

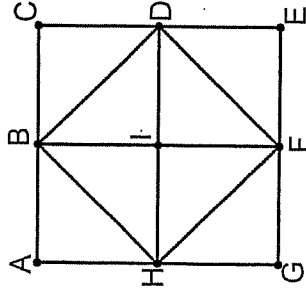
EXAMEN Juin 2012

SECTION A

CHOIX DE RÉPONSES  
6 QUESTIONS (24 %)

Lis les questions et noircis la lettre correspondant à ta réponse dans le cahier de traces.

1. Voici un dessin qui représente un carré inscrit dans un carré. À l'aide des notions sur les vecteurs, détermine l'énoncé qui est faux.

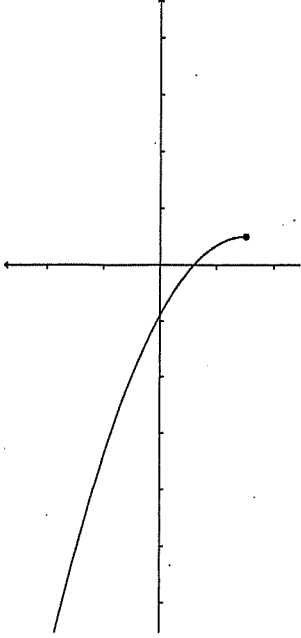


- A)  $\vec{AB} + \vec{BI} = \vec{BD}$
- B)  $\vec{BC} - \vec{IH} = \vec{GE}$
- C)  $\vec{FI} + \vec{FE} = \vec{BH}$
- D)  $\vec{HD} + \vec{EF} = \vec{AB}$

2. Si  $\tan \theta = 1$  et que  $\cos \theta < 0$ , quelle est la valeur exacte de  $\sin \theta$ ?

- A)  $\frac{\pi}{4}$
- B)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C)  $\frac{5\pi}{4}$
- D)  $-1$

3. Une fonction racine carrée  $P(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$  est représentée par le graphique ci-dessous :



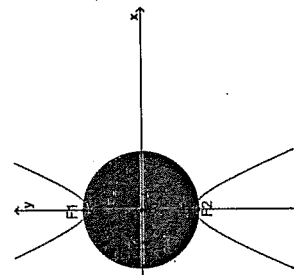
Quelles sont les valeurs possibles des paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $h$  et  $k$  de la fonction  $P(x)$ ?

- A)  $a > 0$   
 $b < 0$   
 $h > 0$   
 $k < 0$
- B)  $a < 0$   
 $b < 0$   
 $h > 0$   
 $k < 0$
- C)  $a < 0$   
 $b > 0$   
 $h > 0$   
 $k < 0$
- D)  $a > 0$   
 $b > 0$   
 $h < 0$   
 $k > 0$

4. Détermine la bonne simplification de cet énoncé.

$$3 \log_{81}(x) + \log_{81}(y) - \frac{1}{2} \log_{81}(z) - \log_{81}\left(\frac{1}{8}\right)$$

- A)  $\log_{81}\left(\frac{x^3 y}{\sqrt{z}}\right) - 3$
- B)  $(\log_{81} x^3 + y - \sqrt{z}) + 3$
- C)  $\log_{81}\left(\frac{x^3 y}{\sqrt{z}}\right) + 3$
- D)  $(\log_{81} x^3 + y - \sqrt{z}) - 3$



5. Dans le plan cartésien ci-contre, une hyperbole et un cercle sont représentés. L'hyperbole et le cercle ont le même centre. Le cercle passe par les foyers de l'hyperbole. L'équation de l'hyperbole est  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = -1$ .

Quelle inéquation représente la partie grise ?

- A)  $x^2 + y^2 \leq 169$
- B)  $x^2 + y^2 \leq 119$
- C)  $x^2 + y^2 \geq 169$
- D)  $x^2 + y^2 \geq 119$

6. Soit  $f$ , une fonction rationnelle possédant les caractéristiques suivantes :

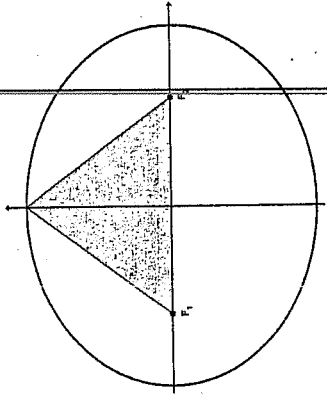
- $f$  est croissante sur son domaine
- $\text{Dom } f = ]-\infty, r[ \cup ]t, \infty$
- $\text{Ima } f = ]-\infty, t[ \cup ]r, \infty$

Quel peut être la règle de la fonction réciproque  $f^{-1}$  ?

- A)  $f^{-1}(x) = \frac{14}{x-t} + r$
- B)  $f^{-1}(x) = \frac{14}{x-r} + t$
- C)  $f^{-1}(x) = \frac{-14}{x-t} + r$
- D)  $f^{-1}(x) = \frac{-14}{x-r} + t$

**SECTION B**  
**RÉPONSES COURTES**  
**4 QUESTIONS (16 %)**

7. Le triangle isocèle est formé à partir des foyers et d'un sommet de l'ellipse  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ . Quelle est l'aire de ce triangle isocèle ?



8. Un jeune étudiant en physique veut étudier les relations entre les variables lorsqu'un ballon rebondit.

- La fonction  $f$  décrite ci-dessous représente la hauteur du ballon (en centimètres) selon le nombre de bonds.

$$f(x) = 65 \left( \frac{4}{5} \right)^{x+3}$$

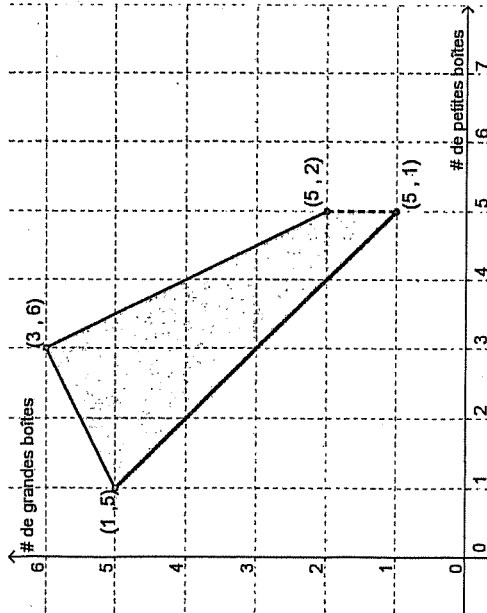
- La fonction  $g$  décrite ci-dessous représente le nombre de bonds selon la distance parcourue horizontalement par ce ballon (en cm).

$$g(x) = 5x$$

Une fonction  $h$  représente la hauteur du ballon (en cm) selon la distance parcourue horizontalement par ce ballon (en cm). Trouve cette règle qui représente la composée de ces deux fonctions.

9. Un chocolatier a ouvert, depuis quelques mois, son magasin près de chez toi. Le polygone ci-dessous représente les contraintes liées à la production des boîtes de chocolat.

$x$  : nombre de petites boîtes pleines  
 $y$  : nombre de grandes boîtes pleines



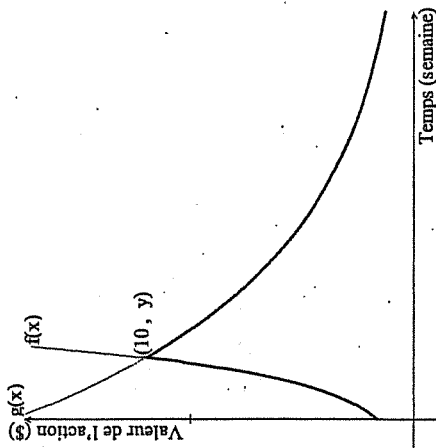
Les profits de la vente des boîtes pleines sont définis comme suit:  
 $P(x) = 8x + 4y$ . Détermine le nombre de solutions maximales que peut espérer le chocolatier.

10. Résous l'inéquation suivante :

$$-\sqrt{2x-10} + 8 > 1$$

**SECTION C**  
**LAISSEZ DES TRACES DE VOTRE DÉMARCHE**

**DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE**  
**6 QUESTIONS (60 %)**



11. En action !

Marco a acheté des actions d'une entreprise à la bourse. Il suit l'évolution de ses actions telles qu'illustrées sur le graphique ci-contre. Au cours des 10 premières semaines, la valeur d'une de ses actions suit la fonction  $f(x)$  définie par la règle  $f(x) = 6,50e^{0,2x}$  où  $x$  représente le nombre de semaines. Par la suite, sa valeur suit une nouvelle fonction exponentielle  $g(x)$  qui diminue de 4 % par semaine.

Marco décide de revendre cette action. À partir du moment où la valeur de l'action a été maximale, Marco affirme que cela prendra 60 semaines pour que cette action revienne à sa valeur initiale. Détermine si Marco a raison.

12. Composer un vecteur

Formule une conjecture à l'aide de trois exemples numériques concernant le cosinus de l'angle formé entre deux vecteurs dont les composantes sont positives et respectent les conditions suivantes :

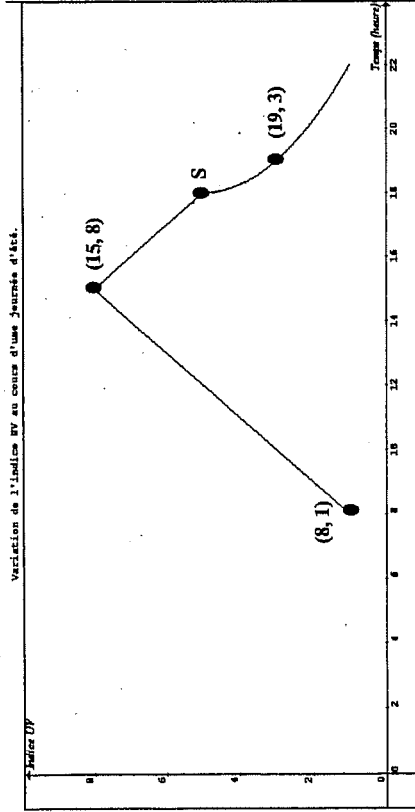
- La composante verticale du vecteur est le triple de sa composante horizontale.
- La composante horizontale du vecteur B est le triple de sa composante verticale.

13. Identités trigonométriques

Montre que  $\tan x + \cot x = \sec x \cdot \cos 62x$

14. Alerte au soleil

Dans une station météorologique, on prévoit les variations de l'indice UV au cours d'une journée ensoleillée d'été. Le graphique ci-dessous représente ces variations entre 8 h et 22 h.



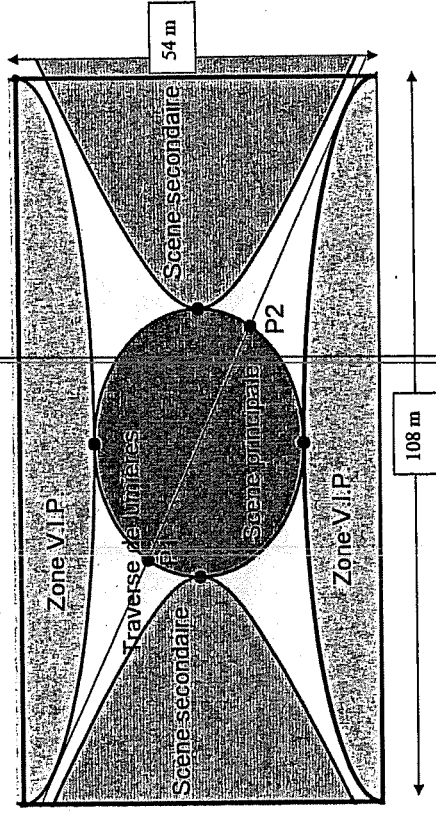
Étant donné qu'un indice UV supérieur à 4 nécessite une protection solaire contre les coups de soleil, le météorologue veut informer la population et la prévenir du risque de s'exposer longtemps au soleil durant cette période de la journée.

- De 8 h à 18 h, la variation suit un modèle de valeur absolue ;
- Par la suite, la courbe suit une fonction racine carrée dont le sommet est à 18 h ;
- À 19 h, l'indice UV est de 3.

Pendant combien de temps la population devra-t-elle éviter de s'exposer longtemps au soleil ?

15. Un spectacle haut en couleur

Lors d'un spectacle d'une chanteuse populaire, on organise la scène de 54 mètres par 108 mètres de cette façon :



La scène principale a la forme d'une ellipse. Chaque zone V.I.P. a la forme d'une demi-ellipse et couvre chacune une surface de 988,5 m<sup>2</sup>. Les scènes secondaires

$$\left( \frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{81} = 1 \right)$$

sont délimitées par les branches d'une hyperbole

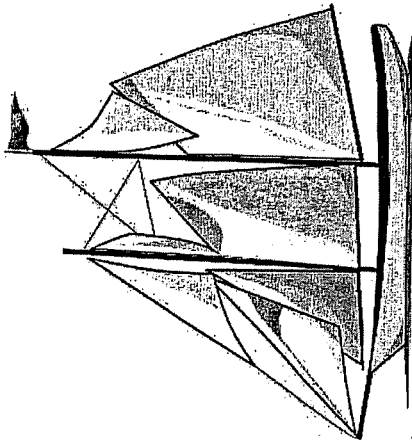
Les projecteurs de la scène sont fixés sur une traverse qui correspond à une des asymptotes de l'hyperbole. Des projecteurs bleus (P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub>) sont installés sur cette traverse aux intersections avec la scène principale. Quelles sont les coordonnées des projecteurs bleus (P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub>) ?

Note : La formule de l'aire totale d'une ellipse est  $A = \pi \cdot a \cdot b$

Note : Les points noirs correspondent aux intersections entre les éléments.

16. Contre vent et marée

En se promenant sur le bord du fleuve, un marcheur remarque qu'il y a une grande ligne blanche horizontale sur le quai. Curieux de cette découverte, il s'informe à la Ville. Il apprend que lorsque l'eau est au-dessus de cette ligne, les marins peuvent circuler dans cette zone du port sans risquer de briser leur bateau. Cette ligne se situe à 28 mètres de hauteur. Habituellement, la marée basse est à 25 mètres et la marée haute est à 29 mètres. Sachant qu'il y a deux cycles complets par jour, détermine combien de temps disposent les bateaux pour circuler dans cette zone du port pendant une période de 24 heures.



---