3}$ rad

e) $\frac{\pi}{6}$ rad **f)** $\frac{3\pi}{4}$ rad **g)** $\frac{3\pi}{2}$ rad **h)** $\approx$ 2,69 rad

9.

L	*r*	θ
$\mathbf{\frac{6\pi}{5}}$	6	$\frac{\pi}{5}$
3	$\mathbf{\frac{5}{3}}$	1,8
16	4	**4**
37,8	18	2,1
9	**≈ 1,97**	4,56
1	9	$\mathbf{\frac{1}{9}}$

10. Non, puisque la nature de la fonction périodique fait qu’à une valeur de la variable dépendante, on peut associer plus d’une valeur de la variable indépendante.

11. a) $(-a, -b)$ **b)** $(-a, -b)$ **c)** $(-b, a)$
d) $(b, -a)$ **e)** $(b, -a)$ **f)** $(-b, a)$

Mise au point 5.1 (*suite*) **Page 94**

12. a) 1) Dans le 2e quadrant. **2)** $\frac{3\pi}{4}$ rad
b) 1) Sur l'axe des ordonnées, entre le 3e et le 4e quadrant. **2)** $\frac{3\pi}{2}$ rad
c) 1) Dans le 2e quadrant. **2)** $\frac{2\pi}{3}$ rad
d) 1) Sur l'axe des ordonnées, entre le 3e et le 4e quadrant. **2)** $\frac{3\pi}{2}$ rad
e) 1) Dans le 1er quadrant. **2)** $\frac{\pi}{6}$ rad
f) 1) Dans le 4e quadrant. **2)** $\frac{5\pi}{3}$ rad

13. a) $\pm\frac{1}{2}$ **b)** $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** ± 1 **d)** $\pm\frac{4}{5}$ **e)** $\pm\frac{\sqrt{11}}{6}$ **f)** $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$

14. $\tan\frac{3\pi}{2} = \frac{\sin\frac{3\pi}{2}}{\cos\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{0}$, qui n'existe pas dans l'ensemble des nombres réels.

15. A F, B C, D G, E H

16. a) La longueur de cette haie est environ de 33,16 m.
b) On peut planter $\frac{33,16}{0,3} \approx 110,53$ cèdres, soit un maximum de 110 cèdres.
$110 \times 4,50 = 495$ $
L'aménagement de cette haie coûte 495 $.

Mise au point 5.1 (*suite*) **Page 95**

17. a) La période de cette fonction est de 10. **b) 1)** 1 **2)** 1 **3)** 2

18. a) Le rayon moyen de l'orbite de la SSI est de 6718 km.
b) 1) La SSI se déplace à environ 0,0012 rad/s. **2)** La SSI se déplace à environ 7730,85 m/s.
3) La SSI se déplace à environ 27 831,06 km/h.

19. La vitesse de rotation du tambour B est de 4,8 rad/s.

Mise au point 5.1 (*suite*) **Page 96**

20. m $\overline{AB}$ = 639,163 km = m $\overline{EB}$
m $\overline{BC}$ = 218,127 km = m $\overline{BD}$
m $\overset{\frown}{CD}$ = 543,056 km
La sonde spatiale a donc parcouru environ 2257,64 km.

21. a) La longueur de l'arc est de 26,25 cm. **b)** La longueur de l'arc est de 70 cm.
c) La longueur de l'arc est de 105 cm.

22. Le rayon minimal d'un tore de Stanford est de 245,25 m.

SECTION 5.2 Les fonctions trigonométriques

Problème **Page 97**

Le 19 juillet, il est préférable pour un voilier de quitter le quai entre 3 h 15 et 8 h 45 ou entre 14 h 15 et 19 h 45, soit lorsque la marée descend et que le courant se déplace vers le large.

Activité 1

Page 98

a. **1)** L'angle de rotation est de 2π rad. **2)** L'angle de rotation est de π rad.
3) L'angle de rotation est de $\frac{\pi}{2}$ rad. **4)** L'angle de rotation est de $\frac{\pi}{4}$ rad.

b. **1)** $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ **2)** $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ **3)** $(0, 1)$ **4)** $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
5) $(-1, 0)$ **6)** $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ **7)** $(0, -1)$ **8)** $(1, 0)$

c. **1)** $f(\theta) = \sin\theta$ **2)** $f(\theta) = \cos\theta$

d. Une translation horizontale de $\frac{\pi}{2}$ vers la gauche ou vers la droite selon la courbe qui est considérée comme la courbe initiale.

Activité 2

Page 99

a. **1)** Le nombre maximal de personnes atteintes par ce virus est de 50 000.
2) Le nombre minimal de personnes atteintes par ce virus est de 10 000.
3) Le nombre moyen de personnes atteintes par ce virus est de 30 000.

b. 12 ans séparent deux épidémies consécutives.

Activité 2 (*suite*)

Page 100

c. **1)** 20 000 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** 3 **4)** 30 000

d. **1)** Les deux expressions ont la même valeur, soit 20 000.
2) Les deux expressions ont la même valeur, soit $\frac{\pi}{6}$.
3) Les coordonnées du point (h, k + a) sont associées au maximum de la fonction.

e. Pour la fonction *f*, on utilise un cosinus, tandis que pour la fonction *g* on utilise un sinus. Les paramètres sont identiques, à l'exception du paramètre h.

f. Les valeurs des paramètres a, b et k sont identiques, tandis que les valeurs du paramètre h diffèrent de 3, ce qui correspond au quart de la période.

Activité 3

Page 101

a. **1)** Les zéros de la fonction sinus sont associés aux extremums de la fonction cosinus.
2) Les zéros de la fonction sinus sont les mêmes que ceux de la fonction tangente.

b. **1)** Ils sont associés aux zéros. **2)** Ils sont associés aux extremums.

c. **1)** La fonction tangente n'est pas définie pour les valeurs de *x* qui correspondent aux zéros de la fonction cosinus.
2) La période de la fonction tangente est la moitié de celle de la fonction cosinus.

d. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

x	**0**	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
tan x	0	1	n. d.	−1	0
$\frac{\sin x}{\cos x}$	0	1	n. d.	−1	0

e. On peut se baser sur les zéros.

Technomath

Page 102

a. **1)** Le paramètre h. **2)** Le paramètre k.

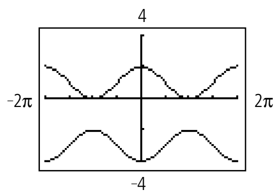
b. **1)** Une des courbes a subi une translation horizontale par rapport à l'autre.
2) Une des courbes a subi une translation verticale par rapport à l'autre.

c. 1) Le paramètre h de l'équation associée à Y_1 de l'écran **5** vaut 2π de plus que le paramètre h de l'équation associée à Y_1 de l'écran **7.**

(h, k) = $(0{,}5\pi, 1)$ à l'écran **7** et (h, k) = $(2{,}5\pi, 1)$ à l'écran **5.** Les deux points ont la même ordonnée, mais leur abscisse diffère par 2π, soit la valeur associée à une période.

2) Les deux courbes sont identiques.

d. 1)



2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Par rapport à la courbe associée à Y_1 la courbe associée à Y_2 est translatée de π unités vers la gauche et de 4 unités vers le bas.

3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3$.

Mise au point 5.2

Page 107

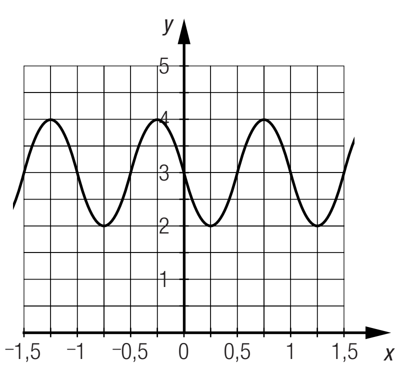
1.

	Règle	Amplitude	Période	Maximum	Minimum
a)	$f(x) = \sin 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 3$	**1**	π	**4**	**2**
b)	$f(x) = 1{,}5\cos\pi(x + 3) - 5$	**1,5**	**2**	**−3,5**	**−6,5**
c)	$f(x) = -3\sin 3{,}5\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 6$	**3**	$\mathbf{\frac{4\pi}{7}}$	**9**	**3**
d)	$f(x) = 6\cos\frac{\pi}{5}(x - 8) + 7$	**6**	**10**	**13**	**1**
e)	$f(x) = 10\sin 0{,}5\left(x + \frac{\pi}{8}\right) - 4$	**10**	$\mathbf{4\pi}$	**6**	**−14**

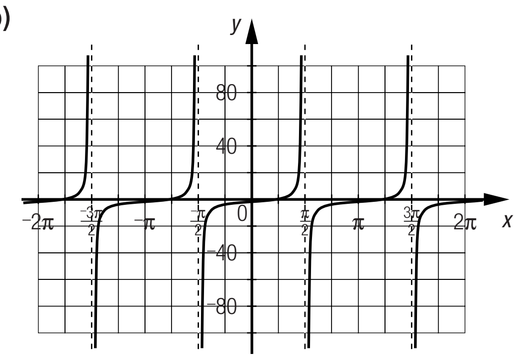
2. a) 0 **b)** $\frac{-\pi}{4}$ **c)** $\frac{\pi}{6}$ **d)** π **e)** 0

f) $\frac{\pi}{4}$ **g)** $\frac{-\pi}{6}$ **h)** $\frac{\pi}{2}$ **i)** $\frac{5\pi}{6}$

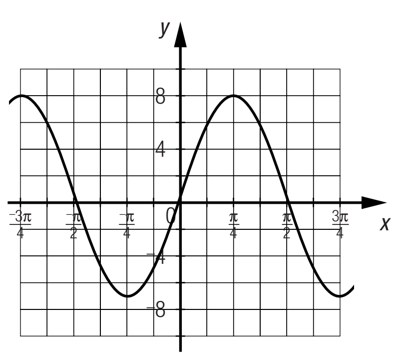
3. a)



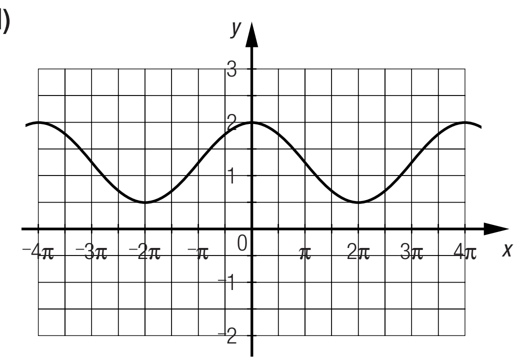
b)



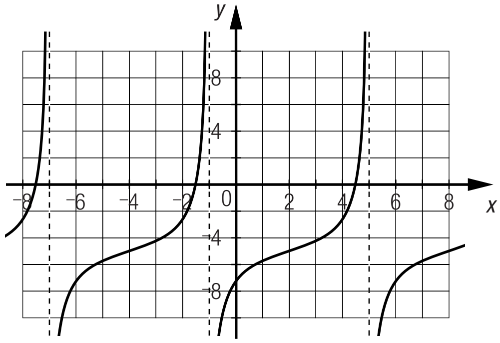
c)



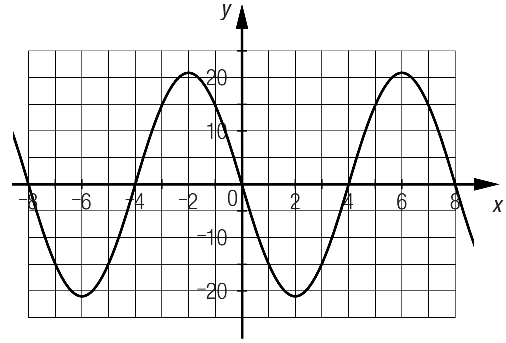
d)



e)



f)



4. a) 1) π **2)** π **3)** π

b) 1) Minimum : 0
Maximum : 10

2) Minimum : 9
Maximum : 11

3) Minimum : $^-9$
Maximum : $^-1$

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $i(x) = {}^-2\sin 2(x - 3) - 8$

Mise au point 5.2 (*suite*) **Page 108**

5. A 2, B 4, C 3, D 5, E 1

Mise au point 5.2 (*suite*) **Page 109**

6. a) 1) $f(x) = \sin 2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 0{,}5$ **2)** $f(x) = \cos 2\left(x - \frac{3\pi}{8}\right) + 0{,}5$

b) 1) $f(x) = {}^-3\sin \pi x - 1$ **2)** $f(x) = 3\cos \pi(x + 0{,}5) - 1$

c) 1) $f(x) = 6\sin \pi\left(x + \frac{1}{4}\right)$ **2)** $f(x) = 6\cos \pi\left(x - \frac{1}{4}\right)$

d) 1) $f(x) = {}^-0{,}75\sin \frac{\pi}{2}x + 0{,}05$ **2)** $f(x) = {}^-0{,}75\cos \frac{\pi}{2}(x - 1) + 0{,}05$

e) 1) $f(x) = {}^-2\sin 4x - 1$ **2)** $f(x) = 2\cos 4\left(x + \frac{\pi}{8}\right) - 1$

f) 1) $f(x) = 7\sin \frac{\pi}{6}(x - 1) - 7$ **2)** $f(x) = 7\cos \frac{\pi}{6}(x - 4) - 7$

7. $T = 120\sin 120\pi x$

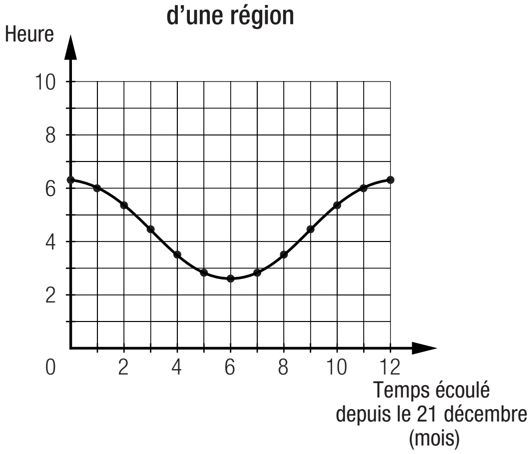
Mise au point 5.2 (*suite*) **Page 110**

8. a) $y = \tan \frac{\pi}{2}x$ **b)** $y = 2\tan \pi(x - 0{,}5) + 0{,}5$

c) $y = {}^-0{,}5\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ **d)** $y = {}^-2\tan x - 1$

9. a)

Heure de l'aube nautique d'une région



b) $y \approx 1{,}85\cos \frac{\pi}{6}x + 4{,}48$, où y représente l'heure de l'aube nautique et x, le temps écoulé (en mois) depuis le 21 décembre.

Mise au point 5.2 (*suite*)

10. a) 1)

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$f(x)$	**0**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	**1**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	**0**	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	**−1**	$\frac{-1}{2}$	**0**
$g(x)$	**0**	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	**−1**	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-1}{2}$	**0**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	**1**	$\frac{1}{2}$	**0**
$f(x) + g(x)$	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

2) On remarque que pour une abscisse donnée, l'ordonnée de f est opposée à celle de g, donc que $f(x) + g(x) = 0$.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $i(x) = \cos(x - \pi)$

11. On entend la cloche sonner 12 fois par minute.

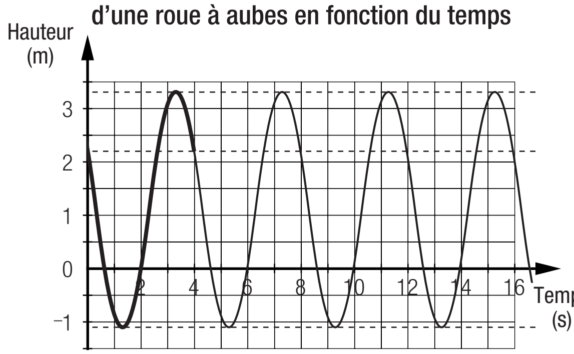
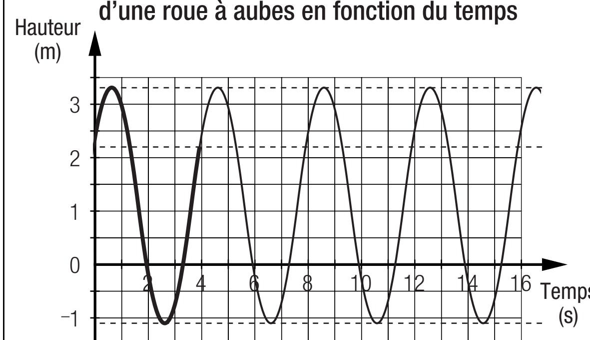
12. La variation quotidienne de l'angle d'oscillation d'un pendule de Foucault situé dans la ville de Québec est environ de −4,58 rad.

Mise au point 5.2 (*suite*)

13. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$y = -45\cos\frac{2\pi}{11}x + 45$, où x représente le temps (en années) et y, le nombre de taches solaires observées en une journée.

14. Il y a deux réponses possibles selon la position initiale de l'extrémité de la pale brisée. Dans les deux cas :
- puisque la roue à aubes effectue 10 tours/min, soit 1 tour toutes les 6 s, on en déduit que la période est de 6 s ;
- puisque le rayon de la roue est de 2,2 m et que son centre est situé à 1,1 m au-dessus de la surface de l'eau, les hauteurs maximale et minimale atteintes par l'extrémité de la pale brisée sont de 3,3 m et de −1,1 m ;
- la valeur initiale de la fonction est 2,2.

Position initiale de l'extrémité de la pale brisée

a)	L'extrémité de la pale brisée est située à droite du centre de la roue.	L'extrémité de la pale brisée est située à gauche du centre de la roue.
	Hauteur de l'extrémité de la pale brisée d'une roue à aubes en fonction du temps 	**Hauteur de l'extrémité de la pale brisée d'une roue à aubes en fonction du temps** 
b)	*Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $h(t) = 2{,}2\sin\frac{\pi}{3}(t + 0{,}5) + 1{,}1$, où h représente la hauteur (en m) et t, le temps (en s).	*Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $h(t) = 2{,}2\sin\frac{\pi}{3}(t + 2{,}5) + 1{,}1$, où h représente la hauteur (en m) et t, le temps (en s).

SECTION 5.3 La résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques

Problème

Le flash s'allume à : 1 s, 4 s, 7 s, 10 s, 13 s, 16 s, 19 s, 22 s, 25 s, 28 s, 31 s, 34 s, 37 s, 40 s, 43 s, 46 s, 49 s, 52 s, 55 s, 58 s.

Activité 1

Page 114

a. **1)** La température maximale sera de 3 °C. **2)** La température minimale sera de -1 °C.

b. À 6 h, à 18 h, à 30 h et à 42 h.

c. La résolution de cette équation permet de déterminer à quels moments la température est de 2 °C.

d. $\frac{\pi}{6}$ rad et $\frac{5\pi}{6}$ rad.

e. **1)** Pour passer :

- de l'étape ① à l'étape ②, on soustrait 1 des deux côtés de l'égalité et on divise ensuite par 2 ;
- de l'étape ② à l'étape ③, on isole l'argument du sinus ;
- de l'étape ③ à l'étape ④, on remplace $\arcsin\frac{1}{2}$ par les valeurs trouvées en **d** ;
- de l'étape ④ à l'étape ⑤, on multiplie par 12 et on divise par π des deux côtés de l'égalité ;
- de l'étape ⑤ à l'étape ⑥, on additionne 6 des deux côtés de l'égalité.

2) Ces valeurs représentent les moments où la température atteint 2 °C au cours des 24 premières heures.

f. **1)** La période de la fonction f est de 24.

2) Ces deux expressions permettent de déterminer les moments où la température atteint 2 °C de la 24^e à la 48^e heure.

g. **1)** $2\sin\frac{\pi}{12}(x - 6) + 1 \leq 2$ **2)** [0, 8] h, [16, 32] h et [40, 48] h.

Mise au point 5.3

Page 118

1. a) $\left\{\frac{-8\pi}{3}, \frac{-5\pi}{2}, \frac{-5\pi}{3}, \frac{-3\pi}{2}, \frac{-2\pi}{3}, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{3}, \frac{5\pi}{2}\right\}$

b) {0, 1,5, 2, 3,5, 4}

c) $\left\{\frac{-25}{4}, \frac{-5}{4}, \frac{15}{4}, \frac{35}{4}\right\}$

d) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}\right\}$

e) Aucune solution.

f) $\left\{\frac{2}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{11}{9}, \frac{14}{9}, \frac{17}{9}, \frac{20}{9}, \frac{23}{9}, \frac{26}{9}, \frac{29}{9}, \frac{32}{9}, \frac{35}{9}, \frac{38}{9}, \frac{41}{9}, \frac{44}{9}\right\}$

2. a) $x = 5\pi + 16n\pi$ et $x = 9\pi + 16n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

b) $x = \frac{11}{3} + 4n$ et $x = \frac{13}{3} + 4n$, $n \in \mathbb{Z}$.

c) $x = \frac{-1}{3} + 4n$, $n \in \mathbb{Z}$

d) $x = \frac{5\pi}{3} + 4n\pi$ et $x = \frac{7\pi}{3} + 4n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

e) $x = \frac{61\pi}{84} + n\pi$ et $x = \frac{89\pi}{84} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

f) $x = \frac{7\pi}{12} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

3. a) La fonction est :

- positive sur $\left[-2\pi, \frac{-17\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{-13\pi}{12}, \frac{-5\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{-\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{23\pi}{12}, 2\pi\right]$;
- négative sur $\left[\frac{-17\pi}{12}, \frac{-13\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{-5\pi}{12}, \frac{-\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{19\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}\right]$.

b) La fonction est :

- positive sur $\left[\frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}\right]$;
- négative sur $\left[-\pi, \frac{-\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{13\pi}{6}, 3\pi\right]$.

c) La fonction est :

- positive sur $\left[-3\pi, \frac{-5\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{-9\pi}{4}, \frac{-3\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{-5\pi}{4}, \frac{-\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{11\pi}{4}, 3\pi\right]$;
- négative sur $\left]\frac{-5\pi}{2}, \frac{-9\pi}{4}\right] \cup \left]\frac{-3\pi}{2}, \frac{-5\pi}{4}\right] \cup \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{4}\right] \cup \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left]\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\right] \cup \left]\frac{5\pi}{2}, \frac{11\pi}{4}\right]$.

d) La fonction est négative sur $\mathbb{R}$.

e) La fonction est négative sur $\mathbb{R}$.

f) La fonction est :

- positive sur $\left[\frac{3}{4}, 1\right[\cup \left[\frac{7}{4}, 2\right[\cup \left[\frac{11}{4}, 3\right[\cup \left[\frac{15}{4}, 4\right[$;
- négative sur $\left]0, \frac{3}{4}\right] \cup \left]1, \frac{7}{4}\right] \cup \left]2, \frac{11}{4}\right] \cup \left]3, \frac{15}{4}\right]$.

4. a) $x = \frac{\pi}{3} + n\pi$ et $x = \frac{2\pi}{3} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.
b) $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$
c) $x = \frac{\pi}{3} + n\pi$ et $x = \frac{2\pi}{3} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.
d) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$
e) $x = \frac{\pi}{3} + n\pi$ et $x = \frac{2\pi}{3} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.
f) $x = \frac{\pi}{6} + n\pi$ et $x = \frac{5\pi}{6} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

Mise au point 5.3 (*suite*)

Page 119

5. a) $\left\{\frac{-7}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right\}$
b) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
c) $\{-1{,}75, -1{,}25, -0{,}75, -0{,}25, 0{,}25, 0{,}75, 1{,}25, 1{,}75\}$
d) $0{,}91\overline{6}$ et $1{,}58\overline{3}$.
e) $\left\{-\frac{5\pi}{12}, -\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right\}$
f) $\left\{\frac{-5\pi}{8}, \frac{-\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}\right\}$

6. a) $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$.
b) 0, π et 2π.
c) $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ et 2π.
d) 0, π et 2π.
e) 0, π et 2π.
f) $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$.
g) $\frac{4\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{3}$.
h) $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$.
i) $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$.

7. a) $\left[-\pi, \frac{-17\pi}{24}\right[\cup \left]\frac{-13\pi}{24}, \frac{-5\pi}{24}\right[\cup \left]\frac{-\pi}{24}, \frac{7\pi}{24}\right[\cup \left]\frac{11\pi}{24}, \frac{19\pi}{24}\right[\cup \left]\frac{23\pi}{24}, \pi\right]$
b) $\left[\frac{-27\pi}{16}, \frac{-19\pi}{16}\right] \cup \left[\frac{-11\pi}{16}, \frac{-3\pi}{16}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{16}, \frac{13\pi}{16}\right]$
c) $\left]\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}\right[\cup \left]\frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}\right[$
d) $[0, 4]$
e) $\left[-3\pi, \frac{-8\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{-7\pi}{3}, \frac{-2\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{-\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{3}, 3\pi\right]$
f) $\left]\frac{-\pi}{2}, 0\right[\cup \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$

Mise au point 5.3 (*suite*)

Page 120

8. a) $\ldots \cup \left]\frac{-\pi}{3}, \frac{-\pi}{6}\right[\cup \left]\frac{-\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right[\cup \left]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right[\cup \ldots$
b) $\ldots \cup \left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}\right] \cup \left[0, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right] \cup \ldots$
c) $\ldots \cup \left]\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{13\pi}{12}, \frac{4\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{25\pi}{12}, \frac{7\pi}{3}\right[\cup \ldots$
d) $x = 2 + 4n$, où $n \in \mathbb{Z}$.
e) $\ldots \cup \left]\frac{-3\pi}{4}, \frac{-7\pi}{12}\right[\cup \left]\frac{-\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right[\cup \left]\frac{7\pi}{12}, \frac{3\pi}{4}\right[\cup \ldots$
f) $\ldots \cup \left]\frac{-2\pi}{3}, \frac{-\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right[\cup \ldots$

9. Le parachute se déploie à 15 s.

10. Les pieds de Léonie touchent le fond pendant 200 s.

11. a) $\ldots \cup \left]\frac{-7\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{9\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}\right[\cup \ldots$
b) $\ldots \cup \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[\cup \left]2\pi, \frac{5\pi}{2}\right[\cup \ldots$

12. Pendant les 10 premières secondes, le chas de l'aiguille traverse le tissu 100 fois.

Mise au point 5.3 (*suite*)

Page 121

13. a) Cette personne saute 400 fois au cours de cet entraînement.
b) Chaque saut dure 0,125 s, donc les pieds de cette personne ne touchent pas le sol pendant $0{,}125 \times 400 = 50$ s.

14. a) 1) $\approx 0{,}2679$ cm^2 **2)** $\approx 0{,}364$ cm^2
b) 1) $\frac{\pi}{6}$ rad **2)** $\frac{\pi}{4}$ rad

15. a) 1) 600 fois. **2)** 1200 fois. **3)** 1200 fois.
b) 1) À $0{,}008\overline{3}$ s, à $0{,}041\overline{6}$ s, à $0{,}108\overline{3}$ s, à $0{,}141\overline{6}$ s, …
2) À 0,05 s, à 0,1 s, à 0,15 s, à 0,2 s, …
3) À 0,075 s, à 0,175 s, à 0,275 s, à 0,375 s, …
c) 1) 300 fois. **2)** 300 fois. **3)** 150 fois.
d) 1) À 0,35 s, à 0,75 s, à 1,15 s, à 1,55 s, …
2) À $0{,}01\overline{6}$ s, à $0{,}28\overline{3}$ s, à $0{,}41\overline{6}$ s, à $0{,}68\overline{3}$ s, …
3) À 0,05 s, à 0,25 s, à 0,45 s, à 0,65 s, …

Mise au point 5.3 (*suite*)

Page 122

16. a) 1) La hauteur de la masse est de −5 m.
2) La hauteur de la masse est de −5 m.

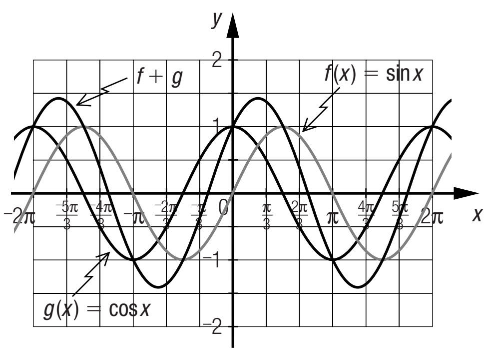
b) **1)** À 0,1$\overline{6}$ s, à 0,5 s, à 0,8$\overline{3}$ s …
2) À 0 s, à 0,$\overline{3}$ s, à 0,$\overline{6}$ s, à 1 s, …
3) À 0,$\overline{2}$ s, à 0,$\overline{4}$ s, à 0,$\overline{5}$ s, à 0,$\overline{7}$ s, …
4) À 0,2$\overline{7}$ s, à 0,3$\overline{8}$ s, à 0,6$\overline{1}$ s, à 0,7$\overline{2}$ s, …
5) À 0,08$\overline{3}$ s, à 0,25 s, à 0,41$\overline{6}$ s, à 0,58$\overline{3}$ s, …

17. Oui, Joseph a raison, car les représentations graphiques des fonctions sont identiques.

18. Au cours d'une minute, le voilier se trouve dans cette situation pendant 20 s.

Mise au point 5.3 (*suite*) **Page 123**

19. a)



b) **1)** $y = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ **2)** $y = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

c) **1)** $x = \frac{\pi}{4} + 2n\pi$ et $x = \frac{5\pi}{4} + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.
2) Ces valeurs sont associées aux extremums de la fonction $f + g$.

d) **1)** $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ et $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.
2) Ces valeurs sont associées aux extremums de la fonction f.

e) **1)** $x = n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.
2) Ces valeurs sont associées aux extremums de la fonction g.

20. a) La profondeur des trous d'aération est de 2 cm. **b)** La distance entre deux trous d'aération consécutifs est de 6 cm.

21. a) La température moyenne dans cette pièce est de 20 °C.
b) Une personne est inconfortable dans cette pièce pendant environ 13,33 min par période de 20 min. Elle est donc inconfortable pendant environ 960 min ou 16 h.
c) La température moyenne dans cette pièce est de 20 °C.
d) Une personne est tout le temps confortable dans cette pièce.

SECTION 5.4 Les identités trigonométriques

Problème **Page 124**

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

La valeur exacte de $\tan\frac{\pi}{6}$ est $\frac{\sqrt{3}}{3}$, soit environ 0,58. Selon la démarche proposée par cet élève, la valeur exacte de $\tan\frac{\pi}{12}$ serait $\frac{\sqrt{3}}{6}$, soit environ 0,29. Or, $\tan\frac{\pi}{12} \approx 0{,}27$. La stratégie proposée par cet élève n'est donc pas tout à fait exacte.

Activité 1 **Page 125**

a. **1)** La longueur de la poutre AE correspond au cosinus de l'angle CAE.
2) La longueur de la poutre CE correspond au sinus de l'angle CAE.

b. $(\text{m }\overline{AE})^2 + (\text{m }\overline{CE})^2 = (\text{m }\overline{AC})^2$
$(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2 = 1$

c. **1)** Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
2) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
3) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
4) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

d. La longueur de la poutre CD correspond à la tangente de l'angle CAE.

Activité 1 (*suite*)

e. **1)** $\dfrac{m\ \overline{BC}}{\mathbf{1}} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{\tan\theta}}$ **2)** $m\ \overline{BC} = \dfrac{1}{\tan\theta}$ **3)** Ce sont des inverses multiplicatifs.

f. **1)** $\dfrac{m\ \overline{AD}}{\mathbf{1}} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{\cos\theta}}$ **2)** $m\ \overline{AD} = \dfrac{1}{\cos\theta}$ **3)** Ce sont des inverses multiplicatifs.

g. $(m\ \overline{AC})^2 + (m\ \overline{CD})^2 = (m\ \overline{AD})^2$

$1 + (\tan\theta)^2 = \left(\dfrac{1}{\cos\theta}\right)^2$ ou $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$.

h. **1)** $\dfrac{\mathbf{\sin\theta}}{\mathbf{1}} = \dfrac{\mathbf{1}}{m\ \overline{AB}}$ **2)** $m\ \overline{AB} = \dfrac{1}{\sin\theta}$ **3)** Ce sont des inverses multiplicatifs.

i. $(m\ \overline{AC})^2 + (m\ \overline{BC})^2 = (m\ \overline{AB})^2$

$1 + \left(\dfrac{1}{\tan\theta}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{\sin\theta}\right)^2$ ou $1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$.

Activité 2

a. **1)** **i)** L'égalité est fausse, car $\sin\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{3}\right) \approx 0{,}96$ et $\sin\dfrac{\pi}{4} + \sin\dfrac{\pi}{3} \approx 1{,}57$.

ii) L'égalité est fausse, car $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \pi\right) = 0$ et $\cos\dfrac{\pi}{2} - \cos\pi = {}^-1$.

iii) L'égalité est fausse, car $\tan\left(\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\right)$ est non définie et $\tan\dfrac{\pi}{6} + \tan\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

iv) L'égalité est fausse, car $\sin\left(\pi - \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\pi - \sin\dfrac{\pi}{3} = {}^-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

2) Les fonctions trigonométriques sinus, cosinus et tangente ne sont pas distributives sur l'addition ni sur la soustraction.

b. 1 : Les côtés CD et EF sont parallèles, car ils sont tous les deux perpendiculaires au côté AD.
$\angle$ ACD $\cong$ $\angle$ AFE, car si un segment coupe deux segments parallèles, alors les angles correspondants sont isométriques.
$\angle$ AFE $\cong$ $\angle$ BFC, car deux angles opposés par le sommet sont isométriques.
$\angle$ ACD $\cong$ $\angle$ BFC, par la transitivité des deux expressions précédentes.

2 : $\angle$ CAD $\cong$ $\angle$ CBF, car les deux angles sont respectivement complémentaires aux angles AFE et BFC, tous deux isométriques, car opposés par le sommet.

3 : $\angle$ ADC $\cong$ $\angle$ BGC, car les deux angles sont des angles droits.

4 : Δ ACD $\sim$ Δ BCG, car deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

c. On peut passer :
- de l'étape 1 à l'étape 2, car $m\ \overline{BE} = m\ \overline{GE} + m\ \overline{BG}$ et $m\ \overline{GE} = m\ \overline{CD}$;
- de l'étape 2 à l'étape 3, par l'addition de deux fractions;
- de l'étape 3 à l'étape 4, en multipliant les expressions $\dfrac{m\ \overline{CD}}{m\ \overline{AB}}$ et $\dfrac{m\ \overline{BG}}{m\ \overline{AB}}$ par des fractions-unités;
- de l'étape 4 à l'étape 5, par la commutativité de la multiplication;
- de l'étape 5 à l'étape 6, puisque $\sin CAD = \dfrac{m\ \overline{CD}}{m\ \overline{AC}}$, $\cos BAC = \dfrac{m\ \overline{AC}}{m\ \overline{AB}}$, $\cos CBG = \dfrac{m\ \overline{BG}}{m\ \overline{BC}}$ et $\sin BAC = \dfrac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{AB}}$;
- de l'étape 6 à l'étape 7, puisque Δ ACD $\sim$ Δ BCG par la condition minimale de similitude AA, $\angle$ CBG $\cong$ $\angle$ CAD.

Activité 2 (*suite*)

d. On peut passer :
- de l'étape 1 à l'étape 2, car $m\ \overline{AE} = m\ \overline{AD} - m\ \overline{DE}$ et $m\ \overline{DE} = m\ \overline{CG}$;
- de l'étape 2 à l'étape 3, par la soustraction de deux fractions;
- de l'étape 3 à l'étape 4, en multipliant les expressions $\dfrac{m\ \overline{AD}}{m\ \overline{AB}}$ et $\dfrac{m\ \overline{CG}}{m\ \overline{AB}}$ par des fractions-unités;
- de l'étape 4 à l'étape 5, par la commutativité de la multiplication;
- de l'étape 5 à l'étape 6, car $\cos CAD = \dfrac{m\ \overline{AD}}{m\ \overline{AC}}$, $\cos BAC = \dfrac{m\ \overline{AC}}{m\ \overline{AB}}$, $\sin CBG = \dfrac{m\ \overline{CG}}{m\ \overline{BC}}$ et $\sin BAC = \dfrac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{AB}}$;
- de l'étape 6 à l'étape 7, puisque Δ ACD $\sim$ Δ BCG par la condition minimale de similitude AA, $\angle$ CBG $\cong$ $\angle$ CAD.

e. 1) $\tan(a+b) = \dfrac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)}$

$= \dfrac{\sin a\cos b + \sin b\cos a}{\cos a\cos b - \sin a\sin b}$

$= \dfrac{\frac{\sin a\cos b + \sin b\cos a}{\cos a\cos b}}{\frac{\cos a\cos b - \sin a\sin b}{\cos a\cos b}}$

$= \dfrac{\frac{\sin a\cos b}{\cos a\cos b} + \frac{\sin b\cos a}{\cos a\cos b}}{\frac{\cos a\cos b}{\cos a\cos b} - \frac{\sin a\sin b}{\cos a\cos b}}$

$= \dfrac{\frac{\sin a}{\cos a} + \frac{\sin b}{\cos b}}{1 - \frac{\sin a}{\cos a} \times \frac{\sin b}{\cos b}}$

$= \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a\tan b}$

2) $\tan(a-b) = \dfrac{\sin(a-b)}{\cos(a-b)}$

$= \dfrac{\sin a\cos b - \sin b\cos a}{\cos a\cos b + \sin a\sin b}$

$= \dfrac{\frac{\sin a\cos b - \sin b\cos a}{\cos a\cos b}}{\frac{\cos a\cos b + \sin a\sin b}{\cos a\cos b}}$

$= \dfrac{\frac{\sin a\cos b}{\cos a\cos b} - \frac{\sin b\cos a}{\cos a\cos b}}{\frac{\cos a\cos b}{\cos a\cos b} + \frac{\sin a\sin b}{\cos a\cos b}}$

$= \dfrac{\frac{\sin a}{\cos a} - \frac{\sin b}{\cos b}}{1 + \frac{\sin a}{\cos a} \times \frac{\sin b}{\cos b}}$

$= \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a\tan b}$

Mise au point 5.4

Page 131

1. a) $\cos^2 x$ **b)** $\sin^2 x$ **c)** $\cos^2 x$ **d)** 1
e) 1 **f)** $\tan^2 x$ **g)** $\cot x$ **h)** $\tan^2 x$

2. a) $\frac{3\sqrt{7}}{8}$ **b)** $3\sqrt{7}$ **c)** 8 **d)** $\frac{8\sqrt{7}}{21}$

3. a) $\frac{3\sqrt{159}}{40}$ **b)** $\frac{40\sqrt{159}}{477}$ **c)** $-\frac{40}{13}$ **d)** $-\frac{3\sqrt{159}}{13}$

4. a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **b)** $-\frac{1}{3}$ **c)** $-2\sqrt{2}$ **d)** $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

5. a) $-\frac{3}{5}$ **b)** $-\frac{4}{5}$ **c)** $-\frac{5}{3}$ **d)** $\frac{4}{3}$

6. a) $\frac{3}{5}$ **b)** $-\frac{3}{4}$ **c)** $-\frac{5}{4}$ **d)** $-\frac{4}{3}$

7. a) $\left\{-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right\}$

b) $\left\{-\frac{8\pi}{3}, -2\pi, -\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi, \frac{8\pi}{3}\right\}$

c) $\left\{-3\pi, -\frac{8\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}, -\pi, -\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi\right\}$

d) $\left\{-\frac{17\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}\right\}$

e) Aucune solution.

f) $\left\{-\frac{5\pi}{2}, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}\right\}$

Mise au point 5.4 (*suite*)

Page 132

8. a) 1 **b)** $\sin^2 x$ **c)** $\text{cosec}^2 x$ **d)** $\sin^2 x$ **e)** $\sec x$ **f)** 1

9.
$$\frac{\cos^2 x - \cos^4 x}{\sin^2 x - \sin^4 x} = 1$$
$$\frac{\cos^2 x(1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x(1 - \sin^2 x)} = 1$$
$$\frac{\cos^2 x \times \sin^2 x}{\sin^2 x \times \cos^2 x} = 1$$
$$1 = 1$$

10. a) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ **b)** $\sqrt{3} - 2$ **c)** $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ **d)** $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ **e)** $2 - \sqrt{3}$ **f)** $\sqrt{2} - \sqrt{6}$

11. a)
$$\sin^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$$
$$1 - \cos^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$$
$$1 - \cos^2 x \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$$
$$1 - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \sin^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$$
$$1 - \cot^2 x \sin^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$$

b)
$$\sin x \cot x = \cos x$$
$$\sin x \frac{\cos x}{\sin x} = \cos x$$
$$\frac{\sin x}{\sin x} \cos x = \cos x$$
$$\cos x = \cos x$$

c)

$$\frac{\cot x - \tan x}{\cot x + \tan x} = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x}} = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x}} = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} \times \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1} = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$$

$$2\cos^2 x - 1 = 2\cos^2 x - 1$$

d)

$$\tan x(\sin x + \cot x \cos x) = \sec x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x}\left(\sin x + \frac{\cos x}{\sin x}\cos x\right) = \sec x$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos x} + \cos x = \sec x$$

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x} = \sec x$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$\sec x = \sec x$$

e)

$$(1 - \sin^2 x)(1 + \cot^2 x) = \cot^2 x$$

$$\cos^2 x \operatorname{cosec}^2 x = \cot^2 x$$

$$\cos^2 x \frac{1}{\sin^2 x} = \cot^2 x$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cot^2 x$$

$$\cot^2 x = \cot^2 x$$

f)

$$\sin^2 x \cot^2 x \sec x = \cos x$$

$$\sin^2 x \times \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \times \frac{1}{\cos x} = \cos x$$

$$\cos x = \cos x$$

g)

$$\cos x \sqrt{\sec^2 x - 1} = \sin x$$

$$\cos x \sqrt{\tan^2 x} = \sin x$$

$$\cos x \tan x = \sin x$$

$$\cos x \frac{\sin x}{\cos x} = \sin x$$

$$\sin x = \sin x$$

h)

$$\tan^2 x + \cos^2 x - 1 = \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\tan^2 x + \cos^2 x - (\cos^2 x + \sin^2 x) = \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\tan^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\sin^2 x\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\sin^2 x(\sec^2 x - 1) = \sin^2 x \tan^2 x$$

$$\sin^2 x \tan^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$$

12. a) $^-\sin x$ **b)** $\cos x$ **c)** $\sin x$ **d)** $\cos x$ **e)** $\sin x$
f) $^-\cos x$ **g)** $^-\tan x$ **h)** $\frac{1}{\tan x}$ **i)** $^-\tan x$

Mise au point 5.4 (*suite*) **Page 133**

13. Démonstration 1

- de l'étape ① à l'étape ②, puisque $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$;
- de l'étape ② à l'étape ③, puisque $^-\sin^2 a - \sin^2 a = {}^-2\sin^2 a$;
- de l'étape ③ à l'étape ④, en additionnant $2\sin^2 a$ et en soustrayant $\cos 2a$ de part et d'autre de l'équation ;
- de l'étape ④ à l'étape ⑤, en divisant les deux membres de l'équation par 2 ;
- de l'étape ⑤ à l'étape ⑥, en effectuant une racine carrée de part et d'autre de l'équation ;
- de l'étape ⑥ à l'étape ⑦, en attribuant la valeur $\frac{b}{2}$ à la variable a ;
- de l'étape ⑦ à l'étape ⑧, puisque $2\left(\frac{b}{2}\right) = b$.

Démonstration 2

- de l'étape ① à l'étape ② puisque $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$;
- de l'étape ② à l'étape ③, puisque $\cos^2 a - 1 + \cos^2 a = 2\cos^2 a - 1$;
- de l'étape ③ à l'étape ④, en additionnant 1 aux deux membres de l'équation et en intervertissant les deux membres ;
- de l'étape ④ à l'étape ⑤, en divisant les deux membres de l'équation par 2 ;

- de l'étape ⑤ à l'étape ⑥, en effectuant une racine carrée de part et d'autre de l'équation ;
- de l'étape ⑥ à l'étape ⑦, en attribuant la valeur $\frac{b}{2}$ à la variable a ;
- de l'étape ⑦ à l'étape ⑧, puisque $2\left(\frac{b}{2}\right) = b$.

14. a)

$$\begin{aligned}
(\operatorname{cosec} x - \cot x)^2 &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\\
\operatorname{cosec}^2 x - 2\operatorname{cosec} x \cot x + \cot^2 x &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\\
\frac{1}{\sin^2 x} - 2\frac{1}{\sin x} \times \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\\
\frac{1 - 2\cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x} &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\\
\frac{\cos^2 x - 2\cos x + 1}{1 - \cos^2 x} &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\\
\frac{(1 - \cos x)^2}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\\
\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
\frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} &= 1\\
\frac{\frac{1}{\cos x}}{\cos x} - \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} &= 1\\
\frac{1}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} &= 1\\
\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} &= 1\\
\sec^2 x - \tan^2 x &= 1\\
1 &= 1
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
\frac{1 + \tan^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} &= \tan^2 x\\
\frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} &= \tan^2 x\\
\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} &= \tan^2 x\\
\frac{1}{\cos^2 x} \times \sin^2 x &= \tan^2 x\\
\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} &= \tan^2 x\\
\tan^2 x &= \tan^2 x
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
\frac{(2\sin x \cos x - 1)(2\sin x \cos x + 1)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)} &= 4\sin^2 x - \sec^2 x\\
\frac{4\sin^2 x \cos^2 x - 1}{1 - \sin^2 x} &= 4\sin^2 x - \sec^2 x\\
\frac{4\sin^2 x \cos^2 x - 1}{\cos^2 x} &= 4\sin^2 x - \sec^2 x\\
\frac{4\sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} &= 4\sin^2 x - \sec^2 x\\
4\sin^2 x - \sec^2 x &= 4\sin^2 x - \sec^2 x
\end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}
\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} &= 1 + \cos x\\
\frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} &= 1 + \cos x\\
\frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x)}{1 - \cos x} &= 1 + \cos x\\
1 + \cos x &= 1 + \cos x
\end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned}
\sec^2 x\,(1 - \sin^2 x \cos^2 x - \cos^4 x) &= \tan^2 x\\
\sec^2 x - \sec^2 x \sin^2 x \cos^2 x - \sec^2 x \cos^4 x &= \tan^2 x\\
\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\sin^2 x \cos^2 x - \frac{1}{\cos^2 x}\cos^4 x &= \tan^2 x\\
\frac{1}{\cos^2 x} - \sin^2 x - \cos^2 x &= \tan^2 x\\
\sec^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x) &= \tan^2 x\\
\sec^2 x - 1 &= \tan^2 x\\
\tan^2 x &= \tan^2 x
\end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned}
\tan^2 x - \sin^2 x &= \sin^2 x \tan^2 x\\
\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x &= \sin^2 x \tan^2 x\\
\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} &= \sin^2 x \tan^2 x\\
\frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} &= \sin^2 x \tan^2 x\\
\frac{\sin^2 x\,(1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x} &= \sin^2 x \tan^2 x\\
\frac{\sin^2 x \sin^2 x}{\cos^2 x} &= \sin^2 x \tan^2 x\\
\sin^2 x \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} &= \sin^2 x \tan^2 x\\
\sin^2 x \tan^2 x &= \sin^2 x \tan^2 x
\end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned}
\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x &= \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}\\
\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} &= \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}\\
\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} &= \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}\\
\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} &= \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}\\
\frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x} &= \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}
\end{aligned}$$

15. a)
$$\begin{aligned}\sin 3x &= \sin(x + 2x)\\ &= \sin x\cos 2x + \cos x\sin 2x\\ &= \sin x\cos(x + x) + \cos x\sin(x + x)\\ &= \sin x(\cos x\cos x - \sin x\sin x) + \cos x(\sin x\cos x + \sin x\cos x)\\ &= \sin x(\cos^2 x - \sin^2 x) + 2\cos x\sin x\cos x\\ &= \sin x(1 - \sin^2 x - \sin^2 x) + 2\sin x\cos^2 x\\ &= \sin x(1 - 2\sin^2 x) + 2\sin x(1 - \sin^2 x)\\ &= \sin x - 2\sin^3 x + 2\sin x - 2\sin^3 x\\ &= 3\sin x - 4\sin^3 x\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}\sin 4x &= \sin(2x + 2x)\\ &= \sin 2x\cos 2x + \sin 2x\cos 2x\\ &= 2\sin 2x\cos 2x\\ &= 2\sin(x + x)\cos(x + x)\\ &= 2(\sin x\cos x + \sin x\cos x)(\cos x\cos x - \sin x\sin x)\\ &= 2(2\sin x\cos x)(\cos^2 x - \sin^2 x)\\ &= 4\sin x\cos x(\cos^2 x - \sin^2 x)\\ &= 4\sin x\cos^3 x - 4\sin^3 x\cos x\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}\sin 6x &= \sin(3x + 3x)\\ &= \sin 3x\cos 3x + \sin 3x\cos 3x\\ &= 2\sin 3x\cos 3x\end{aligned}$$

16. a) $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ **b)** $\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}{2}$ **c)** $-1 - \sqrt{2}$ **d)** $\sqrt{2} - 1$

e) $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2}$ **f)** $2 - \sqrt{3}$ **g)** $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2}$ **h)** $-\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$

i) $-\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ **j)** $-\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$ **k)** $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2 + \sqrt{2 - \sqrt{3}}}}$ **l)** $-\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$

17. a)
$$\begin{aligned}\cos(1000\pi - x) &= \cos x\\ \cos 1000\pi\cos x + \sin 1000\pi\sin x &= \cos x\\ 1\cos x + 0\sin x &= \cos x\\ \cos x &= \cos x\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}\tan(x + 51\pi) &= \tan x\\ \frac{\tan x + \tan 51\pi}{1 - \tan x\tan 51\pi} &= \tan x\\ \frac{\tan x + 0}{1 - \tan x \times 0} &= \tan x\\ \tan x &= \tan x\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) &= \cos x\\ \sin\frac{\pi}{2}\cos x + \sin x\cos\frac{\pi}{2} &= \cos x\\ 1\cos x + \sin x \times 0 &= \cos x\\ \cos x &= \cos x\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}\tan(211\pi - x) &= -\tan x\\ \frac{\tan 211\pi - \tan x}{1 + \tan 211\pi\tan x} &= -\tan x\\ \frac{0 - \tan x}{1 + 0} &= -\tan x\\ -\tan x &= -\tan x\end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) &= \sin x\\ \cos\frac{3\pi}{2}\cos x - \sin\frac{3\pi}{2}\sin x &= \sin x\\ 0\cos x - {-1}\sin x &= \sin x\\ \sin x &= \sin x\end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned}\sin(x - 101\pi) &= -\sin x\\ \sin x\cos 101\pi - \sin 101\pi\cos x &= -\sin x\\ -1\sin x - 0\cos x &= -\sin x\\ -\sin x &= -\sin x\end{aligned}$$

18. a)
$$\frac{\cot x}{\operatorname{cosec} x - \sin x} = \sec x$$
$$\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin x} - \sin x} = \sec x$$
$$\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin x} - \frac{\sin^2 x}{\sin x}} = \sec x$$
$$\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x}} = \sec x$$
$$\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\cos^2 x}{\sin x}} = \sec x$$
$$\frac{\cos x}{\sin x} \times \frac{\sin x}{\cos^2 x} = \sec x$$
$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$
$$\sec x = \sec x$$

b)
$$\frac{\cos^2 x}{1 - \cos^2 x} + \sin^2 x + \cos^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$$
$$\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \sin^2 x + \cos^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$$
$$\cot^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$$
$$\cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$$
$$\operatorname{cosec}^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$$

c)
$$\frac{\sin x \sec x}{\operatorname{cosec} x \sqrt{1 - \sin^2 x}} = \tan^2 x$$
$$\frac{\sin x \sec x}{\operatorname{cosec} x \sqrt{\cos^2 x}} = \tan^2 x$$
$$\frac{\sin x \sec x}{\operatorname{cosec} x \cos x} = \tan^2 x$$
$$\frac{\sin x \frac{1}{\cos x}}{\frac{1}{\sin x} \cos x} = \tan^2 x$$
$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \tan^2 x$$
$$\frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} = \tan^2 x$$
$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$$
$$\tan^2 x = \tan^2 x$$

d)
$$\cos^2 x \tan^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\cos^2 x \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \cos^2 x = 1$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$1 = 1$$

e)
$$\frac{\cos^2 x \tan x}{\cot x} = \sin^2 x$$
$$\frac{\cos^2 x \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \sin^2 x$$
$$\cos^2 x \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} = \sin^2 x$$
$$\sin^2 x = \sin^2 x$$

f)
$$\sin^2 x \cot^2 x + \sin^2 x = 1$$
$$\sin^2 x \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \sin^2 x = 1$$
$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$
$$1 = 1$$

g)
$$\frac{\sin x}{\sec x} \operatorname{cosec} x = \cos x$$
$$\frac{\sin x}{\sec x} \frac{1}{\sin x} = \cos x$$
$$\frac{1}{\sec x} = \cos x$$
$$\frac{1}{\frac{1}{\cos x}} = \cos x$$
$$\cos x = \cos x$$

h)
$$(1 - \cos^2 x)\cot^2 x = \cos^2 x$$
$$\sin^2 x \cot^2 x = \cos^2 x$$
$$\sin^2 x \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cos^2 x$$
$$\cos^2 x = \cos^2 x$$

19. On a : $\sin a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin b = \frac{3}{5}$.

a) $\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

$\tan(a - b) = \frac{-\sqrt{3} - \frac{3}{4}}{1 + -\sqrt{3} \times \frac{3}{4}}$

$\tan(a - b) = \frac{48 + 25\sqrt{3}}{11}$

b) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\sin(a + b) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0{,}8 + 0{,}6 \times -\frac{1}{2}$

$\sin(a + b) = \frac{2\sqrt{3}}{5} + -\frac{3}{10}$

$\sin(a + b) = \frac{-3 + 4\sqrt{3}}{10}$

c) $\cos(b - a) = \cos b \cos a + \sin b \sin a$

$\cos(b - a) = 0{,}8 \times -\frac{1}{2} + 0{,}6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(b - a) = -\frac{2}{5} + \frac{3\sqrt{3}}{10}$

$\cos(b - a) = \frac{-4 + 3\sqrt{3}}{10}$

d) $\tan 2a = \tan(a + a)$

$\tan 2a = \frac{\tan a + \tan a}{1 - \tan a \tan a}$

$\tan 2a = \frac{-\sqrt{3} + -\sqrt{3}}{1 - (-\sqrt{3})(-\sqrt{3})}$

$\tan 2a = \frac{-2\sqrt{3}}{-2}$

$\tan 2a = \sqrt{3}$

20. L'altitude (en km) de la fusée correspond à la tangente de l'angle d'élévation. Pour montrer que l'affirmation « Lorsque la mesure de l'angle d'élévation O double, la tangente de cet angle double. » est fausse, il suffit de trouver un contre-exemple.
Soit un angle d'élévation de $\frac{\pi}{6}$ rad. La tangente de $\frac{\pi}{6}$ est $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Le double de $\frac{\pi}{6}$ rad est $\frac{\pi}{3}$ rad. La tangente de $\frac{\pi}{3}$ est $\sqrt{3}$.
Puisque $\sqrt{3}$ n'est pas le double de $\frac{\sqrt{3}}{3}$, nous pouvons confirmer que l'affirmation est fausse.

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 5

Chronique du passé

Page 137

1. a) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ **b)** $\frac{3}{2}$ **c)** $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

2. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos\frac{\pi}{2}\cos a + \sin\frac{\pi}{2}\sin a$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = 0 \times \cos a + 1 \times \sin a$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$

3. a) $\approx \frac{1}{2}$ **b)** $\approx \frac{12}{17}$ **c)** $\approx \frac{32}{37}$

4. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin^2 x = \cos^2 x - \cos 2x$

$\sin^2 x = (1 - \sin^2 x) - \cos 2x$

$2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

Le monde du travail

Page 139

1.

Indice de réfraction du milieu 1 (n_1)	Indice de réfraction du milieu 2 (n_2)	Mesure de l'angle d'incidence (rad)	Mesure de l'angle de réfraction (rad)
1,46	1,001	$\frac{\pi}{18}$	**≈ 0,2561**
2,01	1,02	**≈ 0,1317**	$\frac{\pi}{12}$
3,26	**≈ 2,54**	$\frac{\pi}{18}$	$\frac{\pi}{14}$
≈ 1,33	1	$\frac{\pi}{24}$	$\frac{\pi}{18}$

2. a) Le phénomène de réflexion totale se produit lorsque l'angle de réfraction est obtus. L'angle critique est donc l'angle d'incidence qui engendre un angle de réfraction de $\frac{\pi}{2}$ rad. Ainsi, lorsque l'angle critique est atteint, on a :

$$n_1 \times \sin\theta_1 = n_2 \times \sin\frac{\pi}{2}.$$
$$n_1 \times \sin\theta_1 = n_2 \times 1$$
$$\sin\theta_1 = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\theta_1 = \text{arc}\sin\frac{n_2}{n_1}$$

b) Le domaine de la fonction arc sinus est limité à l'intervalle [−1, 1].
Puisque les angles d'incidence et de réfraction varient de 0 à $\frac{\pi}{2}$ rad, le domaine de la fonction arc sinus devient [0, 1].
Pour que $\frac{n_2}{n_1}$ soit compris dans cet intervalle, il faut nécessairement que $0 < \frac{n_2}{n_1} < 1$.
En résolvant cette inéquation, on obtient $n_1 > n_2$.

3. a) ≈ 0,75 rad **b)** ≈ 0,68 rad **c)** ≈ 0,67 rad **d)** ≈ 0,43 rad

Vue d'ensemble

Page 140

1. a) $30° = \frac{\pi}{6}$ rad **b)** $\frac{35\pi}{18}$ rad $= \mathbf{350°}$ **c)** $75° = \frac{5\pi}{12}$ rad
d) $27° = \frac{3\pi}{20}$ rad **e)** $-\frac{5\pi}{8}$ rad $= \mathbf{-112{,}5°}$ **f)** $270° = \frac{3\pi}{2}$ rad
g) $-36° = -\frac{\pi}{5}$ rad **h)** $\frac{8\pi}{5}$ rad $= \mathbf{288°}$ **i)** $-78° = -\frac{13\pi}{30}$ rad

2. a) 1er quadrant. **b)** 3e quadrant. **c)** 2e quadrant. **d)** 1er quadrant.
e) 4e quadrant. **f)** 4e quadrant. **g)** 1er quadrant. **h)** 2e quadrant.

3. a) 1) Domaine : $\mathbb{R}$ **2)** Codomaine : [1, 7] **3)** Période : 10
b) 1) Domaine : $\mathbb{R}$, sauf $\frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$. **2)** Codomaine : $\mathbb{R}$ **3)** Période : π
c) 1) Domaine : $\mathbb{R}$ **2)** Codomaine : [−7, −3] **3)** Période : $\frac{2\pi}{3}$
d) 1) Domaine : $\mathbb{R}$ **2)** Codomaine : [17, 19] **3)** Période : 4
e) 1) Domaine : $\mathbb{R}$ **2)** Codomaine : [−6, 8] **3)** Période : π
f) 1) Domaine : $\mathbb{R}$, sauf $\frac{11}{6} + \frac{n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$. **2)** Codomaine : $\mathbb{R}$ **3)** Période : $\frac{1}{3}$

4. a)
$$\frac{(\sin x \cot x)^2}{1 + \sin x} = 1 - \sin x$$
$$\frac{\sin^2 x \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}{1 + \sin x} = 1 - \sin x$$
$$\frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = 1 - \sin x$$
$$\frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} = 1 - \sin x$$
$$\frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 + \sin x} = 1 - \sin x$$
$$1 - \sin x = 1 - \sin x$$

b)
$$1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$
$$1 - \sin^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$
$$\cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$
$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$$
$$\cos^2 x - 1 + \cos^2 x = 2\cos^2 x - 1$$
$$2\cos^2 x - 1 = 2\cos^2 x - 1$$

c)
$$\tan x + \cot x = \sec x \operatorname{cosec} x$$
$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \sec x \operatorname{cosec} x$$
$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x} = \sec x \operatorname{cosec} x$$
$$\frac{1}{\cos x \sin x} = \sec x \operatorname{cosec} x$$
$$\frac{1}{\cos x} \times \frac{1}{\sin x} = \sec x \operatorname{cosec} x$$
$$\sec x \operatorname{cosec} x = \sec x \operatorname{cosec} x$$

d)
$$(\tan x - \cot x)\sin x \cos x = \sin^2 x - \cos^2 x$$
$$\left(\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}\right)\sin x \cos x = \sin^2 x - \cos^2 x$$
$$\left(\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos x \sin x}\right)\sin x \cos x = \sin^2 x - \cos^2 x$$
$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

e) $$\begin{aligned}
\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} &= \frac{\tan x}{1 + \tan x}\\
\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \times \frac{\sec x}{\sec x} &= \frac{\tan x}{1 + \tan x}\\
\frac{\sin x \sec x}{(\sin x + \cos x)\sec x} &= \frac{\tan x}{1 + \tan x}\\
\frac{\sin x \frac{1}{\cos x}}{(\sin x + \cos x)\frac{1}{\cos x}} &= \frac{\tan x}{1 + \tan x}\\
\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}} &= \frac{\tan x}{1 + \tan x}\\
\frac{\tan x}{1 + \tan x} &= \frac{\tan x}{1 + \tan x}
\end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned}
\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x} &= 2\sec x\\
\frac{\cos x(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} + \frac{\cos x(1 + \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} &= 2\sec x\\
\frac{\cos x - \sin x \cos x + \cos x + \sin x \cos x}{1 - \sin^2 x} &= 2\sec x\\
\frac{\cos x + \cos x}{\cos^2 x} &= 2\sec x\\
\frac{2\cos x}{\cos^2 x} &= 2\sec x\\
2\frac{1}{\cos x} &= 2\sec x\\
2\sec x &= 2\sec x
\end{aligned}$$

g) $$\begin{aligned}
(1 + \tan x)^2 + (1 - \tan x)^2 &= 2\sec^2 x\\
1 + 2\tan x + \tan^2 x + 1 - 2\tan x + \tan^2 x &= 2\sec^2 x\\
1 + \tan^2 x + 1 + \tan^2 x &= 2\sec^2 x\\
\sec^2 x + \sec^2 x &= 2\sec^2 x\\
2\sec^2 x &= 2\sec^2 x
\end{aligned}$$

h) $$\begin{aligned}
\frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1 + \cot^2 x}{\cot^2 x} &= \sin^2 x \sec^2 x\\
\frac{\tan^2 x}{\sec^2 x} \times \frac{\operatorname{cosec}^2 x}{\cot^2 x} &= \sin^2 x \sec^2 x\\
\frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} \times \frac{\frac{1}{\sin^2 x}}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} &= \sin^2 x \sec^2 x\\
\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \cos^2 x \times \frac{1}{\sin^2 x} \times \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} &= \sin^2 x \sec^2 x\\
\sin^2 x \frac{1}{\cos^2 x} &= \sin^2 x \sec^2 x\\
\sin^2 x \sec^2 x &= \sin^2 x \sec^2 x
\end{aligned}$$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 141

5. a) $x = \frac{10}{3} + 4n$ et $x = \frac{14}{3} + 4n$, $n \in \mathbb{Z}$.

b) $x = 2 + 16n$ et $x = 10 + 16n$, $n \in \mathbb{Z}$.

c) $x = 6n$, $n \in \mathbb{Z}$

d) $x = \frac{2}{9} + \frac{2}{3}n$ et $x = \frac{4}{9} + \frac{2}{3}n$, $n \in \mathbb{Z}$.

e) $x = \frac{\pi + 4}{4} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

f) $x = \frac{5\pi}{16} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

6. a) $f(x) = {}^{-}\sin x$ ou $f(x) = \cos \pi\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

b) $f(x) = {}^{-}3\cos x$ ou $f(x) = 3\cos(x + \pi)$.

c) $f(x) = 2\sin 3x + 1$ ou $f(x) = 2\cos 3\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$.

d) $f(x) = \sin \pi x - 1$ ou $f(x) = \cos \pi\left(x - \frac{1}{2}\right) - 1$.

e) $f(x) = \sin x$ ou $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

f) $f(x) = {}^{-}10\sin x - 20$ ou $f(x) = 10\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 20$.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 142

7. a) Aucune solution.

b) $\left\{-\frac{25\pi}{9}, -\frac{23\pi}{9}, -\frac{19\pi}{9}, -\frac{17\pi}{9}, -\frac{13\pi}{9}, -\frac{11\pi}{9}, -\frac{5\pi}{9}, -\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}, \frac{17\pi}{9}, \frac{19\pi}{9}, \frac{23\pi}{9}, \frac{25\pi}{9}\right\}$

c) $-\frac{5\pi}{4}$

d) Aucune solution.

e) $\left\{-\frac{71\pi}{24}, -\frac{67\pi}{24}, -\frac{47\pi}{24}, -\frac{43\pi}{24}, -\frac{23\pi}{24}, -\frac{19\pi}{24}, \frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}, \frac{25\pi}{24}, \frac{29\pi}{24}, \frac{49\pi}{24}, \frac{53\pi}{24}\right\}$

f) $\left\{-\frac{11\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}, -\frac{7\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{11\pi}{4}\right\}$

8. a) $\ldots \cup \left]-\frac{35\pi}{4}, -\frac{25\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{45\pi}{4}, \frac{55\pi}{4}\right[\cup \ldots$

b) Aucune solution.

c) $\ldots \cup\ ]{}^{-}1, 0[\ \cup\ ]3, 4[\ \cup\ ]7, 8[\ \cup \ldots$

d) $\ldots \cup \left[-\frac{7\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{9\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}\right] \cup \ldots$

e) Aucune solution.

f) $\ldots \cup \left[\frac{\pi}{3}, 0\right[\cup \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right[\cup \left[\frac{4\pi}{3}, \pi\right[\cup \ldots$

9. a) $\frac{5}{13}$ **b)** $\frac{13}{12}$ **c)** $\frac{5}{12}$ **d)** $\frac{13}{5}$ **e)** $\frac{12}{5}$

10. a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) -2

11. a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) 1 d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{\pi}{2} + n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$. f) $-\frac{\pi}{4}$

12. Le temps que prend cette roue pour faire un tour complet correspond à la période de la fonction dont la règle est $h = 14\sin 15(t - 15) + 18$, donc $\frac{2\pi}{15}$ s, soit environ 0,42 s.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 143

13. a) $f(x) = 2\tan\frac{1}{2}x - 2$ b) $f(x) = -\frac{1}{2}\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}$ c) $f(x) = \frac{1}{2}\tan\pi x + 0{,}5$

d) $f(x) = -2\tan\frac{\pi}{2}x$ e) $f(x) = 4\tan\frac{\pi}{2}x$ f) $f(x) = \tan\frac{1}{2}(x + \pi) + 2$

14. a) $x \in \left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$ b) $x \in \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}\right\}$ c) $x \in \left\{\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}\right\}$

d) $x \in \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$ e) $x = \frac{3\pi}{2}$ f) $x \in \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 144

15. a) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ b) $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ c) $\frac{7}{3}$ d) $\frac{7\sqrt{10}}{20}$ e) $\frac{3\sqrt{10}}{20}$ f) $\frac{3}{4}$

g) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ h) $\frac{4}{3}$ i) $\frac{4\sqrt{7}}{7}$ j) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ k) $\frac{6\sqrt{10} + 3\sqrt{7}}{28}$ l) $\frac{9 + 2\sqrt{70}}{28}$

16. a) $f(x) \geq 0$ si $x \in \left[-2, -\frac{5}{3}\right] \cup \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{3}, 2\right]$;

$f(x) \leq 0$ si $x \in \left[-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right]$.

b) $f(x) \geq 0$ si $x \in \left[-\frac{23\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}\right]$;

$f(x) \leq 0$ si $x \in \left[-4\pi, -\frac{23\pi}{6}\right] \cup \left[-\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{17\pi}{6}, 4\pi\right]$.

c) $f(x) \geq 0$ si $x \in \left[-4\pi, -\frac{29\pi}{12}\right] \cup \left[-\frac{13\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{35\pi}{12}, 4\pi\right]$;

$f(x) \leq 0$ si $x \in \left[-\frac{29\pi}{12}, -\frac{13\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{19\pi}{12}, \frac{35\pi}{12}\right]$.

d) $f(x) \geq 0$ si $x \in \left[-\frac{7\pi}{4}, -\pi\right[\cup \left[-\frac{3\pi}{4}, 0\right[\cup \left[\frac{\pi}{4}, \pi\right[\cup \left[\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right[$;

$f(x) \leq 0$ si $x \in \left]-2\pi, -\frac{7\pi}{4}\right] \cup \left]-\pi, -\frac{3\pi}{4}\right] \cup \left]0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left]\pi, \frac{5\pi}{4}\right]$.

e) $f(x) \geq 0$ si $x \in \left]-3\pi, -\frac{5\pi}{2}\right] \cup \left]-\pi, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right] \cup \left]3\pi, \frac{7\pi}{2}\right]$;

$f(x) \leq 0$ si $x \in [-4\pi, -3\pi[\cup \left[-\frac{5\pi}{2}, -\pi\right[\cup \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right[\cup \left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right[\cup \left[\frac{7\pi}{2}, 4\pi\right]$.

f) $f(x) \geq 0$ si $x \in \left[-2, -\frac{11}{6}\right[\cup \left[-\frac{3}{2}, -\frac{7}{6}\right[\cup \left[-\frac{5}{6}, -\frac{1}{2}\right[\cup \left[-\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right[\cup \left[\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right[\cup \left[\frac{7}{6}, \frac{3}{2}\right[\cup \left[\frac{11}{6}, 2\right]$;

$f(x) \leq 0$ si $x \in \left]-\frac{11}{6}, -\frac{3}{2}\right] \cup \left]-\frac{7}{6}, -\frac{5}{6}\right] \cup \left]-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right] \cup \left]\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right] \cup \left]\frac{5}{6}, \frac{7}{6}\right] \cup \left]\frac{3}{2}, \frac{11}{6}\right]$.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 145

17. a) $x = n\pi$ et $x = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$ et $x = \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

b) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$

c) $x \approx 0{,}6749 + 2n\pi$ et $x \approx {}^{-}0{,}6749 + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

d) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$

e) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$

f) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$

g) $x = \frac{\pi}{3} + n\pi$ et $x = \frac{2\pi}{3} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

h) $x \approx 1{,}9979 + 2n\pi$ et $x \approx {}^{-}1{,}9979 + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

i) $x = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$ et $x = \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

18. Arc de cercle = 3450 km
Circonférence du cercle = $(2\pi \times 1520)$ km
La mesure de l'arc de cercle est de $\frac{345}{152}$ rad.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 146**

19. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $f(x) = 3\cos\pi(x - 1) + 1{,}5$ ou $f(x) = 3\sin\pi\left(x - \frac{1}{2}\right) + 1{,}5$.

b) 1) $\{1, 3, 5\}$ **2)** $\left\{\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{11}{3}, \frac{13}{3}, \frac{17}{3}\right\}$

20. Pendant la simulation, une explosion se produit aux moments suivants : 0,75 s, 2,75 s, 4,75 s, 6,75 s, 8,75 s, 10,75 s, 12,75 s et 14,75 s.

21. L'appareil est saturé sur les intervalles : $[0, \approx 0{,}01[$ s, $]\approx 0{,}08, 0{,}11[$ s, $]\approx 0{,}19, \approx 0{,}21[$ s, $]\approx 0{,}29, \approx 0{,}31[$ s, $]\approx 0{,}39, \approx 0{,}41[$ s, $]\approx 0{,}49, \approx 0{,}51[$ s, $]\approx 0{,}59, \approx 61[$ s, $]\approx 0{,}69, \approx 0{,}71[$ s, $]\approx 0{,}79, \approx 0{,}81[$ s, $]\approx 0{,}89, \approx 0{,}91[$ s et $]\approx 0{,}99, 1]$ s.

22. La longueur de la courroie est environ de 43,62 cm.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 147**

23. On cherche, pour $x \in [0, 2]$, le zéro de la fonction cosinus. On obtient $x = \frac{\pi}{2}$, soit $\approx 1{,}57$.
La longueur L de la lame est donc environ de 1,57 mm.
On doit résoudre $\tan x = \cos x$ si $x \in [0, 2]$.
On obtient : $x \approx 0{,}67$.
$y \approx \tan 0{,}67$
$y \approx 0{,}79$
La hauteur H de la lame est environ de 0,79 mm.

24. En considérant que l'axe des abscisses correspond à la surface de l'eau, il s'agit de trouver deux zéros consécutifs de la fonction $h = 250\cos\frac{\pi t}{15} + 125$ lorsque la courbe se trouve au-dessous de l'axe des abscisses.
$t = 20$ s et $t = 10$ s. Donc 20 s − 10 s = 10 s.
L'avion prend 10 s pour remplir ses réservoirs d'eau.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 148**

25. a) 1) $\approx 194{,}67$ m **2)** $\approx 187{,}04$ m

b) La formule générale est $P = \frac{v\cos\theta}{g}\left(v\sin\theta + \sqrt{(v\sin\theta)^2 + 2gy_0}\right)$.
En remplaçant y_0 par 0, on obtient : $P = \frac{v\cos\theta}{g}\left(v\sin\theta + \sqrt{(v\sin\theta)^2 + 2g \times 0}\right)$

En réduisant cette expression, on obtient :

$$P = \frac{v\cos\theta}{g}(v\sin\theta + \sqrt{(v\sin\theta)^2})$$
$$= \frac{v\cos\theta}{g}(v\sin\theta + v\sin\theta)$$
$$= \frac{v\cos\theta}{g}2v\sin\theta$$
$$= \frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

Puisque $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$, alors $P = \frac{v^2\sin 2\theta}{g}$.

c) À une vitesse d'environ 44,29 m/s.

d) On doit frapper cette balle selon un angle de projection d'environ 0,31 rad.

e) À une vitesse d'environ 98,43 m/s.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 149

26. a) 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$P = 30\cos\frac{\pi}{4}(x - 4) + 210$ ou $P = 30\sin\frac{\pi}{4}(x - 2) + 210$, où P représente la population de chevreuils et x, le temps écoulé depuis 2000 (en années).

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$P = 4\cos\frac{\pi}{4}(x - 5) + 20$ ou $P = 4\sin\frac{\pi}{4}(x - 3) + 20$, où P représente la population de coyotes et x, le temps écoulé depuis 2000 (en années).

b) 1) En 2021, la population de chevreuils sera d'environ 231 bêtes.

2) En 2027, la population de coyotes sera de 20 bêtes.

c) 1) Du 1er septembre 2010 au 30 avril 2013, du 1er septembre 2018 au 30 avril 2021 et du 1er septembre 2026 au 30 avril 2029.

2) Puisque 24 est le nombre maximal de coyotes, la population de coyotes est toujours inférieure ou égale à 24 bêtes.

Banque de problèmes

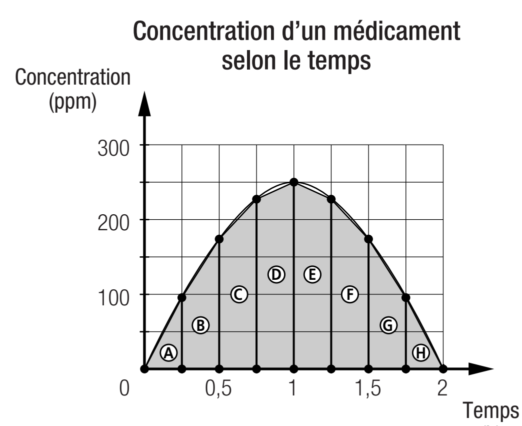
Page 150

1. La mesure du segment AC correspond à la tangente de l'angle ABC.
Si l'angle ABC mesure $\frac{\pi}{12}$ rad, m $\overline{AC} = \tan\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$, soit environ 0,2679.
Si la mesure de l'angle ABC double, celle-ci sera de $\frac{\pi}{6}$ rad. Dans ce cas, m $\overline{AC} = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, soit environ 0,5774.
Dans ce cas particulier, lorsque la mesure de l'angle AC double, la mesure du segment AC ne double pas. La tangente d'un angle n'est donc pas directement proportionnelle à la mesure de cet angle.

2. En utilisant plutôt un cosinus pour exprimer la règle de cette fonction, on arrive à la règle $f(x) = {}^-2\cos\frac{\pi}{2}x + 1$.
L'affirmation de Nelly-Anne est fausse.

3. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

On peut découper la partie de la région située au-dessous de la courbe en plusieurs figures géométriques, en calculer les aires et en faire la somme. Si ce découpage est fait comme le montre la figure ci-contre, on obtient une exposition totale d'environ 314,22 ppm × h.



4. L'affirmation **C** est la plus juste. L'affirmation **A** est fausse, parce qu'en ne limitant pas le domaine de la fonction, sa réciproque permettrait à une valeur de la variable indépendante d'être associée à plus d'une valeur de la variable dépendante. La même chose se produit dans le cas de l'affirmation **B**, si les deux asymptotes choisies ne sont pas consécutives.

5.

Table de marées			
Date	**Période déconseillée**	**Date**	**Période déconseillée**
1er juillet	De 1 h 20 à 4 h 24 De 12 h 50 à 15 h 54	**15 juillet**	De 2 h 14 à 5 h 30 De 13 h 44 à 17 h
2 juillet	De 0 h 20 à 3 h 24 De 11 h 50 à 14 h 54 De 23 h 20 à minuit	**16 juillet**	De 1 h 14 à 4 h 30 De 12 h 44 à 16 h
3 juillet	De minuit à 2 h 24 De 10 h 50 à 13 h 54 De 22 h 20 à minuit	**17 juillet**	De 0 h 14 à 3 h 30 De 11 h 44 à 15 h De 23 h 14 à minuit
4 juillet	De minuit à 1 h 24 De 9 h 50 à 12 h 54 De 21 h 20 à minuit	**18 juillet**	De minuit à 2 h 30 De 10 h 44 à 14 h De 22 h 14 à minuit
5 juillet	De minuit à 0 h 24 De 8 h 50 à 11 h 54 De 20 h 20 à 23 h 24	**19 juillet**	De minuit à 1 h 30 De 9 h 44 à 13 h De 21 h 14 à minuit
6 juillet	De 7 h 50 à 10 h 54 De 19 h 20 à 22 h 24	**20 juillet**	De minuit à 0 h 30 De 8 h 44 à 12 h De 20 h 14 à 23 h 30
7 juillet	De 6 h 50 à 9 h 54 De 18 h 20 à 21 h 24	**21 juillet**	De 7 h 44 à 11 h De 19 h 14 à 22 h 30
8 juillet	De 5 h 48 à 9 h 03 De 17 h 33 à 20 h 48	**22 juillet**	De 6 h 45 à 9 h 52 De 18 h à 21 h 07
9 juillet	De 5 h 18 à 8 h 33 De 17 h 03 à 20 h 18	**23 juillet**	De 5 h 15 à 8 h 22 De 16 h 30 à 19 h 37
10 juillet	De 4 h 48 à 8 h 03 De 16 h 33 à 19 h 48	**24 juillet**	De 3 h 45 à 6 h 52 De 15 h à 18 h 07
11 juillet	De 4 h 18 à 7 h 33 De 17 h 03 à 19 h 18	**25 juillet**	De 2 h 15 à 5 h 22 De 13 h 30 à 16 h 37
12 juillet	De 3 h 48 à 7 h 03 De 15 h 33 à 18 h 48	**26 juillet**	De 0 h 45 à 3 h 52 De 12 h à 15 h 07 De 23 h 15 à minuit
13 juillet	De 3 h 18 à 6 h 33 De 15 h 03 à 18 h 18	**27 juillet**	De minuit à 2 h 22 De 10 h 30 à 13 h 37 De 21 h 45 à minuit
14 juillet	De 2 h 48 à 6 h 03 De 14 h 33 à 17 h 48	**28 juillet**	De minuit à 0 h 52 De 9 h à 12 h 07 De 20 h 15 à 23 h 22

Banque de problèmes (*suite*) **Page 152**

6. Un cycle correspond à une période. 20 cycles/s signifie qu'il y a un cycle tous les $\frac{1}{20}$ s, alors que 20 000 cycles/s signifie qu'il y a un cycle tous les $\frac{1}{20\ 000}$ s. Comme $P = \frac{2\pi}{|b|}$, le paramètre b peut prendre toutes valeurs comprises entre 40π et $40\ 000\pi$.

7. L'évolution de la quantité de mémoire vive utilisée en fonction du temps peut être calculée à l'aide de la règle $y = {}^-475 \cos 20\pi x + 485$.

Il s'agit donc de résoudre l'inéquation ${}^-475 \cos 20\pi x + 485 > 725$ sur l'intervalle [0, 1] h.

On obtient $x \in\ ]\approx 0{,}03, \approx 0{,}07[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}13, \approx 0{,}17[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}23, \approx 0{,}27[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}33, \approx 0{,}37[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}43, \approx 0{,}47[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}53, \approx 0{,}57[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}63, \approx 0{,}67[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}73, \approx 0{,}77[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}83, \approx 0{,}87[$ h $\cup\ ]\approx 0{,}93, \approx 0{,}97[$ h.

L'ordinateur risque de planter aux moments suivants de la mise à jour : entre environ 2,01 min et environ 3,99 min, entre environ 8,01 min et environ 9,99 min, entre environ 14,01 min et environ 15,99 min, entre environ 20,01 min et environ 21,99 min, entre environ 26,01 min et environ 27,99 min, entre environ 32,01 min et environ 33,99 min, entre environ 38,01 min et environ 39,99 min, entre environ 44,01 min et environ 45,99 min, entre environ 50,01 min et environ 51,99 min, puis entre environ 56,01 min et environ 57,99 min.

Banque de problèmes (*suite*) **Page 153**

8. L'évolution de la température corporelle T (en °C) d'une personne en fonction du temps x (en min) peut être calculée à l'aide de la règle $T = \sin \frac{\pi x}{120} + 37{,}5$.

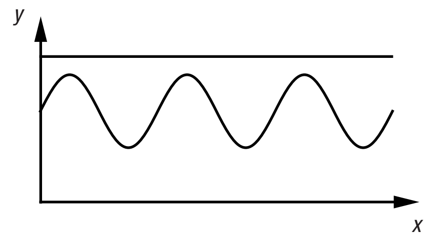
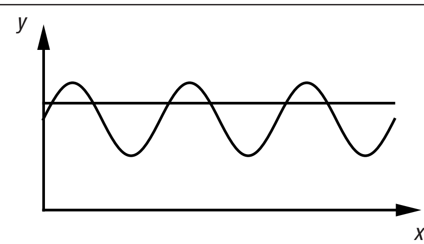
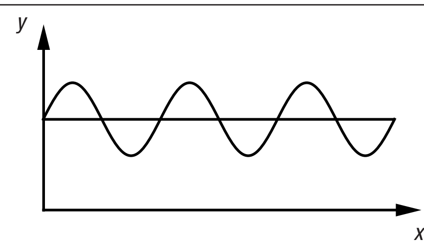
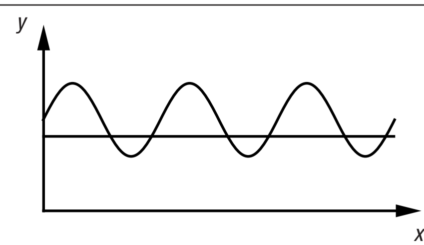
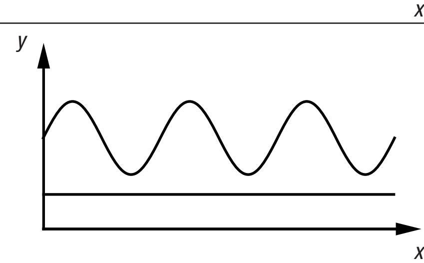
Il s'agit donc de résoudre l'inéquation $\sin \frac{\pi x}{120} + 37{,}5 \geq 38$ sur l'intervalle [0, 1440] min.

On obtient $x \in [20{,}100]$ min $\cup$ [260, 340] min $\cup$ [500, 580] min $\cup$ [740, 820] min $\cup$ [980, 1060] min $\cup$ [1220, 1300] min.

Cette personne aura de la fièvre toutes les 4 h, par périodes de 1 h 20 min, soit : de 0 h 20 min à 1 h 40 min, de 4 h 20 min à 5 h 40 min, de 8 h 20 min à 9 h 40 min, de 12 h 20 min à 13 h 40 min, de 16 h 20 min à 17 h 40 min, puis de 20 h 20 min à 21 h 40 min.

9. Il faut prendre note que lorsque la pression de l'appareil est inférieure à la pression atmosphérique ambiante, les poumons de la personne maintenue sous respirateur artificiel se remplissent d'air, et qu'ils se vident lorsque la pression de l'appareil est plus élevée que la pression atmosphérique ambiante. Pour que la personne puisse respirer correctement, les périodes où les poumons se remplissent d'air et celles où les poumons expulsent l'air doivent avoir la même durée.

Dans chacun des graphiques ci-dessous, la pression de l'appareil est représentée par la courbe et la pression atmosphérique ambiante est représentée par la droite.

Dans la situation représentée ci-contre, la pression de l'appareil est toujours inférieure à la pression atmosphérique ambiante. Les poumons ne se vident jamais d'air et la personne étouffe.	
Dans la situation représentée ci-contre, la pression de l'appareil est plus souvent inférieure à la pression atmosphérique ambiante. La quantité d'air inspiré par la personne est supérieure à la quantité d'air expulsé. Les poumons peuvent se gonfler au point où la personne risque d'étouffer.	
Dans la situation représentée ci-contre, la pression de l'appareil est aussi souvent inférieure que supérieure à la pression atmosphérique ambiante. La quantité d'air inspiré par la personne est égale à la quantité d'air expulsé. La personne respire correctement.	
Dans la situation représentée ci-contre, la pression de l'appareil est plus souvent supérieure à la pression atmosphérique ambiante. La quantité d'air inspiré par la personne est inférieure à la quantité d'air expulsé. La personne risque d'étouffer.	
Dans la situation représentée ci-contre, la pression de l'appareil est toujours supérieure à la pression atmosphérique ambiante. La quantité d'air inspiré par la personne est nulle et la personne étouffe.	

Pour qu'il y ait l'équilibre, il faut que la droite associée à la pression atmosphérique ambiante passe par les points d'inflexion de la fonction sinusoïdale représentée. Or, pour une fonction sinus, l'ordonnée des points d'inflexion correspond au paramètre k de la fonction. On en déduit que le paramètre k doit correspondre à la pression atmosphérique ambiante.