RÉVISION 1

Réactivation 1

Page 4

a. Été et automne 1998 : domaine : [0, 26] semaines ; codomaine : [0, 22] $\times 10^6$ km^2.
Été et automne 2008 : domaine : [0, 26] semaines ; codomaine : [2, 30] $\times 10^6$ km^2.

b. Les zéros de la fonction sont 16 semaines et 26 semaines. Ils correspondent au moment où le trou dans la couche d'ozone était complètement refermé.

c. La valeur initiale est 6×10^6 km^2. Elle correspond à la superficie du trou dans la couche d'ozone au début des observations.

d. **Caractéristiques du trou dans la couche d'ozone**

Période	Superficie maximale du trou	Superficie minimale du trou	Périodes durant lesquelles la superficie du trou augmente	Périodes durant lesquelles la superficie du trou diminue
Été et automne 1998	**22×10^6 km^2**	**0 km^2**	**[0, 8] sem. et [16, 22] sem.**	**[8, 16] sem. et [22, 26] sem.**
Été et automne 2008	**30×10^6 km^2**	**2×10^6 km^2**	**[0, 1] sem. et [2, 7] sem.**	**[1, 2] sem. et [7, 26] sem.**

e. Non.
La superficie maximale du trou est plus grande en 2008 qu'en 1998.
Durant la période visée en 2008, le trou dans la couche d'ozone ne s'est jamais complètement refermé.
Puisqu'à la fin des observations de 2008, le trou n'était pas refermé, on en déduit que la période durant laquelle il y avait un trou dans la couche d'ozone a été plus longue en 2008 qu'en 1998.

Réactivation 2

Page 5

a. À une fonction polynomiale de degré 2.

b. La fonction est positive sur les intervalles [0, $\approx$ 1,1] s et [$\approx$ 4,4, $+\infty$[s. Ces intervalles représentent les périodes durant lesquelles l'oiseau se trouvait à la surface de l'eau ou dans les airs. La fonction est négative sur l'intervalle [$\approx$ 1,1, $\approx$ 4,4] s. Cet intervalle représente la période durant laquelle l'oiseau se trouvait à la surface de l'eau ou dans l'eau.

c. Non, car pour certaines abscisses de la réciproque est associée plus d'une ordonnée.

d. Par l'extrapolation de la courbe, il est possible de déduire que l'altitude à 6 s est environ de 3 m.

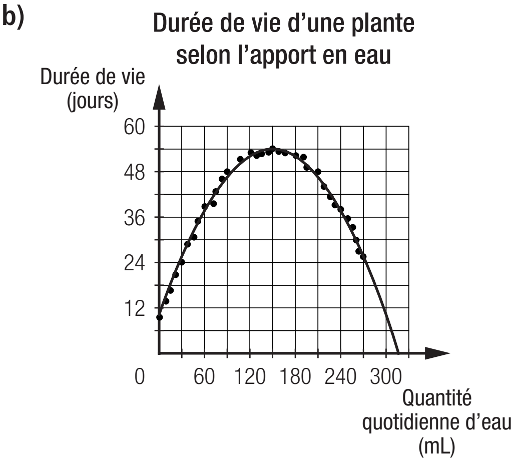
Mise à jour

Page 9

1. a) 1) 1800 personnes.
2) 500 personnes.
b) 1 h, 3 h, 10 h et 14 h après l'ouverture.
c)]1, 3[h et]10, 14[h après l'ouverture.
d) 1) Croissante.
2) Décroissante sur [2, 5] h et [6, 9] h, et croissante sur [5, 6] h.

2. a) Une fonction polynomiale de degré 2.

b)



c) Si l'on considère que les coordonnées du sommet de la courbe et celles d'un autre point de la courbe sont respectivement (150, 54) et (30, 24), on peut déduire que la règle de la fonction associée à cette situation est $V = \frac{-(x - 150)^2}{480} + 54$, où V est la durée de vie (en jours) et x, la quantité quotidienne d'eau (en mL).

1) $40 = \frac{-(x - 150)^2}{480} + 54$

$x \approx 68$ mL et $x \approx 232$ mL.

Pour que la plante ait une durée de vie de 40 jours, il faut lui donner environ 68 mL ou environ 232 mL d'eau.

2) Il faut donner environ 150 mL d'eau à la plante.

Mise à jour (*suite*) **Page 10**

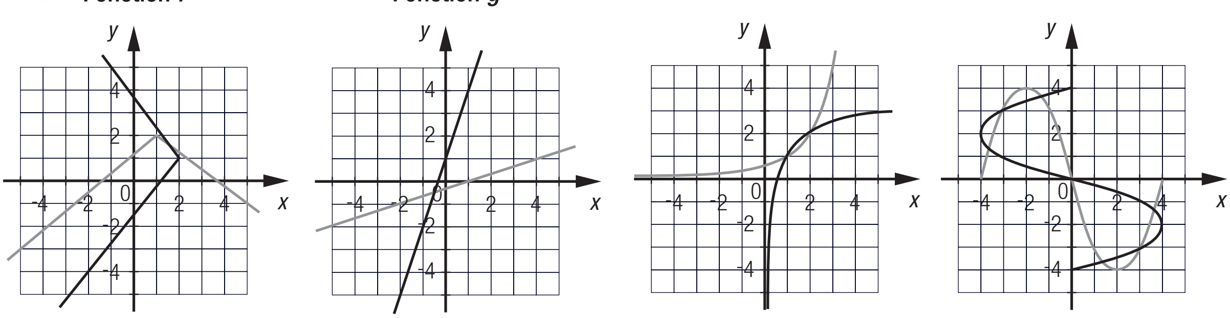
3. a) 1) Fonction f : croissance : $]-\infty, 1]$; décroissance : $[1, +\infty[$.

Fonction g : croissance : $\mathbb{R}$.

Fonction h : croissance : $\mathbb{R}$.

Fonction i : croissance : $[-4, -2] \cup [2, 4]$; décroissance : $[-2, 2]$.

2)



3) La réciproque de la fonction f : non. La réciproque de la fonction g : oui.

La réciproque de la fonction h : oui. La réciproque de la fonction i : non.

b) La réciproque d'une fonction sera une fonction seulement si à chaque valeur de la variable indépendante est associée au plus une valeur de la variable dépendante. La réciproque d'une fonction demeure une fonction s'il n'y a pas de changement de variation dans la fonction d'origine.

4. a) Le domaine est [0, 4] s et correspond aux moments qui définissent la phase de plongeon. Le codomaine est [−1,5, 2] m et correspond à l'ensemble des altitudes possibles des mains de la nageuse durant la phase de plongeon.

b) Le minimum est de −1,5 m et le maximum est de 2 m. Ces extremums correspondent respectivement à l'altitude minimale et l'altitude maximale des mains de la plongeuse durant cette phase.

c) La valeur initiale est 0,5 m et correspond à l'altitude des mains de la plongeuse au début de la phase de plongeon.

d) Les zéros sont 1,25 s et 4 s. Ils correspondent aux instants où les mains de la plongeuse sont situées à la surface de l'eau.

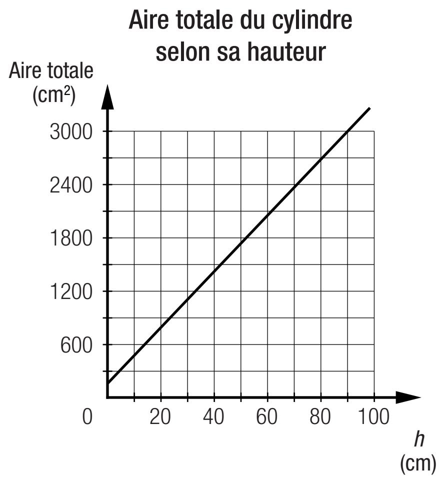
e) La fonction est croissante sur les intervalles [0, 0,5] s et [2, 4] s. Ces intervalles correspondent aux périodes où l'altitude des mains augmente. La fonction est décroissante sur l'intervalle [0,5, 2] s. Cet intervalle correspond à la période où l'altitude des mains diminue.

f) La fonction est positive sur l'intervalle [0, 1,25] s et négative sur l'intervalle [1,25, 4] s. Ces intervalles correspondent aux périodes où les mains de la plongeuse sont respectivement situées au-dessus de l'eau et dans l'eau, y compris les moments où ses mains sont situées à la surface de l'eau.

Mise à jour (*suite*)

5. a) 1) $f(h) = 10\pi h + 50\pi$

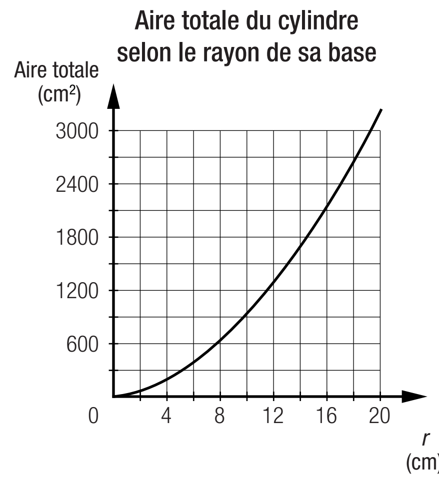
2)



3) Une fonction polynomiale de degré 1.

b) 1) $f(r) = 2\pi r^2 + 10\pi r$

2)



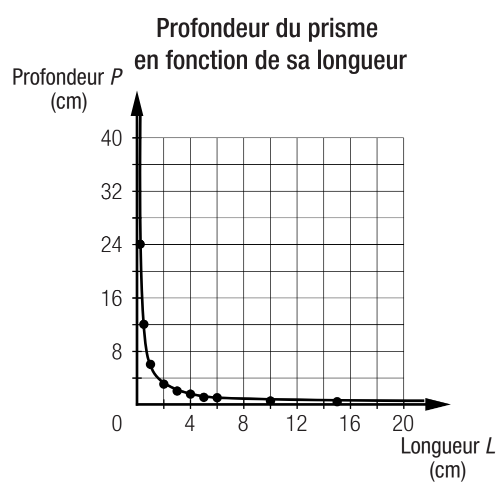
3) Une fonction polynomiale de degré 2.

6. a) **Dimensions du prisme**

Longueur *L* (cm)	**Profondeur *P* (cm)**
0,25	**24**
0,5	**12**
1	**6**
2	**3**
3	**2**
4	**1,5**
5	**1,2**
6	**1**
10	**0,6**
15	**0,4**

b) $P = \frac{6}{L}$

c)

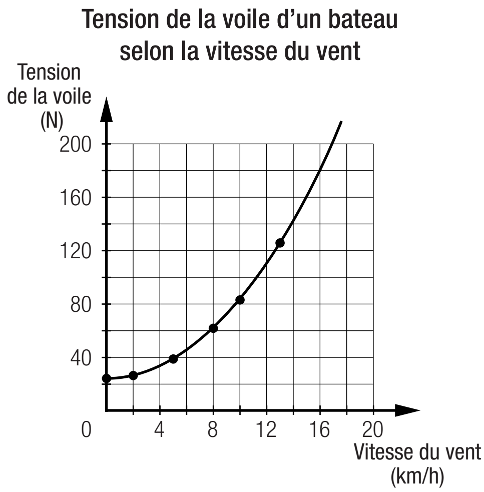


d) Une fonction de variation inverse.

e) 1) Vers 0. **2)** Vers l'infini.

Mise à jour (*suite*)

7. a) 1) et **2)**

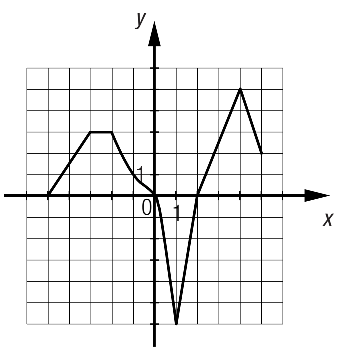


b) Une fonction polynomiale de degré 2.

c) La valeur initiale représente la tension de la voile lorsque la vitesse du vent est nulle.

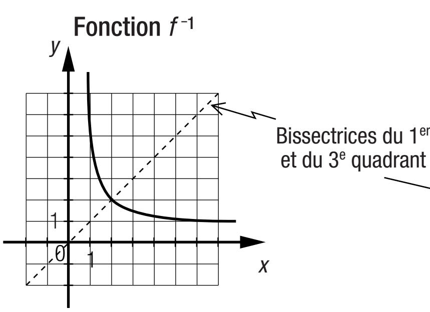
d) Environ 17,3 km/h, par l'extrapolation de la courbe.

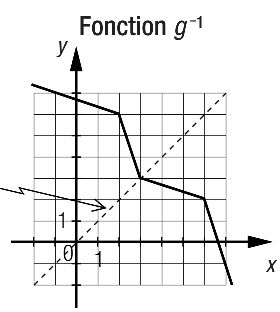
8. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



9. a) Chacune des courbes est symétrique par rapport aux bissectrices des 1^er^ et 3^e^ quadrants.

b)





Dans chaque cas, on remarque que la représentation graphique de la fonction est identique à la représentation graphique de sa réciproque.

c) La courbe de la réciproque d'une fonction dont la représentation graphique est symétrique par rapport aux bissectrices des 1^er^ et 3^e^ quadrants équivaut à la courbe de la fonction elle-même.

SECTION 1.1 Les opérations sur les fonctions et les paramètres

Problème

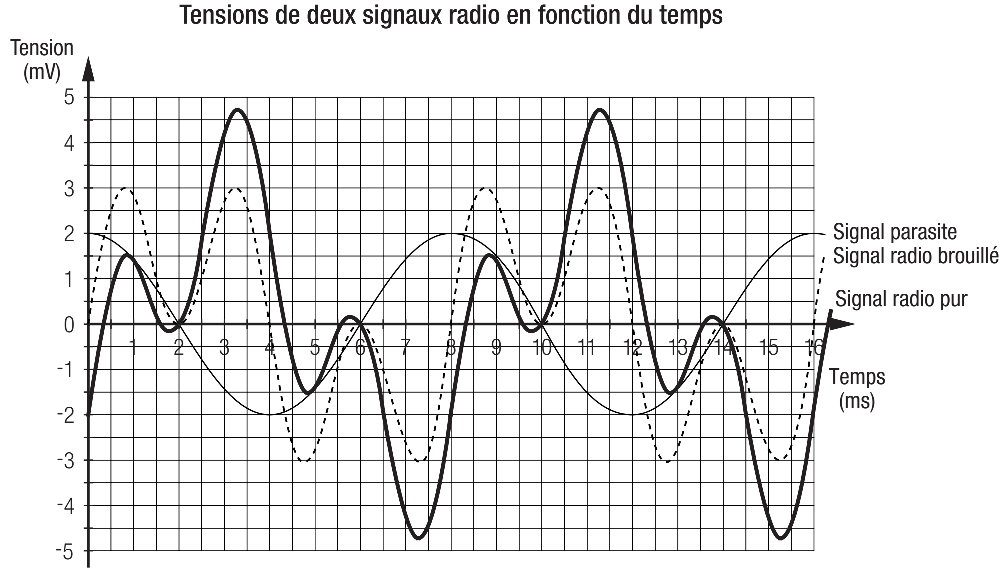
La tension associée au signal radio pur à un instant donné s'obtient en soustrayant, à cet instant, la tension du signal parasite de la tension du signal brouillé.

Temps (ms)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Tension du signal parasite (mV)	2	≈ 1,85	≈ 1,41	≈ 0,77	0	≈ −0,77	≈ −1,41	≈ −1,85	−2	≈ −1,85	≈ −1,41
Tension du signal radio brouillé (mV)	0	≈ 2,62	≈ 2,83	≈ 1,08	0	≈ 1,08	≈ 2,83	≈ 2,62	0	≈ −2,62	≈ −2,83
Tension du signal radio pur (mV)	−2	≈ 0,77	≈ 1,42	≈ 0,31	0	≈ 1,85	≈ 4,24	≈ 4,47	2	≈ −0,77	≈ −1,42

Temps (ms)	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11
Tension du signal parasite (mV)	≈ −0,77	0	≈ 0,77	≈ 1,41	≈ 1,85	2	≈ 1,85	≈ 1,41	≈ 0,77	0	≈ −0,77	≈ −1,41
Tension du signal radio brouillé (mV)	≈ −1,08	0	≈ −1,08	≈ −2,83	≈ −2,62	0	≈ 2,62	≈ 2,83	≈ 1,08	0	≈ 1,08	≈ 2,83
Tension du signal radio pur (mV)	≈ −0,31	0	≈ −1,85	≈ −4,24	≈ −4,47	−2	≈ 0,77	≈ 1,42	≈ 0,31	0	≈ 1,85	≈ 4,24

On place les points sur le graphique et on les relient en suivant la tendance. On obtient la courbe en trait gras tracée ci-dessous.

Tensions de deux signaux radio en fonction du temps



Activité 1

Page 14

a. 1) L'expression associée à la variable dépendante a été multipliée par 2.
2) L'expression associée à la variable dépendante a été multipliée par 0,5.

b. 1) La courbe a été étirée verticalement.
2) La courbe a été contractée verticalement.

c. Lorsqu'on multiplie l'expression associée à la variable dépendante d'une fonction de base par un nombre réel, la courbe associée à cette fonction subit un étirement vertical, si la valeur absolue de ce nombre est supérieure à 1, et une contraction verticale, si la valeur absolue de ce nombre est comprise entre 0 et 1.

d. 1) L'expression associée à la variable indépendante a été multipliée par 2.
2) L'expression associée à la variable indépendante a été multipliée par 0,5.

e. 1) La courbe a été contractée horizontalement.
2) La courbe a été étirée horizontalement.

f. Lorsqu'on multiplie l'expression associée à la variable indépendante d'une fonction de base par un nombre réel, la courbe associée à cette fonction subit une contraction horizontale, si la valeur absolue de ce nombre est supérieure à 1, et un étirement horizontal, si la valeur absolue de ce nombre est comprise entre 0 et 1.

g. **1)** L'expression associée à la variable dépendante a été multipliée par $^-1$.
2) L'expression associée à la variable indépendante a été multipliée par $^-1$.

h. **1)** La courbe a subi une réflexion par rapport à l'axe des abscisses.
2) La courbe a subi une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.

i. Lorsqu'on multiplie l'expression associée à la variable dépendante d'une fonction de base par $^-1$, la courbe associée à la fonction subit une réflexion par rapport à l'axe des abscisses. Lorsqu'on multiplie la variable indépendante d'une fonction de base par $^-1$, la courbe associée à la fonction subit une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.

Activité 1 (*suite*)

Page 15

j. **1)** On a additionné 3 unités à l'expression associée à la variable indépendante.
2) On a retranché 2 unités de l'expression associée à la variable indépendante.

k. **1)** La courbe a subi une translation de 3 unités vers la gauche.
2) La courbe a subi une translation de 2 unités vers la droite.

l. Lorsqu'on soustrait un nombre réel de la variable indépendante d'une fonction de base, la courbe associée à cette fonction subit une translation vers la droite si ce nombre est positif, et vers la gauche si ce nombre est négatif.

m. **1)** On a additionné 3 unités à l'expression correspondant à la variable dépendante.
2) On a retranché 1 unité de l'expression correspondant à la variable dépendante.

n. **1)** La courbe a subi une translation de 3 unités vers le haut.
2) La courbe a subi une translation de 1 unité vers le bas.

o. Lorsqu'on additionne un nombre réel à l'expression correspondant à la variable dépendante d'une fonction de base, la courbe associée à cette fonction subit une translation vers le haut si ce nombre est positif, et vers le bas si ce nombre est négatif.

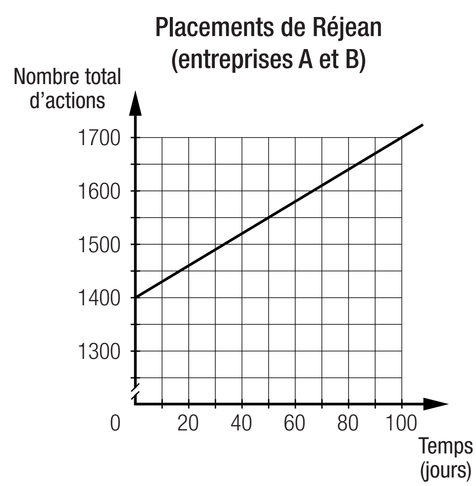
Activité 2

Page 16

a. **Placements de Réjean (entreprises A et B)**

Temps (jours)	Nombre d'actions de l'entreprise A	Nombre d'actions de l'entreprise B	Nombre total d'actions
0	**400**	**1000**	**1400**
25	**300**	**1175**	**1475**
50	**200**	**1350**	**1550**
75	**100**	**1525**	**1625**
100	**0**	**1700**	**1700**

b. **1)**



2) $N_T = 1400 + 3t$, où N_T est le nombre total d'actions.

c. $N_A + N_B = (400 - 4t) + (1000 + 7t)$
$= 1400 + 3t$

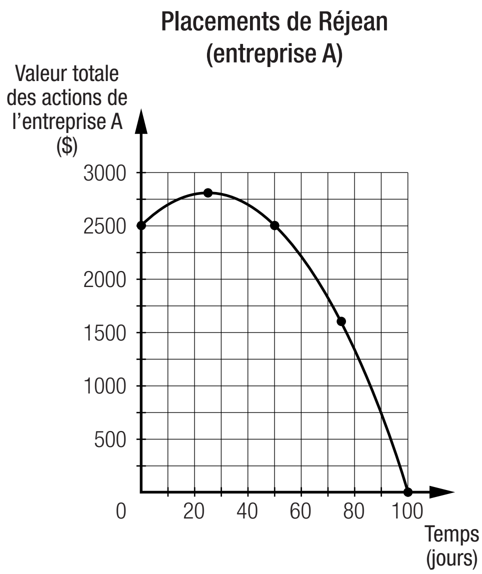
d. Les règles sont identiques.

Activité 2 (*suite*)

e. **Placements de Réjean (entreprise A)**

Temps (jours)	Nombre d'actions de l'entreprise A	Valeur d'une action de l'entreprise A ($)	Valeur totale des actions de l'entreprise A ($)
0	**400**	**6,25**	**2500**
25	**300**	**9,375**	**2812,50**
50	**200**	**12,50**	**2500**
75	**100**	**15,625**	**1562,50**
100	**0**	**18,75**	**0**

f. **1)**



2) La règle est celle d'une fonction quadratique de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ dont les coordonnées du sommet de la courbe sont (25, 2812,5). En remplaçant h et k par les coordonnées du sommet et en substituant les coordonnées du point (0, 2500) aux variables x et y, on obtient le paramètre a, soit −0,5. La règle est donc :
$V_T = -0{,}5(t - 25)^2 + 2812{,}5$ ou
$V_T = -0{,}5t^2 + 25t + 2500$, où V_T est la valeur totale des actions de l'entreprise A.

g. $N_A \times v = (400 - 4t)(0{,}125t + 6{,}25)$
$= 50t - 0{,}5t^2 + 2500 - 25t$
$= -0{,}5t^2 + 25t + 2500$

h. Les règles sont identiques.

i. **1)** À une fonction polynomiale de degré 1. **2)** À une fonction partie entière.

j. $n = 50[1{,}4(0{,}02(t + 18))]$
$= 50[1{,}4(0{,}02t + 0{,}36)]$
$= 50[0{,}028(t + 18)]$

k. Si $t = 75$, $n = 50[0{,}028(75 + 18)] = 100$.
Au bout de 75 jours, Pierrette possède 100 actions de l'entreprise **C.**

Activité 3

a. **1)** La taille. **2)** La masse.

b. $m = \frac{3}{4}t - 40$
$\frac{4}{3}(m + 40) = t$

c. **1)** La règle de la situation 2. **2)** La règle de la situation 1.

d. $m = \frac{3}{4}t - 62{,}5$
$\frac{4}{3}(m + 62{,}5) = t$
La règle est $t = \frac{4}{3}(m + 62{,}5)$.

Technomath

Page 19

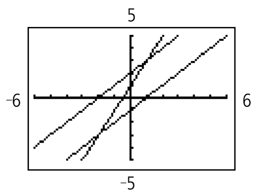
a. À une fonction polynomiale de degré 2.

b. **1)** Les ordonnées peuvent être obtenues en multipliant les ordonnées associées à Y_1 et à Y_2.
2) Les ordonnées peuvent être obtenues en divisant les ordonnées associées à Y_1 par les ordonnées associées à Y_2.

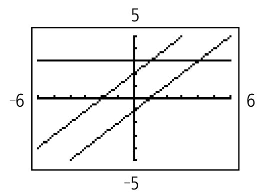
c. Un zéro de l'une ou l'autre des fonctions associées à Y_1 et à Y_2 engendre un zéro pour la fonction associée à Y_3.

d. La courbe associée à Y_3 possède une asymptote verticale d'équation $x = 1$.

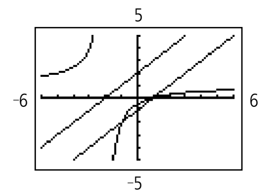
e. **1)**



2)



3)



Mise au point 1.1

Page 24

1. Les paramètres a, b, h et k valent respectivement :

a) 3, 1, 2 et 4 ; **b)** −2, 4, 0 et −5 ; **c)** −1, 0,5, −1 et 6 ;
d) 7, 1, 9 et 11 ; **e)** 0,7, −2, −4 et 0 ; **f)** −2, −1, −13 et −1 ;
g) 0,5, −3, 2,5 et 0 ; **h)** 3, 1, 9 et 6 ; **i)** 9, 1, −2 et 0.

2. 1 C, 2 B, 3 D, 4 A

Mise au point 1.1 (*suite*)

Page 25

3. a) $g(x) = 4\sin 2x$ **b)** $g(x) = \sqrt{x + 3} + 1$ **c)** $g(x) = -|x - 3| + 2$
d) $g(x) = \cos(x - 90) - 0,5$ **e)** $g(x) = 0,5(x - 5)^2 - 4$ **f)** $g(x) = -1,5^{-x}$

Mise au point 1.1 (*suite*)

Page 26

4. a) 19 **b)** 54 **c)** 4,5 **d)** $\frac{8}{3}$
e) 79 **f)** 119 **g)** 2 **h)** La réponse n'est pas un nombre réel.

5. a) Réflexion par rapport à l'axe des abscisses.
Étirement vertical de facteur 3.
Étirement horizontal de facteur 4.
Translation de 2 unités vers la gauche et de 5 unités vers le bas.

b) Réflexion par rapport à l'axe des abscisses.
Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.
Contraction verticale de facteur $\frac{5}{2}$.
Étirement horizontal de facteur 5.
Translation de 6 unités vers le haut.

c) Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.
Contraction verticale de facteur 3.
Translation de 0,5 unité vers la droite et de 2,4 unités vers le haut.

d) Contraction verticale de facteur 2.
Contraction horizontale de facteur 2.
Translation de 3 unités vers la droite et de 4 unités vers le haut.

6. 1 D, 2 B, 3 A, 4 C

Mise au point 1.1 (*suite*)

7. a) $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{3}$ **b)** $g^{-1}(x) = \frac{2}{x-7}$ **c)** $h^{-1}(x) = -\frac{x^2-9}{2}$

8. a) (3, 1), (6, 5), (8, 0), (−5, 10), (−12, 22) **b)** (0, 0), (1,5, 16), (2,5, −4), (−4, 36), (−7,5, 84)

c) (−6, −4), (0, −16), (4, −1), (−22, −31), (−36, −67) **d)** (0,5, 2,3), (−2,5, 3,9), (−4,5, −2,7), (8,5, 5,9), (15,5, 10,7)

e) (6, 11), (2, 10,2), $\left(-\frac{2}{3}, 16\right)$, $\left(\frac{50}{3}, -34\right)$, (26, −94) **f)** $\left(\frac{4}{7}, -\frac{11}{7}\right)$, $\left(-\frac{11}{7}, \frac{1709}{35}\right)$, $\left(-3, -\frac{496}{35}\right)$, $\left(\frac{44}{7}, \frac{3914}{35}\right)$, $\left(\frac{79}{7}, \frac{9206}{35}\right)$

9. a) Y2 $= -3\sin x$ **b)** Y2 $= \sin 2x$ **c)** Y2 $= -\sin x + 2$

10. a) **1)** $y = 3x^2 - 2x + 3$ **2)** $y = 3x^2 - 2x + 3$ **3)** $y = 3x^2 - 1{,}5x + 3$

4) $y = 3x^2 - 1{,}5x + 3$ **5)** $y = -6x^3 - 3x^2 - 8x - 4$ **6)** $y = -6x^3 - 3x^2 - 8x - 4$

7) $y = -3x^4 - 1{,}5x^3 - 4x^2 - 2x$ **8)** $y = -3x^4 - 1{,}5x^3 - 4x^2 - 2x$ **9)** $y = 12x^2 + 12x + 7$

10) $y = -6x^2 - 9$

b) **1)** Oui, car les règles obtenues en **a) 1)** et en **a) 2)** sont identiques.

2) Oui, car les règles obtenues en **a) 3)** et en **a) 4)** sont identiques.

3) Oui, car les règles obtenues en **a) 5)** et en **a) 6)** sont identiques.

4) Oui, car les règles obtenues en **a) 7)** et en **a) 8)** sont identiques.

5) Oui, car les règles obtenues en **a) 9)** et en **a) 10)** sont différentes.

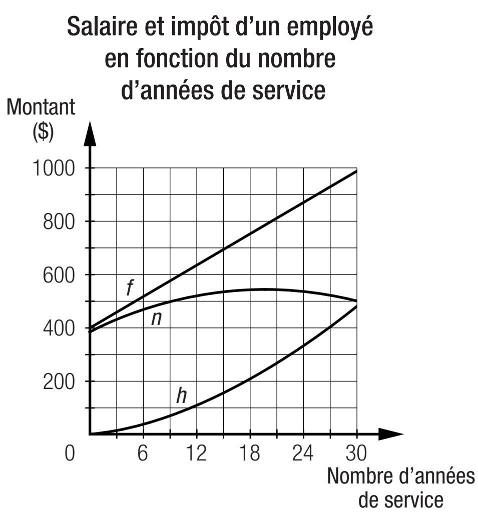
Mise au point 1.1 (*suite*)

11. a) $h(t) = 0{,}001(20t + 100)^2$; $n(t) = -0{,}4t^2 + 16t + 390$

b) **1)** La fonction h permet de calculer le montant de l'impôt hebdomadaire à payer selon le nombre d'années de service de l'employé.

2) La fonction n permet de calculer le salaire net de cet employé selon le nombre de ses années de service.

c)



d) Non, car la courbe associée à l'évolution du salaire net de l'employé est une parabole ouverte vers le bas dont le sommet est situé à 550 $. Le salaire net maximal que peut espérer cet employé est donc de 550 $.

12. 1 C, 2 A, 3 B, 4 D

Mise au point 1.1 (*suite*)

13. a) **1)** Le paramètre a.

2) Puisque la courbe est plus étirée verticalement et que, dans la règle de la fonction 1, a < 0, cela signifie que la valeur de ce paramètre a diminué.

b) **1)** Le paramètre a.

2) Puisque la courbe est plus contractée verticalement et que, dans la règle de la fonction 2, a < 0, cela signifie que la valeur de ce paramètre a augmenté.

c) Le paramètre k et le paramètre a.

d) **1)** Le paramètre h.

2) La valeur de ce paramètre a augmenté puisque la courbe subit une translation vers la droite.

SECTION 1.2 La fonction racine carrée

Problème

Page 30

La courbe du modèle passe par les points (3, 0), (4, 50) et (12, 150). La courbe associée à la réciproque de ce modèle sera celle d'une fonction quadratique passant par les points (0, 3), qui est la valeur initiale, (50, 4) et (150, 12), et l'équation de la réciproque sera de la forme :

$i = \mathrm{a}f^2 + \mathrm{b}f + \mathrm{c}$, où f représente la fréquence des impulsions électriques, i représente l'intensité électrique et où c vaut 3.

En substituant les coordonnées des points (50, 4) et (150, 12) aux variables f et i, on obtient le système d'équations :

$4 = \mathrm{a}(50)^2 + \mathrm{b}(50) + 3$
$12 = \mathrm{a}(150)^2 + \mathrm{b}(150) + 3$

En résolvant ce système, on obtient : a = 0,0004 et b = 0.

La règle de la fonction quadratique est donc $i = 0{,}0004f^2 + 3$.

La règle de la réciproque est $f = \sqrt{\dfrac{i - 3}{0{,}0004}}$.

En substituant la valeur 30 à la variable i dans cette règle, on obtient :

$f_{\max} = \sqrt{\dfrac{30 - 3}{0{,}0004}} = \sqrt{67\ 500}$, soit $\approx 259{,}81$ Hz.

La fréquence maximale des impulsions électriques émises par ce neurone est environ de 259,81 Hz.

Activité 1

Page 31

a. **1)** i) $\sqrt[3]{5^2}$ ii) $\sqrt[9]{7^5}$ iii) $\sqrt[4]{11^3}$ iv) $\sqrt[n]{a^m}$

2) La racine paire d'un radicande négatif n'est pas un nombre réel.

b. **1)** i) $\sqrt{18}$ ii) $\sqrt{143}$ iii) $\sqrt{3}$ iv) $\sqrt{ab}$

2) La loi des exposants associée à ce raisonnement ne s'applique que si les exposants affectés aux bases sont les mêmes. Ici, l'exposant de 11 est $\frac{1}{2}$ et l'exposant de 8 est $\frac{1}{5}$.

Activité 1 (*suite*)

Page 32

c. **1)** i) $\sqrt{5}$ ii) $\sqrt{5}$ iii) $\sqrt{5}$ iv) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

2) La loi des exposants associée à ce raisonnement ne s'applique que si les exposants affectés aux bases sont les mêmes. Ici, l'exposant de 60 est $\frac{1}{2}$ et l'exposant de 6 est $\frac{1}{3}$.

d. **1)** On a multiplié par une fraction-unité et l'unité est l'élément neutre de la multiplication.

2) i) $\dfrac{11\sqrt{3}}{3}$ ii) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ iii) $\dfrac{5\sqrt{7}}{7}$ iv) $\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$

e. **1)** On a multiplié par une fraction-unité et l'unité est l'élément neutre de la multiplication.

2) Effectuer le produit de la somme par la différence de deux mêmes termes revient à effectuer la différence des carrés de ces termes. Le carré de la racine carrée d'un nombre est égal à ce nombre.

3) i) $\dfrac{\sqrt{12} - \sqrt{7}}{5}$ ii) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ iii) $\dfrac{\sqrt{26} - \sqrt{32}}{-6}$ ou $\dfrac{\sqrt{32} - \sqrt{26}}{6}$

iv) $\dfrac{\sqrt{11} + \sqrt{5}}{6}$ v) $\dfrac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ vi) $\dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$

Activité 2

Page 33

a. Les points (0, 0) et (315, 9) appartiennent à la courbe de $g(x) = ax^2$.

$9 = a(315)^2$

$a = \frac{9}{315^2} = \frac{1}{11\ 025}$

$m = \frac{1}{11\ 025}f^2$, où m représente la masse linéique (en g/m) et f, la fréquence (en Hz).

b. **1)** $m = \frac{105^2}{11\ 025}$
$= 1$ g/m

2) $m = \frac{500^2}{11\ 025}$
$\approx 22{,}68$ g/m

c. $m = \frac{1}{11\ 025}f^2$

$f = \sqrt{11\ 025m}$ ou $f = 105\sqrt{m}$.

d. **1)** $f = 105\sqrt{2{,}25}$
$= 157{,}5$ Hz

2) $f = 105\sqrt{29}$
$\approx 565{,}44$ Hz

Activité 3

Page 34

a. La résolution de l'équation permet de déterminer le moment où la nacelle se trouve à une hauteur de 8 m.

b. **1)** De ① à ② : on soustrait 28 unités de chaque membre de l'équation.
De ② à ③ : on divise chaque membre de l'équation par −10.

2) 4

3) $t - 0{,}5 = 4$

4) $t = 4{,}5$. À 4,5 s, la nacelle se trouve à une hauteur de 8 m.

c. La résolution de l'inéquation permet de déterminer l'intervalle de temps au cours duquel la nacelle se trouve à une hauteur d'au moins 12 m.

d. **1)** De ① à ② : on soustrait 28 unités de chaque membre de l'inéquation, et le symbole d'inégalité demeure le même.
De ② à ③ : on divise chaque membre de l'inéquation par −10, et le symbole d'inégalité est inversé.

2) **i)** Non. **ii)** Oui. **iii)** Non.

3) Il faut que le radicande $t - 0{,}5 \geq 0$. La valeur minimale de t est donc 0,5.

4) 2,56

5) $t - 0{,}5 \leq 2{,}56$

6) $t \leq 3{,}06$. De 0,5 s à 3,06 s inclusivement, la nacelle se trouve à une hauteur d'au moins 12 m.

Technomath

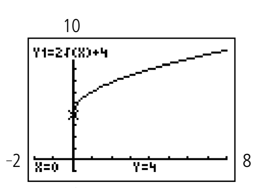
Page 35

a. Pour Y1, h = 1 et k = 2. Pour Y2, h = 4 et k = −3. Pour Y3, h = −3 et k = 4. Pour Y4, h = −2 et k = −1.

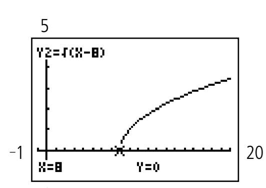
b. Dans le cas d'une fonction dont la règle est de la forme $y = a\sqrt{\pm(x - h)} + k$, les paramètres h et k correspondent respectivement à l'abscisse et à l'ordonnée du sommet de la courbe associée à cette fonction.

c. Il faut choisir X = −2.

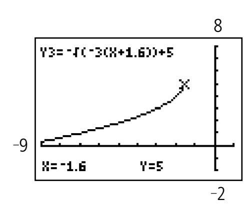
d. **1)**



2)



3)



Mise au point 1.2

Page 39

1. **a)** $\sqrt{42}$ **b)** $\sqrt{10}$ **c)** $\sqrt{165}$ **d)** $\sqrt{14}$

e) $\sqrt{1}$ **f)** $\sqrt{\frac{23}{2}}$ **g)** $\sqrt{128}$ **h)** $\sqrt{\frac{1}{30}}$

2. a) $\frac{5\sqrt{7}}{7}$ b) $-2\sqrt{3}$ c) $\frac{\sqrt{13}-\sqrt{2}}{11}$ d) $\frac{-(\sqrt{19}+\sqrt{42})}{23}$

e) $\frac{\sqrt{23}+\sqrt{14}}{9}$ f) $2(\sqrt{5}+\sqrt{11})$ g) $\frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$ h) $\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a-b}$

3. a) $4\sqrt{3}$ b) $10\sqrt{5}$ c) $5\sqrt{7}$ d) $3\sqrt{6}$

e) $10\sqrt{a}$ f) $-18\sqrt{b}$ g) $2c\sqrt{7}$ h) $4\sqrt{a+2b}$

4. a) $x = 79$ b) $x = 53$ c) $x = -16$ d) Aucune solution.

e) $x = -17{,}25$ f) $x = 49$ g) $x = 266$ h) $x = \frac{32}{29}$

5. a) $x \geq 9$

b) $x \geq -165$ et $x \leq 4$.

c) $x < \frac{-1797}{11}$

d) Aucune solution.

e) $x \leq 9$

f) $x \leq -12$

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 40

6. 1 G, 2 F, 3 H, 4 C, 5 D, 6 E, 7 A, 8 B

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 41

7. A f_2 B f_4 C f_3 D f_1

8. a) $x^2 = -9$
$x = \sqrt{-9} = \sqrt{9}\,\sqrt{-1} = 3i$

b) $-12 - x^2 = x^2 + 4$
$2x^2 = -16$
$x^2 = -8$
$x = \sqrt{-8} = \sqrt{8}\,\sqrt{-1} = \sqrt{8}\,i$

c) $3x^2 + 6 = -30 + 2x^2$
$x^2 = -36$
$x = \sqrt{-36} = \sqrt{36}\,\sqrt{-1} = 6i$

d) $i^2 + x^2 = 24i^2$
$x^2 = 23i^2$
$x = \sqrt{23i^2} = \sqrt{23}\,\sqrt{i^2} = \sqrt{23}\,i$

9.

Table A

x	y
3	**5**
4	3
12	−1
19	−3

Table B

x	y
−18	9
−11	6
−6	3
−2	**−3**

Table C

x	y
−5	−0,5
0	0
3	1,5
4	**2**

Table D

x	y
−8	**0**
−7	5
−4	10
1	15

a) $y = -2\sqrt{x-3} + 5$ | $y = 3\sqrt{-(x+2)} - 3$ | $y = -\sqrt{-(x-4)} + 2$ | $y = 5\sqrt{x+8}$

b) $\approx -0{,}29$ | Réponse non réelle. | Réponse non réelle. | $\approx 21{,}21$

c) $\left[3, \frac{37}{4}\right]$ | $]-\infty, -3]$ | $[0, 4]$ | $[-8, +\infty[$

10. a) i b) g c) h d) f

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 42

11. a) $y = 10\sqrt{x-1} + 3$ b) $y = -12\sqrt{-(x+7)} - 6$ c) $y = 4\sqrt{x-3}$

d) $y = -2\sqrt{x-4} + 31$ e) $y = -3\sqrt{-(x-10)} + 0{,}5$ f) $y = \frac{3}{20}\sqrt{x+\frac{1}{2}} - \frac{1}{5}$

12. a) $y = 2\sqrt{x+3} - 2$ **b)** $y = -0{,}5\sqrt{-(x-5)} + 3$ **c)** $y = -1{,}25\sqrt{x+4} + 3$

13. a)
$$\begin{aligned} 6 &= -10\sqrt{x-4} + 15 \\ \frac{-9}{10} &= \sqrt{x-4} \\ 0{,}81 &= x - 4 \\ x &= 4{,}81 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 6 &= 3\sqrt{-(x+2)} - 6 \\ 4 &= \sqrt{-(x+2)} \\ 16 &= -(x+2) \\ x &= -18 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 6{,}16 &= -0{,}4\sqrt{0{,}3 - x} \\ \sqrt{0{,}3 - x} &= -15{,}4 \end{aligned}$$
Aucune solution.

d)
$$\begin{aligned} 6 &= \tfrac{1}{2}\sqrt{7 - 9x} - 11 \\ 34 &= \sqrt{7 - 9x} \\ 1156 &= 7 - 9x \\ x &= -\frac{383}{3} \end{aligned}$$

14. a) $]16, +\infty[$ **b)** $]-\infty, -0{,}32]$ **c)** $[103, 255{,}5225[$ **d)** $[2{,}5, 514{,}5[$

15. a) Produit A :
$(h, k) = (0, -30)$
Point $(9, 115)$
$$\begin{aligned} 115 &= a\sqrt{9} - 30 \\ 3a &= 145 \\ a &= \frac{145}{3} \\ y &= \frac{145}{3}\sqrt{x} - 30 \end{aligned}$$

Produit B :
$(h, k) = (3, -40)$
Point $(7, 62)$
$$\begin{aligned} 62 &= a\sqrt{(7-3)} - 40 \\ 2a &= 102 \\ a &= 51 \\ y &= 51\sqrt{x-3} - 40 \end{aligned}$$

b) Produit A :
$$\begin{aligned} \frac{145}{3}\sqrt{x} - 30 &> 0 \\ \frac{145}{3}\sqrt{x} &> 30 \\ \sqrt{x} &> \frac{90}{145} \\ x &> 0{,}385 \end{aligned}$$

Produit B :
$$\begin{aligned} 51\sqrt{x-3} - 40 &> 0 \\ 51\sqrt{x-3} &> 40 \\ \sqrt{x-3} &> \frac{40}{51} \\ x &> 3{,}62 \end{aligned}$$

L'investissement minimal en publicité est environ de 385 $ pour le produit A et environ de 3620 $ pour le produit B.

c) Produit A :
$y_A = \frac{145}{3}\sqrt{13{,}5} - 30$
$y_A \approx 147{,}59$ $

Produit B :
$y_B = 51\sqrt{10{,}5} - 40$
$y_B \approx 125{,}26$ $

Le produit A génère un profit supérieur à celui qui est généré par le produit B.

d) Produit A :
$$\begin{aligned} y_A > 120 \Rightarrow \frac{145}{3}\sqrt{x} &> 150 \\ \sqrt{x} &> 3{,}103 \\ x &> 9{,}631 \end{aligned}$$

Produit B :
$$\begin{aligned} y_B > 120 \Rightarrow 51\sqrt{x-3} &> 160 \\ \sqrt{x-3} &> 3{,}137 \\ x - 3 &> 9{,}842 \\ x &> 12{,}842 \end{aligned}$$

Il faut que le montant de l'investissement en publicité soit supérieur d'environ 9631 $ pour le produit A, et supérieur d'environ 12 842 $ pour le produit B.

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 43

16. a) $(-6, -5)$

b) Domaine : $[-6, +\infty[$; codomaine : $[-5, +\infty[$.

c) *f* est croissante sur tout son domaine.

d) $-\frac{71}{16}$

e) *f* est négative sur $\left[-6, -\frac{71}{16}\right]$ et positive sur $\left[-\frac{71}{16}, +\infty\right[$.

17. a) $D_{\text{réelle}} = 50\sqrt{x}$

b) Puisque $D_{\text{bassin}} = 120$ s et que $D_{\text{réelle}} = 350$ s lorsque $x = 49$ m, on en déduit que la longueur L du modèle réduit est de 5,76 m.

c) Puisque L = 10 m et que $D_{réelle} = 350$ s lorsque $x = 49$ m, on en déduit que la durée de la manœuvre dans le bassin D_{bassin} est environ de 158 s.

d) Cette manœuvre dure environ 403,11 s, soit presque 7 min.

Mise au point 1.2 (*suite*)

18. a) $t = 1825$ jours.

Métal Ⓐ : $e = 0{,}08\sqrt{1725}$ ou $\approx 3{,}32$ μm.

Métal Ⓑ : $e = 0{,}1\sqrt{1625}$ ou $\approx 4{,}03$ μm.

Métal Ⓒ : $e = 0{,}06\sqrt{1765}$ ou $\approx 2{,}52$ μm.

Le métal Ⓒ produit la couche d'oxyde la moins épaisse.

b) Métal Ⓐ :

$$0{,}08\sqrt{t - 100} < 2$$
$$\sqrt{t - 100} < 25$$
$$t - 100 < 625$$
$$t < 725$$

Métal Ⓑ :

$$0{,}1\sqrt{t - 200} < 2$$
$$\sqrt{t - 200} < 20$$
$$t - 200 < 400$$
$$t < 600$$

Métal Ⓒ :

$$0{,}06\sqrt{t - 60} < 2$$
$$\sqrt{t - 60} < 33{,}\overline{3}$$
$$t - 60 < 1111{,}\overline{1}$$
$$t < 1171{,}\overline{1}$$

Le métal Ⓒ offre la plus longue durée de vie.

c)
$$0{,}65 = 0{,}13\sqrt{150 - \text{h}}$$
$$5 = \sqrt{150 - \text{h}}$$
$$25 = 150 - \text{h}$$
$$\text{h} = 125$$

19. a) À 10 jours :

$$\text{P}_0 = 0{,}1\text{P}\sqrt{10}$$
$$= 0{,}1(100\ 000)\sqrt{10}, \text{ soit } \approx 31\ 623 \text{ personnes infectées.}$$

Nombre de malades 15 jours après le début de l'épidémie :

$$y = {}^-0{,}1\text{P}\sqrt{(15 - 10)} + \text{P}_0$$
$$= {}^-10\ 000\sqrt{5} + 31\ 623, \text{ soit } \approx 9262 \text{ malades.}$$

b) Il faut résoudre l'équation $23\ 000 = {}^-200\ 000\sqrt{30 - \text{h}} + 200\ 000\sqrt{\text{h}}$.

Le traitement a commencé à être administré durant la 16^e^ journée, car h ≈ 15,45.

Mise au point 1.2 (*suite*)

20. a) 10 000 $

b) 1)
$$2000 = 1500\sqrt{x} + 10\ 000$$
$$1500\sqrt{x} = 8000$$
$$\sqrt{x} = 5{,}\overline{3}$$
$$x \approx 28{,}44 \text{ mois.}$$

2)
$$4000 = {}^-1500\sqrt{x} + 10\ 000$$
$$\sqrt{x} = 4$$
$$x = 16 \text{ mois.}$$

c)
$$v > 5000$$
$${}^-1500\sqrt{x} + 10\ 000 > 5000$$
$$\sqrt{x} < 3{,}\overline{3}$$
$$x < 11{,}1 \text{ mois.}$$

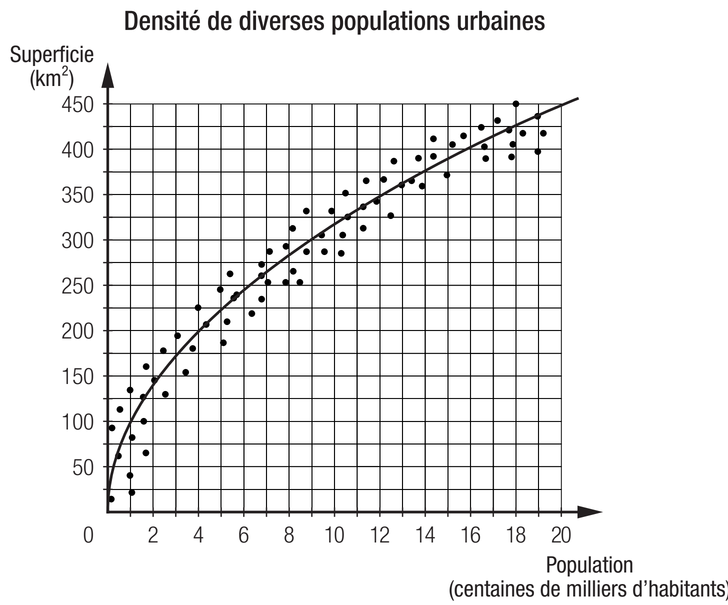
Pendant environ 11,11 mois, la valeur demeure supérieure à 5000 $.

d)
$$v = 0 = {}^-1500\sqrt{x} + 10\ 000$$
$$\sqrt{x} = \frac{10\ 000}{1500} = 6{,}\overline{6}$$
$$x = 44{,}\overline{4} \text{ mois.}$$

Le zéro est environ 44,44 mois et il représente le moment où la valeur de l'investissement est nulle.

21. a) Oui, car les points ne sont pas placés de façon aléatoire dans le plan cartésien et semblent suivre une certaine tendance.

b)



c) On considère (h, k) = (0, 0) et le point (19, 437,5).

$$y = a\sqrt{x}$$
$$437{,}5 = a\sqrt{19}$$
$$a = 100$$

$y = 100\sqrt{x}$, où x représente la population (en centaines de milliers d'habitants) et y, la superficie (en km^2).

d) Puisque 8 000 000 = 80 centaines de milliers d'habitants, on a $y = 100\sqrt{80}$, soit $\approx$ 894,43 km^2.

SECTION 1.3 La fonction valeur absolue

Problème

Page 46

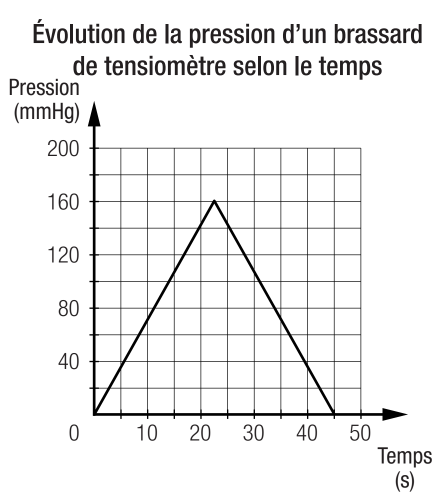
Plusieurs réponses possibles. Exemple :

Cette affirmation n'est pas valable. Même si, dans ce cas particulier, le résultat est le même, il peut y avoir des cas où le résultat ne le serait pas. Par exemple, $|5 - 8| - |{-14} \times 2|$ ne donne pas le même résultat si l'on utilise la méthode proposée par l'élève.

Activité 1

Page 47

a.



b. $x = 22{,}5$

c. 160 mmHg

d. $y = \frac{64}{9}x$ si $x \in [0, 22{,}5]$; $y = -\frac{64}{9}x + 320$ si $x \in [22{,}5, 45]$.

e. $105 = \frac{64}{9}x$ $105 = \frac{-64}{9}x + 320$

$x \approx 14{,}77$ s $x = \frac{21\,519}{64}$

$x \approx 30{,}23$ s

La pression du brassard est de 105 mmHg à environ 14,77 s et 30,23 s.

Activité 2

Page 48

a. À 30 s

b. 77 K

c. **1)** 197 K   **2)** 131 K   **3)** 317 K

d. **1)** Deux solutions.
2) Il faut soustraire 77, puis diviser le résultat par 6 : $107 = 6|x - 30| + 77 \Leftrightarrow 30 = 6|x - 30| \Leftrightarrow 5 = |x - 30|$
3) 5 et −5, car $|5| = 5$ et $|-5| = 5$.
4) À 25 s et à 35 s.

e. **1)** L'intervalle de temps pendant lequel la température est inférieure ou égale à 158 K.
2) Il faut soustraire 77, puis diviser le résultat par 6 : $6|x - 30| + 77 \leq 158 \Leftrightarrow 6|x - 30| \leq 81 \Leftrightarrow |x - 30| \leq 13{,}5$
3) 13,5 et −13,5, car $|13{,}5| = 13{,}5$ et $|-13{,}5| = 13{,}5$.
4) La température est inférieure ou égale à 158 K sur l'intervalle de temps [16,5, 43,5] s.

Technomath

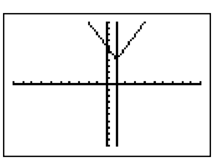
Page 49

a. Pour Y_1, a = 2, h = −6 et k = −4.   Pour Y_2, a = −1, h = 3 et k = −2.   Pour Y_3, a = 4, h = 7 et k = 0.

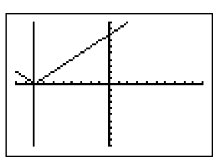
b. **1)** $x = -6$ **2)** $x = 3$ **3)** $x = 7$

c. L'équation de l'axe de symétrie de la courbe associée à une fonction valeur absolue dont la règle s'écrit sous la forme $y = a|x - h| + k$ est $x = h$.

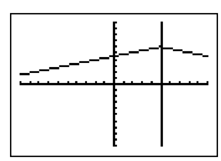
d. **1)**



2)



3)

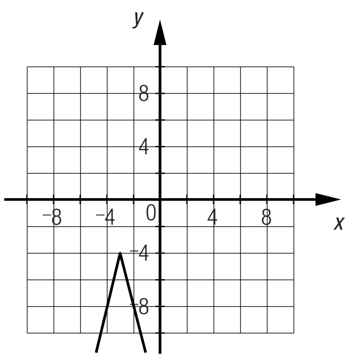


Mise au point 1.3

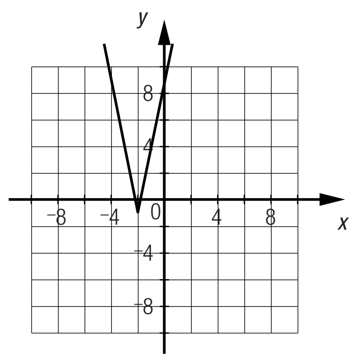
Page 53

1. **a)** **1)** 0,5 et −0,5. **2)** (7, 2)   **b)** **1)** −3 et 3. **2)** (−4, −5)   **c)** **1)** 1 et −1. **2)** (−2, −1)
d) **1)** −4 et 4. **2)** (−3, −4)   **e)** **1)** 5 et −5. **2)** (−2, −1)   **f)** **1)** −6 et 6. **2)** (1,5, 7)

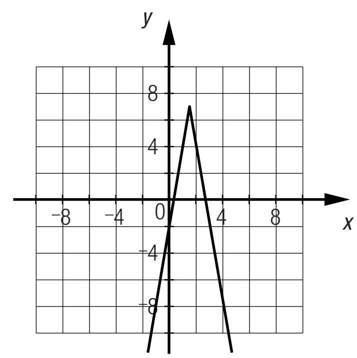
2. **a)**



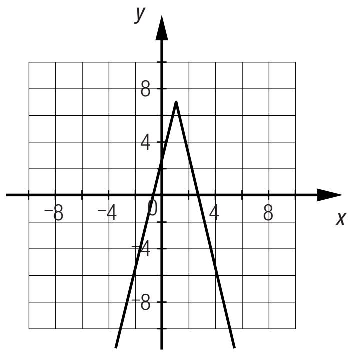
b)



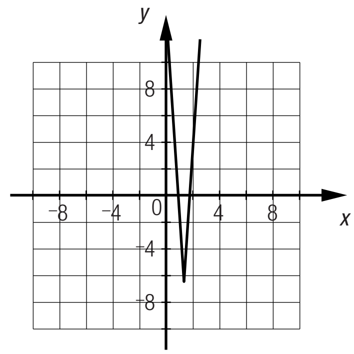
c)



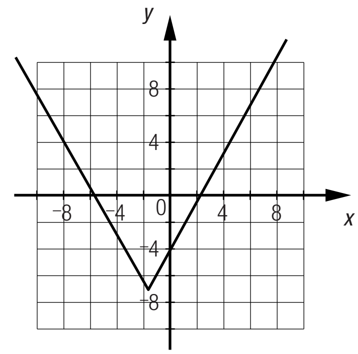
d)



e)



f)



3. a) $f(x) = -2{,}5|x - 8{,}5| - 2$ **b)** $f(x) = 6|x| - 8$ **c)** $f(x) = 2|x + 3| + 5$

d) $f(x) = -3{,}5|x + 9{,}4| + 2$ **e)** $f(x) = 10|x - 2| - 8{,}5$ **f)** $f(x) = -9|x - 7| - 6{,}5$

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 54**

4. a) 1) 12 **2)** 48 **3)** 10 **4)** 36 **5)** 9

6) 42 **7)** 5 **8)** 2 **9)** $\frac{-1}{2}$

b) $|a|^2 = |a| \times |a| = |a \times a| = |a^2|$

5. a) $f(x) = 2|x - 3|$ **b)** $f(x) = 4|x + 1|$ **c)** $f(x) = -3|x + 3| - 2$

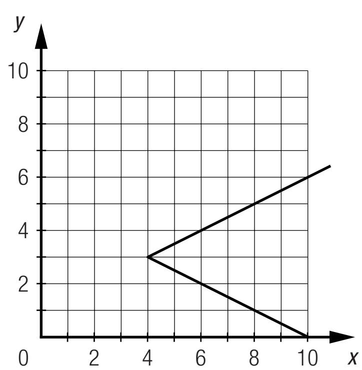
d) $f(x) = 2|x - 4| + 5$ **e)** $f(x) = -4|x - 2| + 1$ **f)** $f(x) = 6\left|x - \frac{2}{3}\right| + 3$

6. a) $x = 0$ et $x = -12$. **b)** Aucune solution. **c)** $x = -4$

d) $x = 0$ **e)** $x = 1{,}5$ et $x = -1{,}5$. **f)** Aucune solution.

g) Aucune solution. **h)** $x = -17$ et $x = -27$. **i)** $x = \frac{5}{7}$ et $x = \frac{13}{7}$.

7. a)



b) Non, car pour certaines valeurs de la variable indépendante est associée plus d'une valeur de la variable dépendante.

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 55**

8. a) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $[4, +\infty[$ **3)** Cette fonction n'a aucun zéro.

4) Cette fonction est croissante sur $[2, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 2]$.

5) Cette fonction est positive sur l'ensemble de son domaine.

b) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $]-\infty, 6]$ **3)** Les zéros sont -14 et 22.

4) Cette fonction est croissante sur $]-\infty, 4]$ et décroissante sur $[4, +\infty[$.

5) Cette fonction est négative sur $]-\infty, -14]$ et sur $[22, +\infty[$, positive sur $[-14, 22]$ et nulle à $x = -14$ et à $x = 22$.

c) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $[5, +\infty[$ **3)** Cette fonction n'a aucun zéro.

4) Cette fonction est croissante sur $[4, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 4]$.

5) Cette fonction est positive sur l'ensemble de son domaine.

d) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $[-3, +\infty[$ **3)** Les zéros sont 1,625 et 2,375.

4) Cette fonction est croissante sur $[2, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 2]$.

5) Cette fonction est positive sur $]-\infty, 1{,}625]$ et sur $[2{,}375, +\infty[$, négative sur $[1{,}625, 2{,}375]$ et nulle à $x = 1{,}625$ et à $x = 2{,}375$.

e) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $]-\infty, 1]$ **3)** Les zéros sont $x = 1{,}75$ et $x = 2{,}25$.

4) Cette fonction est croissante sur $]-\infty, 2]$ et décroissante sur $[2, +\infty[$.

5) Cette fonction est négative sur $]-\infty, 1{,}75]$ et sur $[2{,}25, +\infty[$, positive sur $[1{,}75, 2{,}25]$ et nulle à $x = 1{,}75$ et à $x = 2{,}25$.

f) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $\mathbb{R}_+$ **3)** Le zéro est $x = 2$.

4) Cette fonction est croissante sur $[2, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 2]$.

5) Cette fonction est positive sur l'ensemble de son domaine et nulle à $x = 2$.

9. a) $(h, k) = (-8, -8)$

Point $(-16, 8)$

$y = a|x + 8| - 8$
$8 = |-8|a - 8$
$8 = 8a - 8$
$a = 2$

$f(x) = 2|x + 8| - 8$

b) Les coordonnées du point d'intersection des droites BC et CD sont (1, 10). À l'aide de ce point et du point $(-8, -8)$, on a :

$y = a|x - 1| + 10$
$-8 = a|-8 - 1| + 10$
$9a = -18$
$a = -2$

$f(x) = -2|x - 1| + 10$

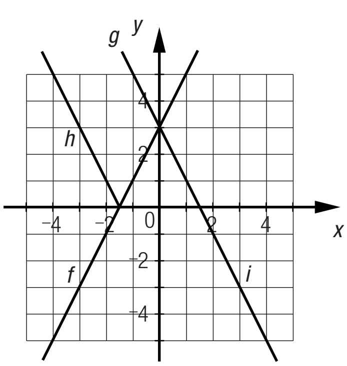
c) $(h, k) = (10, -8)$
$C(x, y) = (1, 10)$
$y = a|x - 10| + 8$
$10 = a|1 - 10| - 8$
$9a = 18$
$a = 2$
$f(x) = 2|x - 10| - 8$

10. a) $x \in]-1, 5[$ **b)** $x \in]-\infty, -2{,}6] \cup [1{,}4, +\infty[$ **c)** $x \in]-\infty, -10[\cup]-8, +\infty[$

d) $x \in]-\infty, -4] \cup [14, +\infty[$ **e)** $x \in [-3, 2]$ **f)** $\mathbb{R}$

g) $x \in]-\infty, -4{,}8] \cup [6{,}4, +\infty[$ **h)** $x \in]-\infty, 5[\cup]31, +\infty[$ **i)** $x \in]-\infty, -1{,}4] \cup [3, +\infty[$

11. a)



b) Chacune de ces courbes est partiellement superposée à celle de la fonction *f*.

12. a) $f(x) = 2|x + 1| + 2$ **b)** $f(x) = -5|x + 12|$ **c)** $f(x) = 3|x - 2| - 2$

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 56**

13. On détermine les coordonnées de (h, k).

$0{,}25x + 16 = -0{,}25x - 7$
$0{,}5x = -13$
$x = -26$

Lorsque $x = -26$, $y = \frac{26}{4} + 6 = -0{,}5$. Les coordonnées sont $(-26, -0{,}5)$.

$y = 0{,}25|x + 26| - 0{,}5$ et $y = -0{,}25|x + 26| - 0{,}5$.

14. Non. L'intersection de ces deux droites ne peut pas donner une paire de demi-droites symétriques par rapport à un axe vertical.

15. a) 1) $f + g = 2|x - 4| - 4$ **2)** $f - g = 8$ **3)** $g - f = {}^-8$

b) 1) Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $[{}^-4, {}^+\infty[$. **2)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : 8. **3)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : ⁻8.

16. La règle de la fonction est : $y = \frac{-8}{5}|x - 5| + 8$

A(x, 1) : $1 = \frac{-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{5}{8}$ B(x, 3) : $3 = \frac{-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{15}{8}$

C(x, 5) : $5 = \frac{-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{25}{8}$ D(x, 7) : $7 = \frac{-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{35}{8}$

E(x, 6) : la pente est $\frac{-8}{5}$ et les points de coordonnées (5, 8) et (x, 6) sont situés sur la courbe. On a :

$$\frac{8 - 6}{5x} = \frac{-8}{5}$$
$$5 - x = \frac{-5}{4}$$
$$x = \frac{25}{4}$$
$$x = 6{,}25$$

Pour une variation de 2 unités en y, la variation en x est de 1,25. On peut donc déduire les coordonnées des points F et G comme ceci :

F = (x, 4) : (6,25 + 1,25, 4) = (7,5, 4)

G = (8,75, 2)

Les coordonnées des sept points sont : A(0,625, 1) ; B(1,875, 3) ; C(3,125, 5) ; D(4,375, 7) ; E(6,25, 6) ; F(7,5, 4) ; G(8,75, 2).

17. a)
$$|x - 7| \times |x + 5| = 28$$
$$|(x - 7)(x + 5)| = 28$$
$$|x^2 - 2x - 35| = 28$$

$x^2 - 2x - 35 = 28$ $\quad$ ${}^-x^2 + 2x + 35 = 28$

$x^2 - 2x - 63 = 0$ $\quad$ $x^2 + 2x + 7 = 0$

$x = 9$ et $x = {}^-7$. $\quad$ $x \approx {}^-1{,}83$ et $x \approx 3{,}83$.

b) $x = 1$

c)
$$|2x^2 + 4x - 6| = 64$$
$$2x^2 + 4x - 6 = 64$$
$$2x^2 + 4x - 70 = 0$$
$$(2x + 14)(x - 5) = 0$$
$x = {}^-7$ et $x = 5$.

d)
$$|x + 4| = \sqrt{36}$$
$$|x + 4| = 6$$

${}^-4 - x = 6$ $\quad$ $x + 4 = 6$

$x = {}^-10$ $\quad$ $x = 2$

18. a) $f(x) = |x - 2| - 7$ **b)** $f(x) = {}^-2|x + 1| + 6$ **c)** $f(x) = 3|x - 5| + 1$

d) $f(x) = 1{,}5|x + 4| - 9$ **e)** $f(x) = 4|x - 6| - 3$ **f)** $f(x) = {}^-6|x + 3| + 8$

Mise au point 1.3 (*suite*)

Page 57

19. a) $f(x) = \begin{cases} {}^-0{,}75x + 9{,}5 \text{ si } x \leq 10 \\ 0{,}75x - 5{,}5 \text{ si } x \geq 10 \end{cases}$ **b)** $f(x) = \begin{cases} 1{,}8x \text{ si } x \leq 10 \\ {}^-1{,}8x + 36 \text{ si } x \geq 10 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} {}^-1{,}5x + 18 \text{ si } x \leq 12 \\ 1{,}5x - 18 \text{ si } x \geq 12 \end{cases}$ **d)** $f(x) = \begin{cases} {}^-2{,}6x + 15{,}7 \text{ si } x \geq {}^-5{,}5 \\ 2{,}6x + 44{,}3 \text{ si } x \leq {}^-5{,}5 \end{cases}$

20. a) $y = 2{,}5|x - 6| - 1$ **b)** $y = {}^-2{,}5|x - 4| - 2$ **c)** $y = 2{,}5|x + 4| + 2$ **d)** $y = 2{,}5|x - 4| + 2$

21. $y = 2|x - 1{,}75| + 2{,}5$; $y = {}^-2|x - 1{,}75| + 2{,}5$; $y = 2|x + 0{,}75| - 2{,}5$; $y = {}^-2|x + 0{,}75| - 2{,}5$; $y = 1{,}5\left|x - \frac{2}{3}\right| + 2$; $y = {}^-1{,}5\left|x - \frac{2}{3}\right| + 2$

Mise au point 1.3 (*suite*)

22. (h, k) = (5, 9) et (x, y) = (0, ⁻5).

$-3 = a|0 - 5| + 9$

$a = \frac{12}{5}$

La règle de la fonction est $y = \frac{12}{5}|x - 5| + 9$.

$\frac{12}{5}|x - 5| + 9 \geq 0$

$|x - 5| \geq -3{,}75$

$x - 5 \geq -3{,}75$ $5 - x \geq -3{,}75$

$x \geq 1{,}75$ $x \leq 8{,}75 \Rightarrow 7{,}5$ jours

La température a été supérieure ou égale au point de congélation pendant 7,5 jours.

23. a) (h, k) = (8, 12), alors :

$-1{,}5|x - 8| + 12 = 6{,}3$

$x - 8 = 3{,}8$ et $8 - x = 3{,}8$

$x = 11{,}8$ $x = 4{,}2$

Base du triangle : 7,6

Hauteur du triangle : $12 - 6{,}3 = 5{,}7$

Aire du triangle : $\frac{7{,}6(5{,}7)}{2} = 21{,}66$ u²

b) (h, k) = (10, 1), alors :

$2|x - 10| + 1 = 15{,}02$

$|x - 10| = 7{,}01$

$x = 17{,}01$ et $x = 2{,}99$.

Base du triangle : $17{,}01 - 2{,}99 = 14{,}02$

Hauteur du triangle : 14,02

Aire du triangle : $\approx 98{,}28$ u²

24. $-0{,}25|t - 4| + 6 \geq 5$

$-0{,}25|t - 4| \geq -1$

$|t - 4| \leq 4$

$t - 4 \leq 4$ et $4 - t \leq 4$

$t \leq 8$ $t \geq 0$

Pendant 8 jours, cette voie a été praticable.

Mise au point 1.3 (*suite*)

25. $1{,}25|n - 8| - 5 < 0$

$1{,}25|n - 8| < 5$

$|n - 8| < 4$

$n - 8 < 4$ et $8 - n < 4$

$n < 12$ $n > 4$

Pendant 8 h, la température a été au-dessous du point de congélation.

26. • Déterminer pendant combien de temps le taux d'humidité a été inférieur ou égal à 25 %.

$25 \geq 1{,}2|x - 6| + 20$

$25 = 1{,}2|x - 6| + 20$

$10{,}1\overline{6} = x$ et $1{,}8\overline{3} = x$.

Le taux d'humidité a été inférieur ou égal à 25 % pendant $10{,}1\overline{6} - 1{,}8\overline{3} = 8{,}\overline{3}$ h.

Les gicleurs ont été en marche pendant 8 h 20 min.

• Calculer la quantité d'eau utilisée pour l'arrosage.

Le système a consommé 12 L/h pendant $8{,}\overline{3}$ h, c'est-à-dire 100 L.

27. a) 15 000 tours/min.

b) À 30 s.

c) 1) $1000 < -500|t - 30| + 15\,000$

$t = 2$ et $t = 58$.

La vitesse est supérieure à 1000 tours/min lorsque $2 < x < 58$.

La vitesse est supérieure à 1000 tours/min pendant moins de 56 s.

2) $10\,000 < -500|t - 30| + 15\,000$

$t = 20$ et $t = 40$.

La vitesse est supérieure à 10 000 tours/min lorsque $20 < x < 40$.

La vitesse est supérieure à 10 000 tours/min pendant moins de 20 s.

3) $12\ 000 < {}^-500|t - 30| + 15\ 000$
$t = 24$ et $t = 36$.
La vitesse est supérieure à 12 000 tours/min lorsque $24 < x < 36$.
La vitesse est supérieure à 12 000 tours/min pendant moins de 12 s.

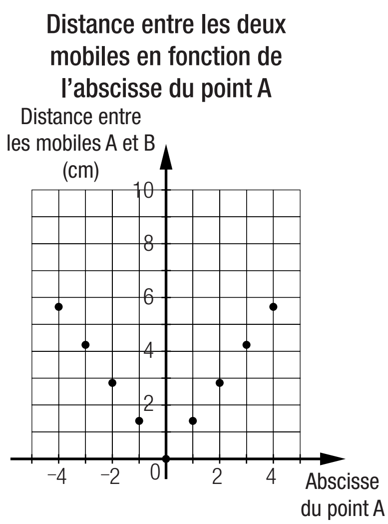
28. $14{,}3 \leq {}^-1{,}5|x - 12| + 17$
$13{,}8 = x$ et $10{,}2 = x$.
La tension est supérieure ou égale à 14,3 V si $10{,}2 \leq x \leq 13{,}8$.
La tension est supérieure ou égale à 14,3 V pendant $13{,}8 - 10{,}2 = 3{,}6$ h.
Le circuit est coupé pendant 3,6 h.

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 60**

29. a)

Abscisse du point A	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
Distance entre les mobiles A et B (cm)	$\mathbf{4\sqrt{2}}$	$\mathbf{3\sqrt{2}}$	$\mathbf{2\sqrt{2}}$	$\mathbf{\sqrt{2}}$	**0**	$\mathbf{\sqrt{2}}$	$\mathbf{2\sqrt{2}}$	$\mathbf{3\sqrt{2}}$	$\mathbf{4\sqrt{2}}$

b)



c) À une fonction valeur absolue.

d) Oui, car chacune des deux expressions permet de considérer un nombre *n* sans tenir compte de son signe.

30. a) L'incertitude absolue est de 0,9°.

b) 1) ≈ 7,7 % ; ≈ 5,4 % ; ≈ 9,4 % ; ≈ 7,8 % ; ≈ 9,9 % ; ≈ 4,2 % ; ≈ 9,4 % ; ≈ 5,0 % ; ≈ 7,0 %
2) ≈ 9,9 % ; ≈ 9,8 % ; ≈ 9,4 % ; ≈ 11,7 % ; ≈ 11,1 % ; ≈ 7,6 % ; ≈ 10,6 % ; ≈ 9,0 % ; ≈ 10,5 %

c) ≈ 7,3 %

d) Il a raison, car la valeur absolue d'un quotient est égale au quotient des valeurs absolues.

SECTION 1.4 La fonction rationnelle

Problème **Page 61**

- Règle qui permet de déterminer le nombre y de dents de la roue **B** selon le nombre x de dents de la roue **A** : $y = 3x + 2$.
- Règle qui permet de déterminer le nombre y de dents de la roue **C** selon de nombre x de dents de la roue **A** : $y = 4x + 1$.
- Lorsque la roue **B** effectue un tour, la roue **C** effectue une fraction de tour qui correspond à l'expression $\frac{3x + 2}{4x + 1}$, où x correspond au nombre de dents de la roue **A.**

La roue **C** effectue $\frac{9}{100}$ de tour.

Activité 1

Page 62

a. 1

b. **1)**

A (V)	4	7,6	9,5	9,7	9,9	9,99	10
R	**≈ 2,33**	**≈ 7,33**	**39**	**≈ 65,67**	**199**	**1999**	**indéfini**

2) La valeur de R est de plus en plus grande, elle tend vers l'infini.
3) $x = 10$

c. **1)** L'amplitude de l'onde pour que le rapport soit égal à 30.
2) L'amplitude A de l'onde réfléchie doit être égale à environ 9,35 V pour que le rapport d'onde stationnaire soit 30.

d. **1)** L'amplitude de l'onde pour que le rapport soit supérieur à 35.
2) L'amplitude A de l'onde réfléchie doit se situer entre environ 9,44 et 10 V pour que le rapport soit supérieur à 35.

e. $(10 + A) \div (10 - A) = (A + 10) \div (^-A + 10)$

$$\begin{array}{r|l} A + 10 & ^-A + 10 \\ \hline -\quad A - 10 & ^-1 \\ \hline 20 & \end{array}$$

Donc, $(10 + A) \div (10 - A) = {}^-1 + \dfrac{20}{10 - A}$

Puisque $(10 + A) \div (10 - A) = {}^-1 + \dfrac{20}{10 - A}$, la règle $R = \dfrac{10 + A}{10 - A}$ peut aussi s'écrire $R = {}^-1 + \dfrac{20}{10 - A}$.

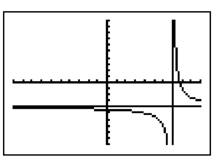
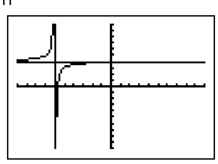
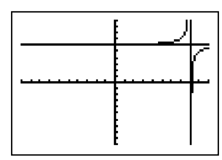
Technomath

Page 63

a. Pour Y1 : a = $^-2$, h = $^-5$ et k = $^-6$. Pour Y2 : a = 5, h = 2 et k = 3.

b. **1)** $y = {}^-6$ **2)** $x = {}^-5$ **3)** $y = 3$ **4)** $x = 2$

c. Les équations des asymptotes de la courbe associée à une fonction rationnelle dont la règle s'écrit sous la forme $y = \dfrac{\mathrm{a}}{x - \mathrm{h}} + \mathrm{k}$ sont $x = \mathrm{h}$ et $y = \mathrm{k}$.

d. **1)**

2)

3)


Mise au point 1.4

Page 67

1. a) $f(x) = \dfrac{14}{x - 2} + 3$ **b)** $f(x) = \dfrac{^-2}{x - 1} + 2$ **c)** $f(x) = \dfrac{^-7}{x - 3} - 4$ **d)** $f(x) = \dfrac{1}{2}$ **e)** $f(x) = \dfrac{^-4{,}5}{x - \frac{9}{4}} - 1$

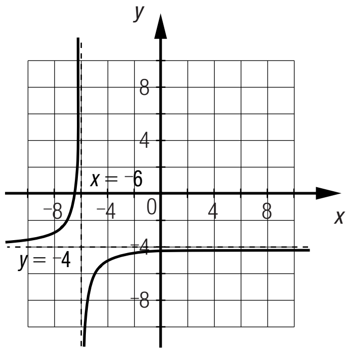
f) $f(x) = \dfrac{1{,}3125}{x + \frac{5}{4}} - \dfrac{1}{4}$ **g)** $f(x) = \dfrac{14}{x - 7} + 2$ **h)** $f(x) = \dfrac{3{,}25}{x + \frac{3}{4}} - 2$ **i)** $f(x) = \dfrac{7}{x - 2} - 1$

2. a) **1)** $y = 5$ **2)** $x = 3$ **3)** $(3, 5)$ **b)** **1)** $y = {}^-5$ **2)** $x = {}^-2$ **3)** $(^-2, {}^-5)$
c) **1)** $y = {}^-2$ **2)** $x = 3$ **3)** $(3, {}^-2)$

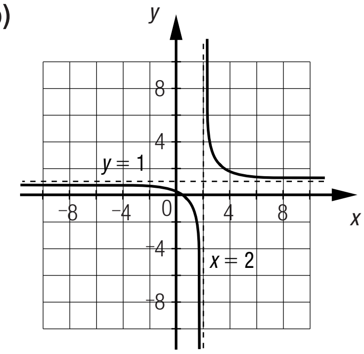
3. a) $f(x) = \dfrac{3}{x}$ **b)** $f(x) = \dfrac{^-3}{x}$ **c)** $f(x) = \dfrac{5}{x - 2} + 3$
d) $f(x) = \dfrac{1{,}5}{x + 4} - 4$ **e)** $f(x) = \dfrac{^-0{,}25}{x - 5}$ **f)** $f(x) = \dfrac{^-2}{x - 2} - 1$

Mise au point 1.4 (*suite*)

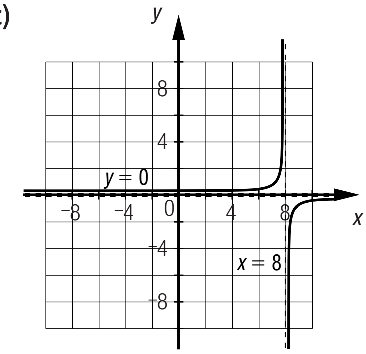
4. a)



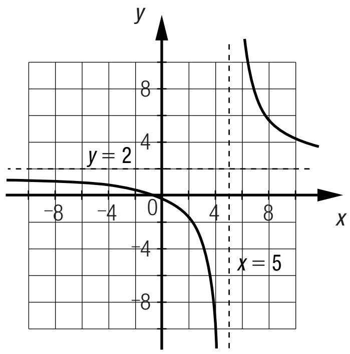
b)



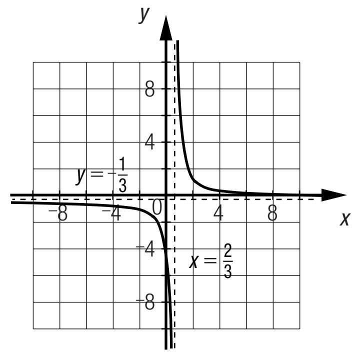
c)



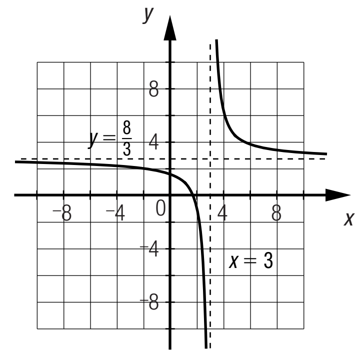
d)



e)



f)



5. a) 1) $f^{-1}(x) = \frac{-5}{3(x-3)} + 4$ **2)** $f^{-1}(x) = \frac{1}{3(x+2)} + 2$ **3)** $f^{-1}(x) = \frac{-1}{x-2} + 1$

4) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x-1} + 5$ **5)** $f^{-1}(x) = -\frac{1}{x}$ **6)** $f^{-1}(x) = \frac{25}{x-16} - 9$

b) La réciproque d'une fonction rationnelle est aussi une fonction rationnelle.

6. a) $x = \frac{37}{11}$ **b)** $x = -\frac{57}{23}$ **c)** $x = -\frac{39}{14}$ **d)** $x = \frac{58}{7}$ **e)** Aucune solution.

f) $x = \frac{2}{3}$ **g)** $x = 7$ **h)** $x = 3$ **i)** $x = -\frac{112}{109}$

7. a) $(f + g)(x) = \frac{-4}{x+2} + \frac{3x}{2x+4} = \frac{-8}{2(x+2)} + \frac{3x-8}{2x+4} = \frac{3x-8}{2x+4}$

b) $(f \times g)(x) = \frac{-4}{x+2} \times \frac{3x}{2x+4} = \frac{-12x}{2x^2+8x+8} = \frac{-6x}{x^2+4x+4}$

c) $(f \div g)(x) = \frac{\frac{-4}{x+2}}{\frac{3x}{2x+4}} = \frac{-4}{x+2} \times \frac{2x+4}{3x} = \frac{-4(2(x+2))}{3x(x+2)} = -\frac{8}{3x}$

d) $(g - f)(x) = \frac{3x}{2x+4} + \frac{4}{x+2} = \frac{3x}{2x+4} + \frac{2(4)}{2x+4} = \frac{3x+8}{2x+4}$

e) $g(f(x)) = \frac{3\left(\frac{-4}{x+2}\right)}{2\left(\frac{-4}{x+2}\right) + 4}$

$= \frac{12}{-3{,}4(x+2)}$

$= \frac{-12}{-8+4x+8}$

$= \frac{-12}{4x}$

$= -\frac{3}{x}$

8. a) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2x^2-5x-12}{2x+3} = \frac{(2x+3)(x-4)}{2x+3} = x - 4$. À une fonction polynomiale de degré 1.

b) $\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{2x+3}{2x^2-5x-12} = \frac{2x+3}{(2x+3)(x-4)} = \frac{1}{x-4}$. À une fonction rationnelle.

Mise au point 1.4 (*suite*) **Page 69**

9. a) 1) $\mathbb{R} \setminus \{7\}$ **2)** $\mathbb{R}^*$ **3)** Cette fonction n'a aucun zéro. **4)** Cette fonction est croissante.
5) Cette fonction est positive si $x < 7$ et négative si $x > 7$.

b) 1) $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ **2)** $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ **3)** 1 **4)** Cette fonction est décroissante.
5) Cette fonction est positive si $x \leq 1$ et $x > 3$, et négative si $x \geq 1$ et $x < 3$.

c) 1) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ **2)** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ **3)** 2,5 **4)** Cette fonction est décroissante.
5) Cette fonction est positive si $x \leq 2{,}5$ et $x > 4$, et négative si $x \geq 2{,}5$ et $x < 4$.

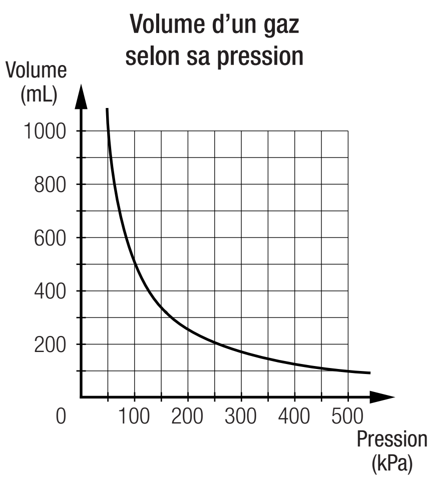
d) 1) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **2)** $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ **3)** $-0{,}6$ **4)** Cette fonction est croissante.
5) Cette fonction est positive si $x < -1$ et $x \geq -0{,}6$, et négative si $x > -1$ et $x \leq -0{,}6$.

e) 1) $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ **2)** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ **3)** 6 **4)** Cette fonction est croissante.
5) Cette fonction est positive si $x \geq 6$ et $x < -3$, et négative si $x > -3$ et $x \leq 6$.

f) 1) $\mathbb{R} \setminus \{7\}$ **2)** $\mathbb{R} \setminus \{8\}$ **3)** $\frac{55}{8}$ **4)** Cette fonction est décroissante.
5) Cette fonction est positive si $x \leq \frac{55}{8}$ et $x > 7$, et négative si $x \geq \frac{55}{8}$ et $x < 7$.

10. a) $x < \frac{43}{6}$ et $x > 8$. **b)** $x < -\frac{1}{4}$ et $x > -\frac{9}{40}$. **c)** $-\frac{2}{9} < x \leq -\frac{13}{81}$ **d)** $x \leq \frac{13}{7}$ et $x > \frac{8}{3}$. **e)** $x < 0$ et $x \geq \frac{2}{5}$.
f) $\frac{3}{2} < x \leq \frac{11}{5}$ **g)** $x > -\frac{1}{3}$ et $x < -\frac{7}{36}$. **h)** $x < \frac{1}{7}$ et $x \geq \frac{35}{13}$. **i)** $x > -3$ et $x \leq -\frac{47}{21}$.

11. a)



b) Le volume de ce gaz est environ de 588,24 mL.

c) (h, k) = (0, 0)
Point (500, 100)

$y = \frac{a}{x - h} + k$

$100 = \frac{a}{500}$

$a = 50\ 000$

$V = \frac{50\ 000}{P}$, donc $P = \frac{50\ 000}{V}$, où P représente la pression (en kPa) et V, le volume (en mL).

d) 250 kPa

Mise au point 1.4 (*suite*) **Page 70**

12. a) 1) • Volume initial du liquide A : 15 mL (temps 0).
• Ajout de liquide à raison de 2 mL/min.
Donc $V = 15 + 2x$.

2) • Volume initial du liquide B : 50 mL.
• Ajout de liquide à raison de 1 mL /min.
Donc $V = 50 + x$.

3) • Volume initial du mélange : 65 mL.
• Ajout de liquide à raison de 3 mL /min.
Donc $V = 65 + 3x$.

4) $C = \frac{2x + 15}{3x + 65} \times 100$, où C représente la concentration (en %) du liquide A dans ce mélange.

b) $\dfrac{15 + 2x}{65 + 3x} = 0{,}5$

$15 + 2x = 32{,}5 + 1{,}5x$

$0{,}5x = 17{,}5$

$x = 35$

Après 35 min.

13. a) **1)** Il s'agit de deux fonctions polynomiales de degré 1.

2) La valeur initiale de F est 14 MHz et celle de B est 10 kHz.

3) F n'a pas de zéro dans le présent contexte. Celui de B est 100 kHz.

4) La fonction F est croissante et la fonction B est décroissante.

b) **1)** $\dfrac{F}{B} = \dfrac{14 + 0{,}001t}{10 - 0{,}1t}$. Il s'agit d'une fonction rationnelle.

2) $\dfrac{F}{B} = \dfrac{14 + 0{,}001(0)}{10 - 0{,}1(0)} = 1{,}4$

3) $0 = \dfrac{14 + 0{,}001t}{10 - 0{,}1t}$

$t = {^-}14\,000$, mais Q est définie pour $0 < t < 100$. La fonction n'a donc pas de zéro dans ce contexte.

4) À $t = 0$, $Q = 64$ et à $t = 50$, $Q = 2{,}81$. Cette fonction est croissante.

c) **1)** $\dfrac{14 + 0{,}001t}{10 - 0{,}1t} = 2{,}34$

$t = 40$ s

2) Puisque la fonction est croissante, $0 \leq t < 40$.

3) $\dfrac{14 + 0{,}001t}{10 - 0{,}1t} > 4$

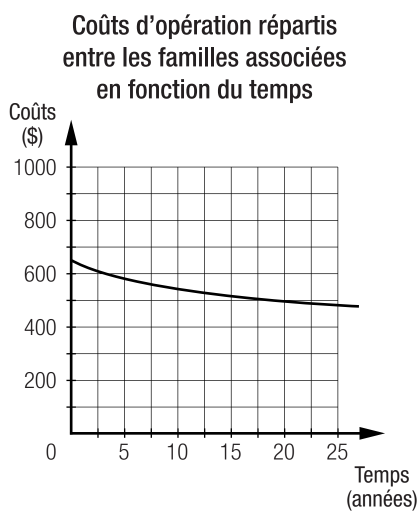
$t > 64{,}84$ et $t < 100$ s.

4) $2{,}34 < Q < 4$

D'après **1)** et **3)**, lorsque $40 < t < 64{,}84$.

14. a) $R = \dfrac{16\,250 + 800x}{25 + 2x}$, où R représente la répartition des coûts d'opération (en \$) et x, le temps (en années).

b)



c) La répartition des coûts diminue.

d) Vers 400 $ par famille. C'est la valeur associée à l'asymptote horizontale, vers laquelle la courbe tend de plus en plus.

Mise au point 1.4 (*suite*) **Page 71**

15. a)

	f	***g***	$\boldsymbol{\frac{f}{g}}$	$\boldsymbol{\frac{g}{f}}$
Valeur initiale	**5**	**8**	$\boldsymbol{\frac{5}{8}}$	$\boldsymbol{\frac{8}{5}}$
Zéro	**⁻5**	**16**	**⁻5**	**16**
Équation de l'asymptote horizontale			$\boldsymbol{y = {^-}2}$	$\boldsymbol{y = {^-}\frac{1}{2}}$
Équation de l'asymptote verticale			$\boldsymbol{x = 16}$	$\boldsymbol{x = {^-}5}$

b) Le quotient des valeurs initiales des deux fonctions polynomiales de degré 1 donne la valeur initiale de la fonction correspondant au quotient de ces deux fonctions.

c) **1)** Le zéro de la fonction polynomiale de degré 1 qui se trouve au numérateur de l'expression rationnelle correspond au zéro de la fonction correspondant au quotient de ces deux fonctions.

2) Le zéro de la fonction polynomiale de degré 1 qui se trouve au dénominateur de l'expression rationnelle donne l'asymptote verticale de la fonction correspondant au quotient de ces deux fonctions.

16. Par le troisième énoncé, k = 2. On a donc : $y = \frac{a}{x - h} + 2$

Par le premier énoncé, on sait que $15 = \frac{a}{121 - h} + 2$, donc $13(121 - h) = a$.

Par le deuxième énoncé, on sait que $3 = \frac{a}{134 - h} + 2$, donc $(134 - h) = a$.

$$\begin{aligned} 1573 - 13h &= 134 - h \\ 1439 &= 12h \\ h &= \frac{1439}{12} \end{aligned}$$

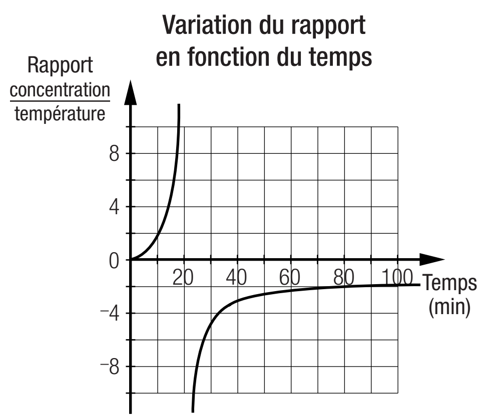
$$\begin{aligned} a &= 134 - h \\ &= 134 - \frac{1439}{12} \\ &= \frac{169}{12} \end{aligned}$$

$$D = \frac{\frac{169}{12}}{x - \frac{1439}{12}} + 2 \text{ ou } D = \frac{169}{12x - 1439} + 2,$$

où D représente la durée d'un cycle de stérilisation (en min) et x, la température (en °C).

Mise au point 1.4 (*suite*) **Page 72**

17. a)



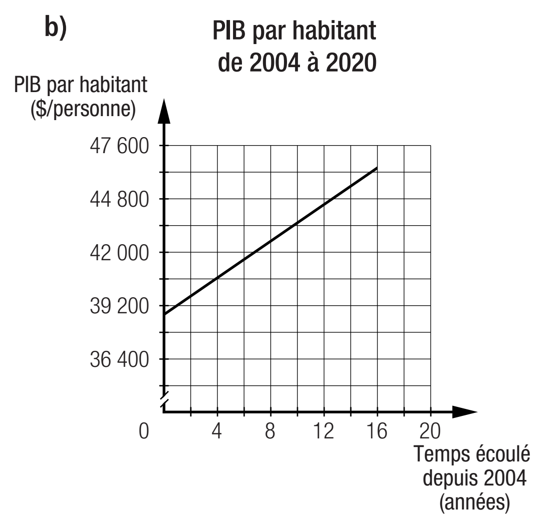
b) La règle associée à cette situation est $y = \frac{-16}{x - 20}$.
Donc $\frac{-16}{x - 20} < 1,5$ et $x > \frac{28}{3}$ min.

18. a) $L = \frac{3 \times 10^8}{F}$, où L est la longueur d'onde (en m) et F, la fréquence (en Hz).

b) 1) $\approx 5,07$ m **2)** $\approx 7,05$ m **3)** $\approx 0,49$ m

19. a) $P = \frac{3,125 \times 10^{10}x + 1,275 \times 10^{12}}{3,25 \times 10^5 x + 3,3 \times 10^7}$, où P représente le PIB par habitant (en \$/personne) et x, le temps (en années) écoulé depuis 2004.

b)



c) Le PIB par habitant est croissant.

d) Le PIB par habitant tend à se stabiliser à très long terme, à environ 91 153,85 \$/personne.

Mise au point 1.4 (*suite*)

20. a) 1) $U = 5 + 3x$ **2)** $P = 1 + x$ **3)** $R = \frac{5 + 3x}{1 + x}$

b) $\mathbb{R}_+^*$ **c)** 5 **d)** $]3, 5]$ **e)** La valeur de R se rapproche de plus en plus de 3.

f) $\frac{5 + 3x}{1 + x} = 3{,}2$

$5 + 3x = 3{,}2 + 3{,}2x$

$0{,}2x = 1{,}8 \Rightarrow x = 9$ mois

Le système cesse de fonctionner après 9 mois.

21. a) $C = \frac{500 + 2{,}35n}{n}$ **b)** C se rapproche de plus en plus de 2,35 $.

c) $\frac{500 + 2{,}35n}{n} = 3$

$500 + 2{,}35n = 3n$

$500 = 0{,}65n$

$n = \frac{500}{0{,}65}$

$n \approx 769{,}23$

Il faut fabriquer au moins 770 puces.

22. a) $f(x) = \frac{\mathrm{a}}{x - \mathrm{h}}$

Point (0, 25) $\Rightarrow 25 = \frac{\mathrm{a}}{0 - \mathrm{h}} \Rightarrow \mathrm{a} = {}^-25\mathrm{h}$

Point (20, 13) $\Rightarrow 13 = \frac{\mathrm{a}}{20 - \mathrm{h}} \Rightarrow \mathrm{a} = 13(20 - \mathrm{h})$

Par comparaison :

${}^-25\mathrm{h} = 13(20 - \mathrm{h})$

${}^-25\mathrm{h} = 260 - 13\mathrm{h}$

$12\mathrm{h} = {}^-260$

$\mathrm{h} = \frac{{}^-260}{12} = \frac{{}^-65}{3}$

$\mathrm{a} = {}^-25\mathrm{h} = {}^-25\frac{({}^-65)}{3} = \frac{1625}{3}$

$T = \frac{\frac{1625}{3}}{x + \frac{65}{3}}$, où T représente le temps de dissolution du solide (en min) et x, la température (en °C).

b) 1) $T = 5 \Rightarrow \frac{1625}{3x + 65} = 5$

$1625 = 15x + 325$

$1300 = 15x$

$x \approx 86{,}7$ °C

À environ 86,7 °C.

2) $\frac{1625}{3x + 65} = 10$

$1625 = 30x + 650$

$30x = 975$

$x = 32{,}5$ °C

À une température supérieure à 32,5 °C.

3) $\frac{1625}{3x + 65} = 30$

$1625 = 90x + 1950$

$90x = {}^-325$

$x \approx {}^-3{,}61$ °C

À une température supérieure à environ −3,61 °C.

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 1

Chronique du passé

1. $B_2(B_1(x)) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6} = \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - x + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = x^2 - 2x + \frac{11}{12}$

2. a) $V = 0{,}45\sqrt{300 - 87}$
$V \approx 6{,}57$ m/s

b) $V = 0{,}45\sqrt{300 - 108}$
$V \approx 6{,}24$ m/s

c) $V = 0{,}45\sqrt{300 - 185}$
$V \approx 4{,}83$ m/s

3. a) $6{,}5 = 0{,}45\sqrt{300 - p} \Rightarrow 208{,}64 = (300 - p) \Rightarrow p \approx 91{,}36$ kPa

b) $5{,}2 = 0{,}45\sqrt{300 - p} \Rightarrow 133{,}53 = (300 - p) \Rightarrow p \approx 166{,}47$ kPa

c) $2 = 0{,}45\sqrt{300 - p} \Rightarrow 19{,}75 = (300 - p) \Rightarrow p \approx 280{,}25$ kPa

4. a) $F = \frac{3v}{2l} = \frac{3(325)}{2(2{,}58)} \approx 188{,}95$ Hz **b)** $F = \frac{3v}{2l} = \frac{3(325)}{2(1{,}75)} \approx 278{,}57$ Hz **c)** $F = \frac{3v}{2l} = \frac{3(325)}{2(0{,}6)} = 812{,}5$ Hz

5. $F = \frac{3v}{2l}$

$l = \frac{3v}{2F}$

$0{,}5l = 0{,}5\frac{3v}{2F}$

$2F = 0{,}5\frac{3v}{l}$

$2F = \frac{3v}{\frac{1}{2}(2l)}$

Le monde du travail

Page 77

1. • Règle de la fonction valeur absolue : $y = \frac{-5}{4}|x - 7| + 11$.

• Inéquation associée à la situation : $\frac{-5}{4}|x - 7| + 11 \geq 8$.

• Valeurs de x qui vérifient l'équation : $x = 4{,}6$ et $x = 9{,}4$.

• Donc : $9{,}4 - 4{,}6 = 4{,}8$ min.

La production est maximale pendant 4,8 min.

2. Règle de la fonction racine carrée :

$$f(x) = 400\sqrt{x - 500} + 8000$$
$$f(550) = 400\sqrt{400} + 8000 = 16\,000\ \$$$

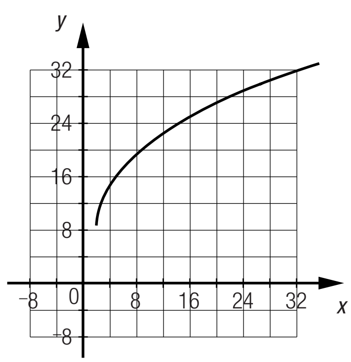
3. a) $y = \frac{10 + 3x}{4 + x}$, où y représente la production moyenne par puits (en \$) et x, le nombre de nouveaux puits forés.

b) $2{,}9 = \frac{10 + 3x}{4 + x} \Rightarrow 11{,}6 + 2{,}9x = 10 + 3x \Rightarrow 0{,}1x = 1{,}6 \Rightarrow x = 16$ puits.

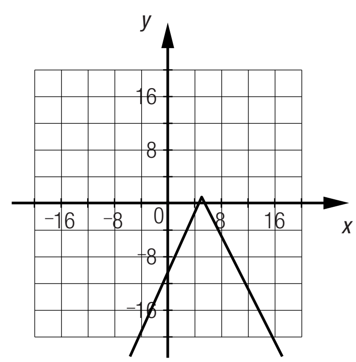
Vue d'ensemble

Page 78

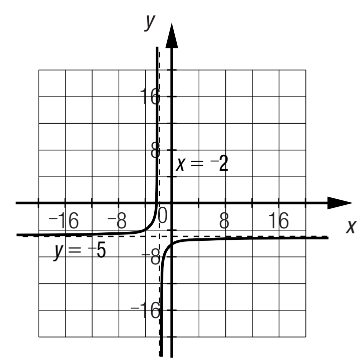
1. a)



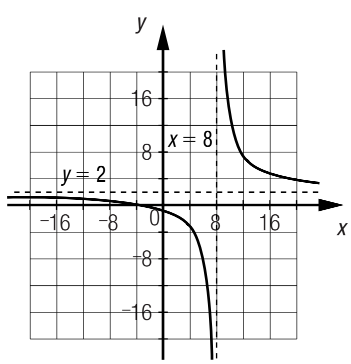
b)



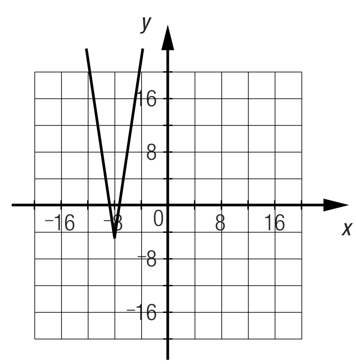
c)



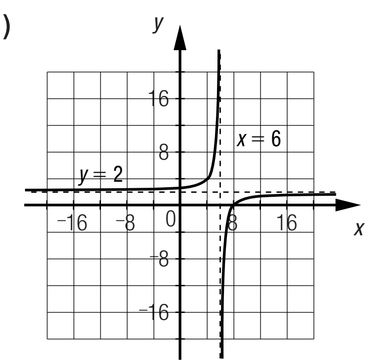
d)



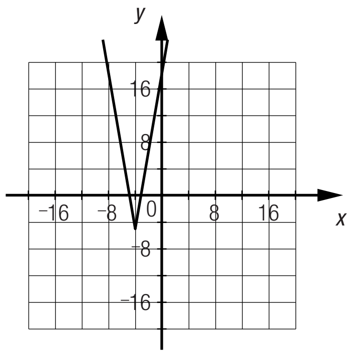
e)



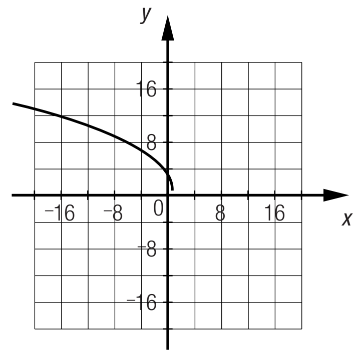
f)



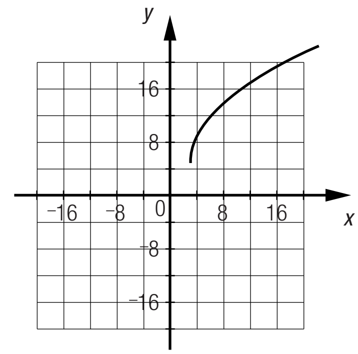
g)



h)



i)



2. a) $x = 4$ **b)** Aucune solution. **c)** $x = 78$ **d)** Aucune solution.
e) $x = 0{,}56$ **f)** $x = \frac{11}{19}$ **g)** Aucune solution. **h)** $x = \frac{1}{3}$ et $x = \frac{11}{3}$.
i) $x = {}^-33$ **j)** $x = {}^-\frac{19}{2}$ **k)** $x = 3$ **l)** $x = 10$

3. a) ${}^-1 < x < 5$ **b)** $3 < x < 4$ **c)** ${}^-\frac{29}{7} < x \leq 1$ **d)** Aucune solution.
e) $x \leq {}^-6$ **f)** $x < 1$ et $x > 1{,}5$. **g)** ${}^-1 \leq x < 2$ **h)** $x < {}^-2$
i) $x \leq {}^-6{,}5$ et $x \geq 2{,}5$. **j)** $x < 0$ **k)** Aucune solution. **l)** Aucune solution.

4. a) 60 m/s
b) ${}^-12\sqrt{5t} + 60 = 0 \Rightarrow 12\sqrt{5t} = 60 \Rightarrow \sqrt{5t} = 5 \Rightarrow 5t = 25 \Rightarrow t = 5$. Le mobile s'immobilise à 5 s.
c) ${}^-12\sqrt{5t} + 60 < 30 \Rightarrow 12\sqrt{5t} > 30 \Rightarrow \sqrt{5t} > 2{,}5 \Rightarrow 5t > 6{,}25 \Rightarrow t > 1{,}25$. Après 1,25 s, la vitesse du mobile est inférieure à 30 m/s.
d) **1)** $0 = {}^-12\sqrt{5(20)} + \text{k} \Rightarrow \text{k} = 120$ **2)** $\text{a} = {}^-6$

Vue d'ensemble (*suite*) Page 79

5. a) $f(x) = 2\sqrt{x - 7} + 9$ **b)** $f(x) = {}^-3|x - 2| + 5$ **c)** $f(x) = \frac{^-5}{x + 2} + 2$
d) $f(x) = \sqrt{^-(x - 3)} + 1$ **e)** $f(x) = 6|x - 1| - 1$ **f)** $f(x) = 0{,}75|x - 2| + 5$
g) $f(x) = \frac{8}{x + 2} + 3$ **h)** $f(x) = \frac{1}{x + 6} + 9$

Vue d'ensemble (*suite*) Page 80

6. La température maximale est tout juste au-dessous de 1000 °C. Puisque l'équation de l'asymptote horizontale est $T = 1000$, la courbe se rapproche de plus en plus de cette droite sans jamais y toucher.

7. a)
$$1022 = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times M}{381\ 240\ 000}}$$
$$1\ 044\ 484(381\ 240\ 000) = 6{,}67 \times 10^{-11} \times M$$
$$M \approx 5{,}97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

b) **1)** À l'aide de la masse de la Terre trouvée en **a)** :
$$V \approx \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{6\ 732\ 000}}$$
$$V \approx 7690{,}92 \text{ m/s}$$

2) Circonférence $= 2\pi R = 2\pi \times 6\ 732\ 000 = 42\ 298\ 403{,}49$ m
Puisque le temps $= \frac{\text{distance parcourue}}{\text{vitesse}}$,
$$\text{temps} \approx \frac{42\ 298\ 403{,}49}{7690{,}92}$$
$$\approx 5499{,}78 \text{ s}$$

8. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $T \approx \frac{0{,}06}{C}$, où T représente le temps de réaction (en s) en fonction de la concentration du réactif (en mol/L).
b) $\approx 0{,}0096$ mol/L
c) Pour les concentrations supérieures à 0,016 mol/L.

9. a) Si $P = U \times I$ et $U = R \times I$, alors $P = R \times I^2$.

1) $R = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{P}{U}} = \frac{U^2}{P} = \frac{1,5^2}{0,0001} = 22\ 500$

Si $P < 0,0001$, alors $R > 22\ 500\ \Omega$. La résistance est supérieure à 22 500 Ω.

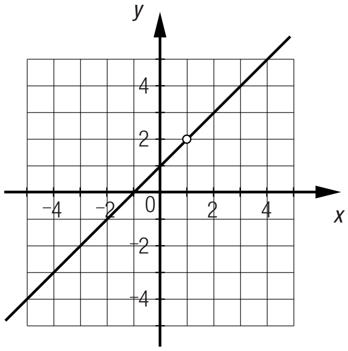
2) $P = U \times I = U \times \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} = \frac{13,5^2}{100}$, soit $\approx$ 1,82 W. La puissance est environ de 1,82 W.

b) L'intensité tend vers l'infini.

10. a) $A = \frac{3 - \rho_2}{3 + \rho_2}$ **b)** 3 g/cm^3 **c)** 1

11. a) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1} = x + 1$, où $x \neq 1$.

b)



12. $f \times g = \frac{\sqrt{x}}{x}$

$g \circ f = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$= \frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

$= \frac{\sqrt{x}}{x}$

13. a) $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ **b)** $\mathbb{R}$ **c)** -1 **d)** $-4,5$, -3 et $6,\overline{3}$.

e) Positif : $]-\infty, -5[\cup [-4,5, -3] \cup [6,\overline{3}, +\infty[$; négatif : $]-5, -4,5] \cup [-3, 6,\overline{3}]$.

f) Croissante : $]-\infty, -5[\cup]-5, -4] \cup [5, +\infty[$; décroissante : $[-4, 5]$.

14. a) $(f + g)(x) = \frac{x - 1}{2x - 3} + \frac{3x - 1}{6x - 9} = \frac{3(x - 1)}{6x - 9} + \frac{3x - 1}{6x - 9} = \frac{6x - 4}{6x - 9}$

b) Écrite sous la forme canonique, la règle qui correspond à $f + g$ est : $(f + g)(x) = \frac{5}{6x - 9} + 1 = \frac{5}{6\left(x - \frac{9}{6}\right)} + 1$
Les asymptotes sont : $y = 1$ et $x = 1,5$.

15. a) 1) $\approx$ 318,94 m/s **2)** $\approx$ 325,18 m/s **3)** 331,3 m/s **4)** $\approx$ 346,13 m/s

b) 1) La vitesse du son dans l'air est de $\frac{5131}{15} \approx$ 342,07 m/s.

$342,07 = 331,3\sqrt{1 + \frac{T}{273,15}}$

$1,0325 = \sqrt{1 + \frac{T}{273,15}}$

$1,0661 = 1 + \frac{T}{273,15}$

$0,0661 = \frac{T}{273,15}$

$T \approx 18,05$ °C

2) La vitesse du son dans l'air est de $\frac{5131}{16} \approx$ 320,69 m/s.

$320,69 = 331,3\sqrt{1 + \frac{T}{273,15}}$

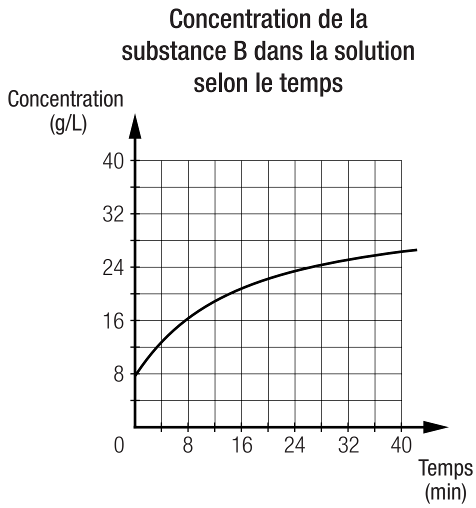
$0,968 = \sqrt{1 + \frac{T}{273,15}}$

$0,937 = 1 + \frac{T}{273,15}$

$T \approx -17,22$ °C

Vue d'ensemble (*suite*)

16. a)



b) À une fonction rationnelle.

c) **1)** Oui, la concentration est de 8,5 g/L à environ 0,63 min.

2) Oui, la concentration est de 17 g/L à environ 8,94 min.

3) Non, l'asymptote de cette fonction correspond à une concentration de 34 g/L.

d) Au début de l'expérience, soit à 0 min.

17. Quantité initiale : $Q = \frac{150}{5} = 30$ g

a) **1)** $15 = \frac{5x + 150}{x + 5} \Rightarrow 15x + 75 = 5x + 150 \Rightarrow 10x = 75 \Rightarrow x = 7{,}5$ min

2) $7{,}5 = \frac{5x + 150}{x + 5} \Rightarrow 7{,}5x + 37{,}5 = 5x + 150 \Rightarrow 2{,}5x = 112{,}5 \Rightarrow x = 45$ min

b) $Q = \frac{5x + 150}{x + 5} \Rightarrow Q = \frac{125}{x + 5} + 5$. Donc, cette quantité tend vers 5 g.

18. a) **1)** $C_V = \frac{C_A}{2} \Rightarrow S = 1500\frac{C_A - \frac{C_A}{2}}{C_A} = 1500\frac{2C_A - C_A}{2C_A} = \frac{1500C_A}{2C_A}$

$S = 750$ mL/min

2) $C_V = \frac{C_A}{3} \Rightarrow S = 1500\frac{C_A - \frac{C_A}{3}}{C_A} = 1500\frac{3C_A - C_A}{3C_A} = 1500 \times \frac{2C_A}{3C_A}$

$S = 1000$ mL/min

3) $C_V = \frac{C_A}{8} \Rightarrow S = 1500\frac{C_A - \frac{C_A}{8}}{C_A} = 1500\frac{8C_A - C_A}{8C_A} = 1500 \times \frac{7C_A}{8C_A}$

$S = 1312{,}5$ mL/min

b) La concentration doit être nulle.

Vue d'ensemble (*suite*)

19. a)

$H = {}^-4{,}91t^2 + 3$

$3 - H = 4{,}91t^2$

$\frac{3 - H}{4{,}91} = t^2$

$t = \sqrt{\frac{3 - H}{4{,}91}}$

b)

${}^-4{,}91t^2 + 3 = 0$

$4{,}91t^2 = 3$

$t^2 = 0{,}611$

$t \approx 0{,}78$ s

Il doit déclencher l'obturateur à environ 0,78 s.

20. a) $g(x) = {}^-\mathrm{a}\sqrt{\mathrm{b}(x - \mathrm{h})} + \mathrm{k}$ **b)** $g(x) = \mathrm{a}\sqrt{{}^-\mathrm{b}(x - \mathrm{h})} + \mathrm{k}$

21. a) Production totale avec x autres turbines : $350 + 250x$

Nombre de turbines : $1 + x$ Production moyenne : $\frac{350 + 250x}{(1 + x)}$

$P = \frac{350 + 250x}{x + 1}$, où P représente la production moyenne d'électricité par turbine (en MW) et x, le nombre de turbines.

b) L'asymptote horizontale représente la valeur vers laquelle tend la production moyenne d'électricité en fonction du nombre de turbines lorsqu'on augmente le nombre de turbines.

c) **1)** $P = \dfrac{350(0,9) + 250x}{(1 + x)} = \dfrac{315 + 250x}{x + 1}$ **2)** $P = \dfrac{250x}{x + 1}$

22. **a)** $f(0) = 25\sqrt{16}$
$= 100$ cm

b) **1)** $25\sqrt{16 - x} = 50 \Rightarrow \sqrt{16 - x} = 2 \Rightarrow x = 12$
12 jours après le 21 mars, soit le 2 avril.

2) $25\sqrt{16 - x} = 0 \Rightarrow \sqrt{16 - x} = 0 \Rightarrow x = 16$
16 jours après le 21 mars, soit le 6 avril.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 85

23. **a)** **1)** Pendant environ 95,15 jours. **2)** Pendant environ 84,85 jours. **3)** Pendant environ 63,03 jours.

b) **1)** Pendant 85,6 jours. **2)** Pendant 47,2 jours. **3)** Pendant 18,4 jours.

24. **a)** Partie A : $10\sqrt{15x} + 20 > 150 \Rightarrow \sqrt{15x} > 13 \Rightarrow x > \dfrac{169}{15}$

Partie D : $\dfrac{750}{x - 50} + 20 > 150 \Rightarrow (x - 50) < \dfrac{750}{130} \Rightarrow x < 55,77$

Donc $T > 150$ pendant environ $(55,77 - 11,27)$ min, soit environ 44,5 min.

b) Règle associée à la partie B :

$T = \frac{1}{2}|x - 25| + 165$

$\frac{1}{2}|x - 25| + 165 > 168$

$|x - 25| > 6 \Rightarrow x > 31$ et $x < 19$.

Règle associée à la partie C :

$T = \frac{1}{2}|x - 45| + 165$

$\frac{1}{2}|x - 45| + 165 > 168$

$|x - 45| > 6 \Rightarrow x > 51$ et $x < 39$.

Donc, la température du four est supérieure à 168 °C entre 15 et 19 min, entre 31 et 35 min, entre 35 et 39 min et entre 51 et 55 min, soit pendant environ 16 min.

c) Partie A : $10\sqrt{15x} + 20 > 125 \Rightarrow x > \approx 7,35$

Partie A : $10\sqrt{15x} + 20 < 140 \Rightarrow x < \approx 9,6$

Partie D : $\dfrac{750}{x - 50} + 20 > 125 \Rightarrow x \leq \approx 57,14$

Partie D : $\dfrac{750}{x - 50} + 20 < 140 \Rightarrow x \geq \approx 56,25$

Donc, la température du four est comprise entre 125 °C et 140 °C pendant environ $(9,6 - 7,35 + 57,14 - 56,25)$ min, soit pendant environ 3,14 min.

Banque de problèmes

Page 86

1. • Déterminer la quantité de solution **A** à ajouter chaque fois, pour ne pas ajouter au mélange plus de 0,5 mol de substance X à la fois.

$c = \dfrac{n}{v}$

$5 = \dfrac{0,5}{v} \Leftrightarrow v = 0,1$

• Établir la façon dont varie la concentration de substance X dans le mélange de solution **A** et de solution **B.**

$c = \dfrac{0,2 + 0,5x}{0,1 + 0,1x}$, où c représente la concentration en mol/L de mélange **A** et **B,** et x représente le nombre d'ajouts de 100 mL de solution **A.**

• Établir le nombre de fois où il faudra ajouter 100 mL de la solution **A** pour obtenir une concentration de 4,8 mol/L.

$4,8 = \dfrac{0,2 + 0,5x}{0,1 + 0,1x} \Leftrightarrow 14 = x$

Il faut ajouter la solution **A** 14 fois au mélange.

• S'assurer que la concentration recherchée est obtenue au moins 30 min et au plus 35 min après le début du premier ajout.

$30 \leq 14y$	$35 \geq 14y$
$\frac{15}{7} \leq y$	$\frac{5}{2} \geq y$

où y représente l'intervalle de temps (en min) entre chaque ajout de 100 mL de solution **A.**

y doit être supérieure ou égale à $\frac{15}{7}$ min ou 2 min 8 s, et inférieure ou égale à $\frac{5}{2}$ min ou 2 min 30 s.

- Instructions à la chimiste :
  Toutes les 2 min 15 s, verser 100 mL de solution **A** dans la solution **B.** Répéter cette opération exactement 14 fois.

2. Il faut résoudre le système d'équations $D_A = 90\sqrt{2t}$
$$D_B = \frac{9000t}{9t + 50}$$
de la façon de son choix (graphiques, table de valeurs, etc.).

À l'aide de la table de valeurs :

t	D_A	D_B
0,616	≈ 99,9	≈ 99,81
0,617	≈ 99,98	≈ 99,96
0,618	≈ 100,06	≈ 100,1

- Le premier moment où les distances parcourues par les deux groupes d'oiseaux sont identiques arrive entre 0,617 et 0,618 jour après leur départ.
- Le second moment où les distances parcourues par les deux groupes d'oiseaux sont identiques arrive 50 jours après leur départ.

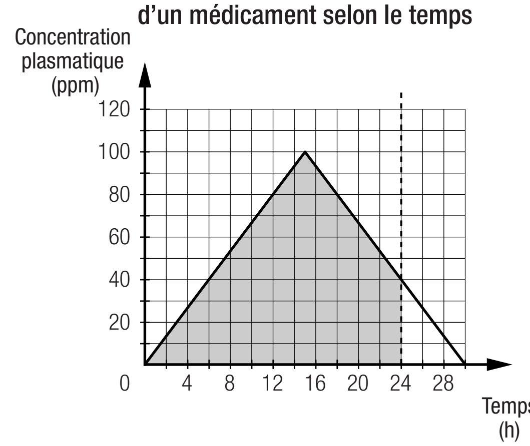
t	D_A	D_B
49,75	897,75	899,55
50	900	900
50,25	902,25	900,45

Banque de problèmes (*suite*)

Page 87

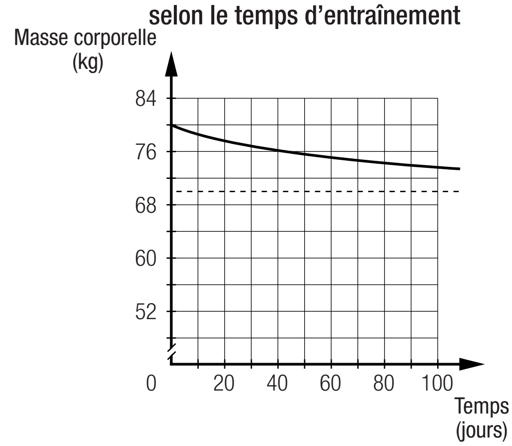
3.
- Représenter graphiquement la région dont on veut calculer l'aire.
- Déterminer les zéros de la fonction valeur absolue.
  $$\frac{-20|t - 15|}{3} + 100 = 0$$
  $$|t - 15| = 15$$
  Les zéros sont $t = 0$ et $t = 30$.
  La fonction valeur absolue délimite un triangle dont la base mesure 30 et la hauteur, 100.
- Déterminer l'ordonnée du point (24, y).
  $$\frac{-20|24 - 15|}{3} + 100 = 40$$
- Calculer l'aire recherchée.
  L'aire recherchée correspond à la différence entre les aires des deux triangles.
  $$A = \frac{30 \times 100}{2} - \frac{6 \times 40}{2} = 1380$$
  L'exposition totale à ce médicament est donc de 1380 ppm × h.

Concentration plasmatique d'un médicament selon le temps



4.
- Déterminer la masse initiale et la masse réduite de 15 %.
  En remplaçant x par 0 dans la règle, on obtient :
  $M = \frac{4800 + 70(0)}{0 + 60} = 80$ kg. Si cette masse diminue de 15 %, elle devient 0,85 × 80, soit 68 kg.
- Récrire la règle sous la forme canonique et interpréter les paramètres.
  En effectuant la division binomiale, on obtient $M = \frac{600}{x + 60} + 70$.
  La règle indique que la fonction rationnelle est décroissante (a > 0) et qu'il y a une asymptote d'équation $M = 70$.
- Conclusion
  La diététiste a raison. En effet, d'après ce modèle, la masse décroît, mais elle ne sera jamais inférieure ou égale à 70 kg, puisque la courbe a une asymptote dont l'équation est $M = 70$.

Masse corporelle d'une personne selon le temps d'entraînement



5. • Déterminer le coût unitaire C de production d'énergie (en \$/W).

$C = \frac{P}{x} = \frac{36x + 500}{x}$

• Récrire la règle sous la forme canonique et en interpréter les paramètres.

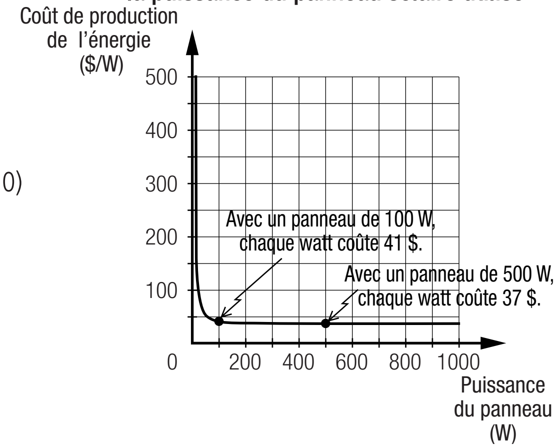
$C = \frac{36x + 500}{x} = \frac{500}{x} + 36$

La règle indique que la fonction rationnelle est décroissante (a $>$ 0) et que la courbe a une asymptote d'équation $C = 36$.

• Développer l'argument publicitaire.

Comme le montre le graphique ci-contre, il est avantageux de se procurer un panneau de plus forte puissance. En effet, plus la puissance est élevée, plus le coût de l'énergie est faible.

Coût de production de l'énergie selon la puissance du panneau solaire utilisé



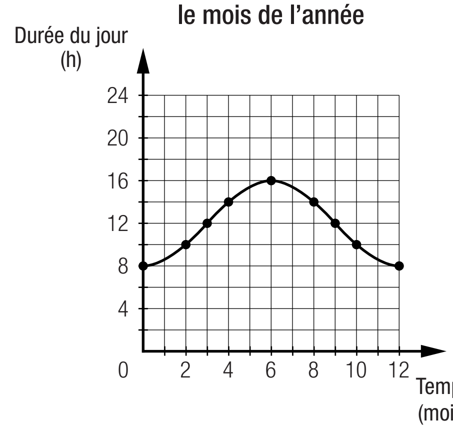
6. • Construire une table de valeurs.

Durée du jour selon le mois de l'année

Temps (mois)	0	2	3	4	6	8	9	10	12
Heure du lever du soleil	8	7	6	5	4	5	6	7	8
Heure du coucher du soleil	16	17	18	19	20	19	18	17	16
Durée du jour (h)	8	10	12	14	16	14	12	10	8

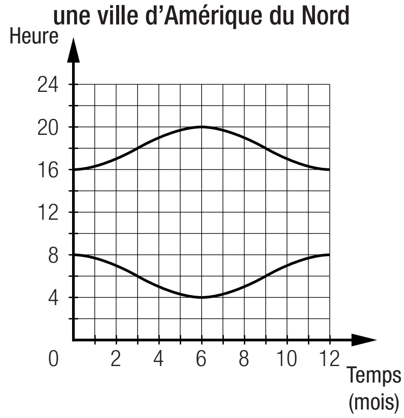
• Tracer le nuage de points et la courbe qui s'y ajuste le mieux.

Durée du jour selon le mois de l'année



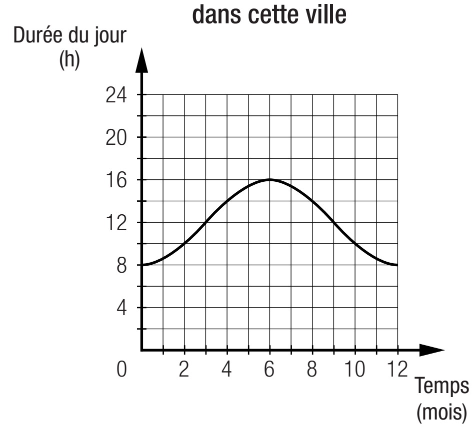
• Produire le document qui informera les lecteurs de la revue scientifique.

Lever et coucher du soleil dans une ville d'Amérique du Nord



En déterminant, pour différents moments, l'écart entre les deux courbes du graphique de gauche, on peut tracer la courbe ci-contre, représentant la durée du jour.

Durée du jour dans cette ville



7. • Déterminer la règle de la réciproque.

$v = \sqrt{\frac{^-2F}{1{,}293}}$

$v^2 = \frac{^-2F}{1{,}293}$

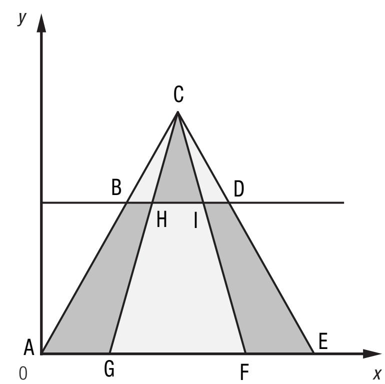
$F = ^-\frac{1{,}293v^2}{2}$

• Déterminer le domaine de cette fonction.

Puisque le codomaine de la fonction initiale est $\mathbb{R}_+$, le domaine de la réciproque doit aussi être $\mathbb{R}_+$.

Ainsi, la règle de la réciproque est $F = ^-\frac{1{,}293v^2}{2}$, où $v \geq 0$.

8. • Déterminer les coordonnées des points A, G, F et E.



Puisque ces points correspondent aux zéros des deux fonctions valeur absolue, on a :

$^-|x - 8| + 8 = 0$ $\quad$ $^-2|x - 8| + 8 = 0$

$|x - 8| = 8$ $\quad$ $|x - 8| = 4$

$x - 8 = 8$ $\quad$ $x - 8 = ^-8$ $\quad$ $x - 8 = 4$ $\quad$ $x - 8 = ^-4$

$x = 16$ $\quad$ $x = 0$ $\quad$ $x = 12$ $\quad$ $x = 4$

Les coordonnées sont A(0, 0), G(4, 0), F(12, 0) et E(16, 0).

• Déterminer les coordonnées des points B, H, I et D.

Puisque ces points correspondent aux points d'intersection des deux fonctions valeur absolue avec la droite $y = c$, on a :

$^-|x - 8| + 8 = c$ $\quad$ $^-2|x - 8| + 8 = c$

$|x - 8| = 8 - c$ $\quad$ $|x - 8| = \frac{8 - c}{2} = 4 - \frac{c}{2}$

$x - 8 = 8 - c$ $\quad$ $x - 8 = ^-8 + c$ $\quad$ $x - 8 = 4 - \frac{c}{2}$ $\quad$ $x - 8 = \frac{c}{2} - 4$

$x = 16 - c$ $\quad$ $x = c$ $\quad$ $x = 12 - \frac{c}{2}$ $\quad$ $x = 4 + \frac{c}{2}$

Les coordonnées sont B(c, c), $H\left(4 + \frac{c}{2}, c\right)$, $I\left(12 - \frac{c}{2}, c\right)$ et D(16 − c, c).

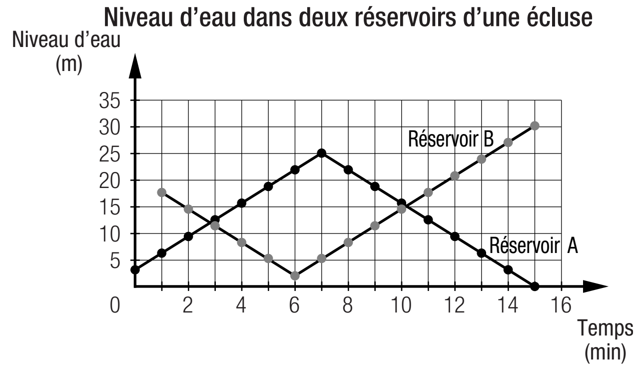
• Déterminer la mesure de la ou des bases, la hauteur et l'aire de chaque région.

Figure	Base	Hauteur	Aire
ABHG	4 et $4 + \frac{c}{2} - c$	c	$4c - \frac{c^2}{4}$
FIDE	4 et $(16 - c) - \left(12 - \frac{c}{2}\right)$	c	$4c - \frac{c^2}{4}$
HCI	$\left(12 - \frac{c}{2}\right) - \left(4 + \frac{c}{2}\right)$	8 − c	$32 - 8c + \frac{c^2}{2}$
		Total	32

Figure	Base	Hauteur	Aire
GHIF	8 et $\left(12 - \frac{c}{2}\right) - \left(4 + \frac{c}{2}\right)$	c	$8c - \frac{c^2}{2}$
BCH	$4 + \frac{c}{2} - c$	8 − c	$16 - 4c + \frac{c^2}{4}$
ICD	$(16 - c) - \left(12 - \frac{c}{2}\right)$	8 − c	$16 - 4c + \frac{c^2}{4}$
		Total	32

9. • Représenter graphiquement la situation.

Les deux nuages de points peuvent être modélisés par des fonctions valeur absolue.



• Déterminer la règle de chacune des fonctions.

Réservoir A : $y = \begin{cases} 3{,}125x + 3{,}125 & \text{si } x \leq 7 \\ ^{-}3{,}125x + 48{,}875 & \text{si } x \geq 7 \end{cases}$

Réservoir B : $y = \begin{cases} ^{-}3{,}125x + 20{,}75 & \text{si } x \leq 6 \\ 3{,}125x - 16{,}75 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$

• Déterminer les coordonnées des deux points d'intersection.

Il s'agit de résoudre les deux systèmes d'équations suivants.

$y = 3{,}125x + 3{,}125$	$y = {}^{-}3{,}125x + 48{,}875$
$y = {}^{-}3{,}125x + 20{,}75$	$y = 3{,}125x - 16{,}75$
$3{,}125x + 3{,}125 = {}^{-}3{,}125x + 20{,}75$	${}^{-}3{,}125x + 48{,}875 = 3{,}125x - 16{,}75$
$x = 2{,}82$ et $y \approx 11{,}94$.	$x = 10{,}18$ et $y \approx 15{,}06$.

Le niveau d'eau est le même dans les deux réservoirs à 2,82 min et à 10,18 min.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 89

10. • Calculer la vitesse (en m/s) de la navette spatiale.

Altitude moyenne de la navette : 350 km
Rayon moyen de la Terre : 6371 km
Rayon de l'orbite de la navette : 350 + 6371 = 6721 km

Puisque la vitesse V de la navette est la même que lorsqu'elle est en mission, on a : $V = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{6\,721\,000}}$, soit ≈ 7697,21 m/s.

• Calculer la vitesse du son à 0 °C.

$v_s = 331{,}3\sqrt{1 + \frac{0}{273{,}15}}$, soit 331,3 m/s.

• Calculer la vitesse (en nombre de Mach) de la navette.

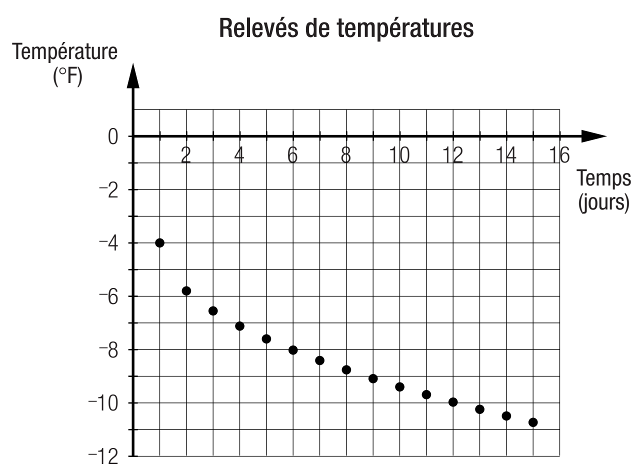
$M = \frac{V}{v_s}$

$M \approx \frac{769{,}21}{331{,}3}$ ou ≈ 23,23.

La navette spatiale se déplace à environ Mach 23,23.

11. • Déterminer la règle qui permet de calculer la température (en °F) selon le temps en jours.

D'après le nuage de points associé aux relevés de températures, la fonction racine carrée est le modèle qui s'ajuste le mieux à cette situation.



La règle de cette fonction est $F = a\sqrt{x - 1} - 4$.

La courbe passe par le point (10, ⁻9,4).

La règle qui permet de calculer la température (en °F) selon le temps en jours est $F = {}^{-}1{,}8\sqrt{x - 1} - 4$.

• Déterminer la règle qui permet de calculer la température (en °C) selon le temps en jours.

La règle qui permet de convertir des degrés Fahrenheit en degrés Celsius est : $C = \frac{5(F - 32)}{9}$.

La règle qui permet de calculer la température T (en °C) selon le temps (en jours) est :

$$T = \frac{5\left(\left({}^{-}1{,}8\sqrt{x - 1} - 4\right) - 32\right)}{9}$$
$$= {}^{-}\sqrt{x - 1} - 20$$