EXAMEN Juin 2013

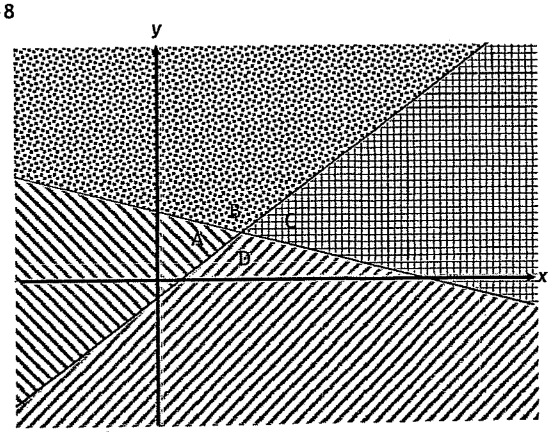
Section A **Questions 1 à 6**

Noircissez au crayon à la mine, dans le *Cahier de l'élève*, la lettre qui correspond à votre choix.
Chaque question vaut quatre points.

1. Soit le système d'inéquations suivantes :

$$\frac{-3x-2}{-4} \geq y+1$$

$$0 \geq 4y + x - 8$$



Quelle région représente l'ensemble-solution de ce système?

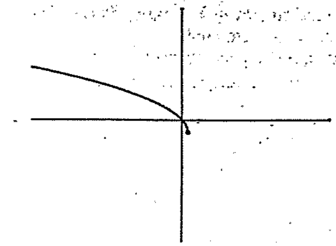
A) Région A

B) Région B

C) Région C

D) Région D

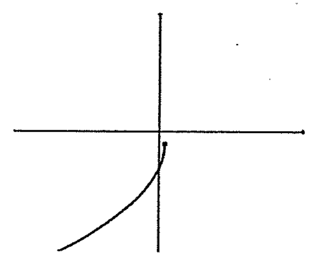
2. Jean a représenté la fonction $y = m\sqrt{n(x-p)} + q$ telle qu'illustrée ci-dessous.



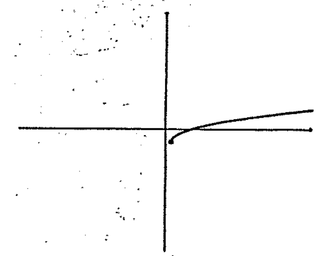
Maria décide de modifier le graphique de Jean. Elle ne change pas les valeurs de p et q, mais change le signe de n et double la valeur de m.

Laquelle des représentations ci-dessous correspond à la fonction de Maria?

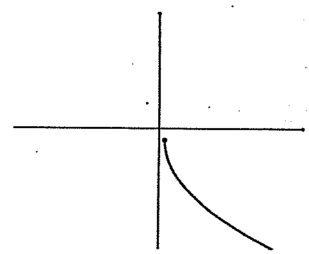
A)



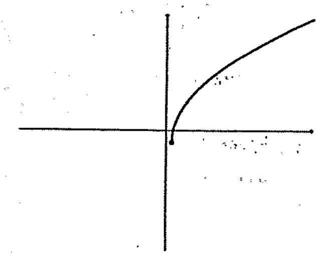
C)



B)



D)



3. Un biologiste exprime le développement d'une bactérie à l'aide de la fonction suivante :

$y = 100 \times 2^{\frac{t}{3}}$ où, y = le nombre de bactéries
t = le temps en secondes

Un mathématicien veut exprimer la même relation, mais de manière à pouvoir calculer le temps nécessaire pour produire un certain nombre de bactéries.

Quelle expression utilisera-t-il?

A) $t = 3(\log_2 y - \log_2 100)$

B) $t = 3(\log_y 2 - \log_y 100)$

C) $y = 3\log_t 2 - 100$

D) $y = 3\log_2 t - 100$

4. Soit la fonction trigonométrique suivante :

$$f(x) = -2\tan\left(\frac{\pi}{2}x - \pi\right) + 1$$

Quelle est la période de cette fonction?

A) 1

B) 2

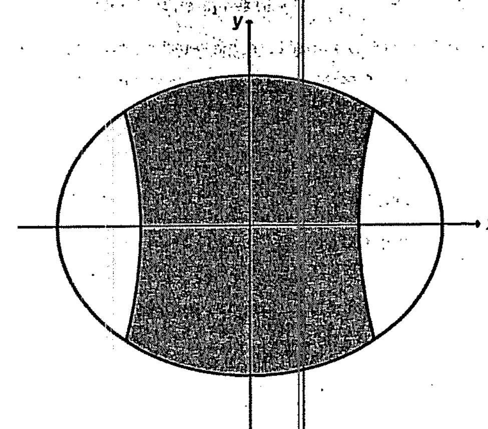
C) π

D) 2π

5. Le logo d'une équipe de basketball est formé d'une ellipse et d'une hyperbole.

Le logo est représenté dans le plan cartésien ci-dessous.

La région ombrée est délimitée par les deux courbes.



La longueur du grand axe de l'ellipse est de 20 unités.

La distance entre les foyers de l'ellipse est de 12 unités.

Les sommets de l'hyperbole coïncident avec les foyers de l'ellipse.

Les foyers des hyperboles coïncident avec les extrémités du grand axe sur l'ellipse.

Quelle inéquation correspond à la région ombrée entre les hyperboles?

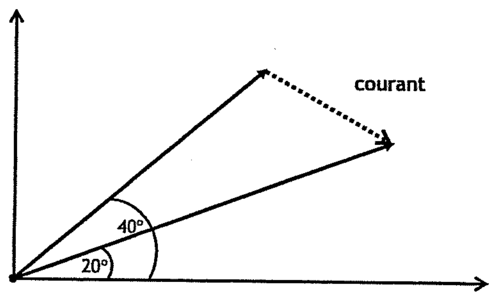
A) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} \le 1$

B) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} \le -1$

C) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} \le 1$

D) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} \le -1$

6. Une nageuse planifie de nager à un angle de 40° à une vitesse de 5 km/h. Cependant, elle rencontre un courant. Ce qui a pour effet de modifier sa vitesse à 6 km/h et son angle de nage est maintenant de 20°.



Quelles sont, arrondies aux centièmes, les composantes du courant?

A) (1,81, -1,16)

B) (-1,81, 1,16)

C) (9,47, 5,26)

D) (9,47, -5,26)

Section B **Questions 7 à 10**

Écrivez votre réponse à l'endroit approprié dans le *Cahier de l'élève*.
Chaque question vaut quatre points.

7. Soit l'équation suivante :

$$2\log_2(x-3)=\log_2(x-3)+\log_x x^3$$

Quelle en est la solution?

8. Le point $Q(\theta)=\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ est un point appartenant au cercle trigonométrique.

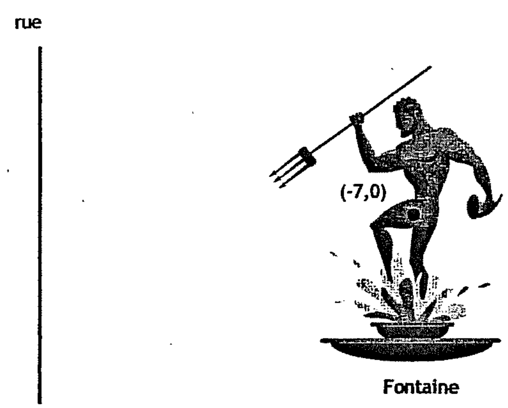
Quelle est la valeur exacte de l'expression : $5\operatorname{cosec}\theta+\cos 3\theta$ *(sous sa forme rationnelle)*?

9. Soit la fonction suivante : $f(x)=4(x-4)^2-9$ et $g(x)$ la réciproque de $f(x)$ pour $\forall x \in [9,+\infty[$.

Quelle est la valeur de $f(g(x))$?

10. Une fontaine est installée dans un parc à une distance de 10 m de la rue, tel que représenté sur le schéma ci-dessous.

Un sentier pédestre doit être construit dans le parc. On veut que, peu importe où vous vous trouvez, sur le sentier, votre distance à la fontaine et à la rue, soit la même en tout point. Le point (-7,0) indique l'emplacement de la fontaine.



a) Quelle règle mathématique permet de définir la rue?

b) Quelle est la règle de la fonction associée au sentier pédestre?

Section C	Cette section de l'épreuve comprend les questions 11 à 16. Pour chaque question, vous devez laisser les traces de votre travail afin de justifier votre réponse. Ces traces doivent être claires et structurées. Elles ne peuvent être constituées de l'énumération des applications ou des programmes de la calculatrice utilisés pour obtenir des résultats ou de l'information. Chaque question de cette section vaut dix points.

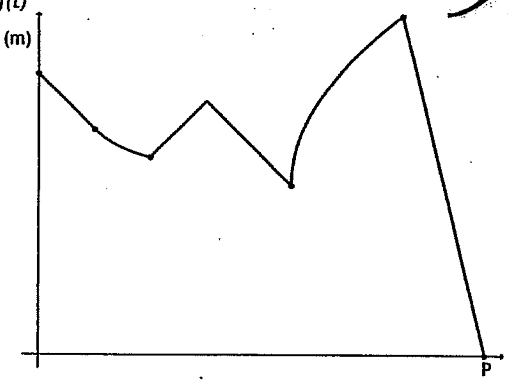
11. L'identité trigonométrique

Démontrez l'identité trigonométrique ci-dessous :

$$\frac{(1+\sin x)^2+\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{2}{1-\sin x}$$

12. Le trajet de l'écureuil

Le graphique suivant montre le trajet emprunté par un écureuil dans sa quête de nourriture :

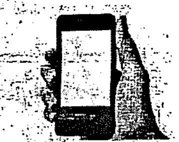


Le trajet est composé des fonctions par parties suivantes :

$$f(t)=\begin{cases} -t+10 & 0\le t\le 2 \\ \dfrac{c}{t}+6 & 2\le t\le 4 \\ a|t-6|+9 \quad \text{si} & 4\le t\le 9 \\ 3\sqrt{t-9}+k & 9\le t\le 13 \\ -4t+b & 13\le t\le P \end{cases}$$

Après combien de temps l'écureuil touche-t-il finalement le sol?

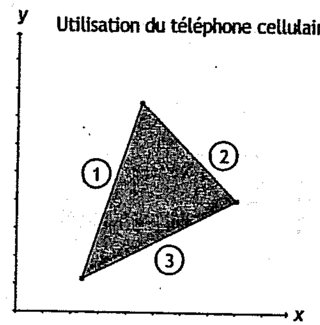
13. La facture de téléphone cellulaire



Annie est une utilisatrice avide du téléphone cellulaire. Son père paie la facture qui comprend des frais pour le nombre de messages textes et le nombre de minutes d'appel.

Différentes contraintes limitent le nombre de messages textes et le nombre de minutes d'appel qu'Annie peut utiliser. Le polygone de contraintes représente le nombre de messages textes et le nombre de minutes d'appel qu'Annie doit respecter chaque mois. Chaque côté est identifié, la relation correspondante et les coordonnées des sommets se trouvent à la droite.

Utilisation du téléphone cellulaire par Annie



1. $y \le 3x - 300$
2. $x + y \le 600$
3. $2y \ge x$

Sommets du polygone de contraintes
A (120,60)
B (225,375)
C (400,200)

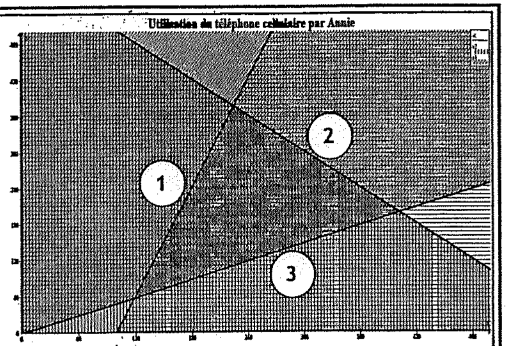
où x : nombre de messages textes
y : nombre de minutes d'appel

Le plan d'Annie lui coûte 0,25 $ par message texte et 0,40 $ par minute d'appel (à la seconde près). Annie dépense toujours le maximum permis chaque mois.

Pendant les vacances de mars, Annie est rentrée plus tard que son père le lui avait demandé. Son père décida de diminuer son privilège d'utiliser le cellulaire. Pour le prochain mois, la somme des messages textes et du nombre de minutes d'appel ne pourra pas dépasser 420.

De quel montant sera diminuée la facture d'Annie le mois suivant?

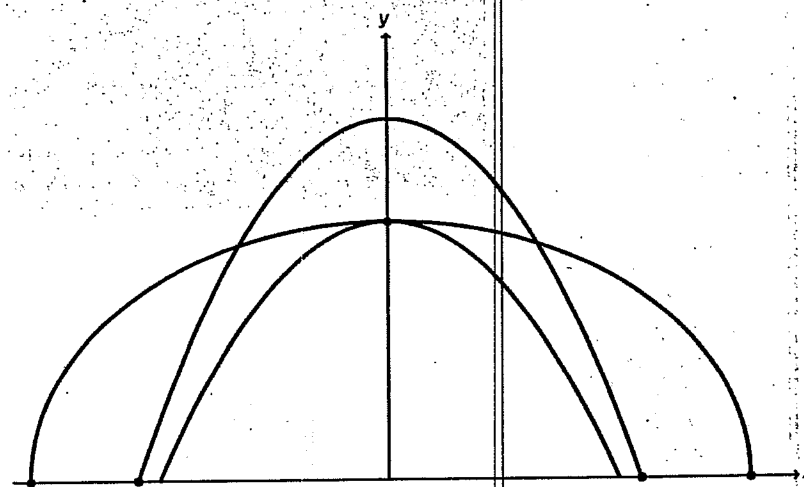
Laissez les traces de votre démarche.



La facture de téléphone cellulaire d'Annie diminuera de ________________ pour le prochain mois.

14. Art moderne

La Ville désire construire une sculpture en utilisant une barre métallique représentant une demi-ellipse et deux autres de forme parabolique.



Le grand axe de la demi-ellipse mesure 14 m.

Le sommet de la plus petite parabole intercepte le sommet du petit axe de la demi-ellipse. De plus, ce point de rencontre correspond au foyer de la grande parabole.

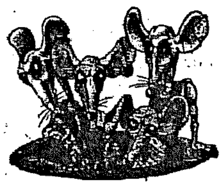
Le point (2,3) appartient à la petite parabole, et la distance du sommet à son foyer est de 0,5 m.

Les extrémités de la grande parabole sont situées sur les foyers de la demi-ellipse.

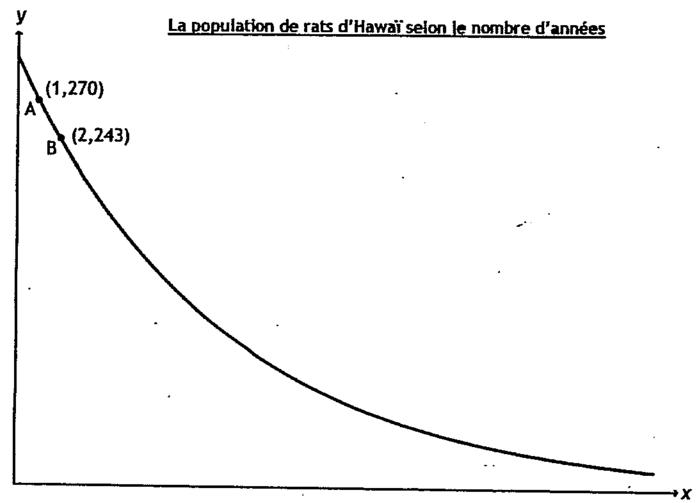
À cause des règlements municipaux, la sculpture ne peut mesurer plus de 7 m.

Est-ce que la sculpture d'art moderne respectera les règlements municipaux?

15. Les rats



À travers les années, les rats ont fait leur place à Hawaï en profitant des bateaux et des échanges commerciaux pour conquérir les îles. En réponse à l'augmentation du nombre de rats, le gouvernement Hawaïen décida d'introduire une espèce de serpent sur l'île de Maui pour contrôler la population de rats. Cependant, sans prédateur naturel la population de serpents croit exponentiellement. Quatre serpents ont été relâchés dans la région de Maui, et la population devrait doubler tous les trois ans. Du fait même, le nombre de rats (*y*) diminue exponentiellement pendant ces années (*x*) :

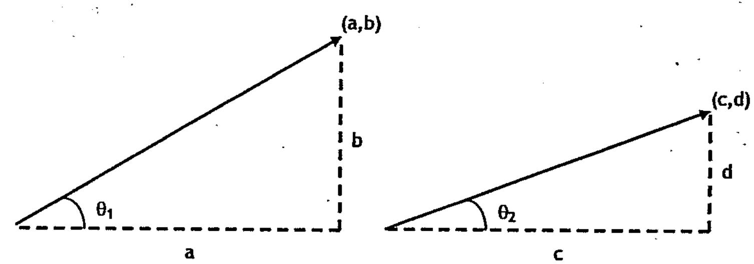


Combien de temps sera nécessaire pour que les deux populations (rats et serpents) soient en équilibre?

Arrondir la réponse aux centièmes près.

16. L'angle entre deux vecteurs

Un élève qui connaît seulement les relations trigonométriques dans les triangles rectangles doit trouver l'angle entre deux vecteurs.



Déterminer l'angle entre les deux vecteurs en utilisant les composantes (a,b) et (c,d).

**Note Toutes les composantes ont le même signe.*