RÉVISION FINALE MATH 068-536

LES FONCTIONS RÉELLES 1

1 Parmi les règles suivantes, laquelle a :

a) un axe de symétrie d'équation $x = 8$?

b) aucun zéro?

c) $]-\infty, 8]$ comme codomaine?

d) une valeur initiale de 8?

$$f(x) = 6\left|\frac{1}{3}(x+8)\right| - 8$$

$$g(x) = 2\left|8(x+8)\right| + \frac{1}{8}$$

$$h(x) = -2\left|8(x+1)\right| + 8$$

$$i(x) = 0{,}1\left|3x - 24\right|$$

2 Chacune de ces tables de valeurs représente une fonction dont la règle est de la forme $f(x) = a[bx]$. Dans chacun des cas, détermine les valeurs des paramètres a et b.

a)

X	Y1
0	0
1	0
2	2
3	2
4	4
5	4
6	6

X=0

b)

X	Y2
-5	25
-4.9	25
-4.8	24
-4.7	24
-4.6	23
-4.5	23
-4.4	22

X=-5

c)

X	Y3
1.9	15
2	20
2.1	20
2.2	20
2.3	20
2.4	20
2.5	25

X=1.9

3 Pour chacune des fonctions définies par les règles suivantes, détermine les coordonnées du sommet de leur courbe.

a) $f(x) = -\sqrt{x-8} + 3$

b) $g(x) = 3\left|2{,}7x\right| + 100$

c) $h(x) = 6\sqrt{9-3x} - 1$

d) $i(x) = -2\left|1-x\right| - 0{,}5$

4 Le graphique de chacune des fonctions suivantes fait intervenir une courbe asymptotique. Dans chaque cas, détermine les équations des asymptotes.

a) $f(x) = \dfrac{20}{3(x+14)}$

b) $g(x) = \dfrac{1}{100x} + 5$

c) $h(x) = 1 - \dfrac{5}{8x-2}$

5 Représente graphiquement ces fonctions réelles.

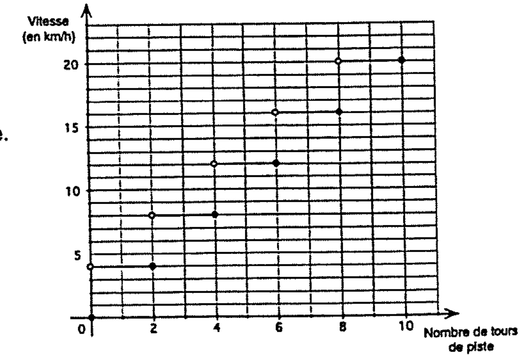
a) $f(x) = -2\left|x-4\right| - 5$

b) $g(x) = 5\sqrt{x+2} - 10$

c) $h(x) = 2\left[0{,}5(x+1)\right]$

d) $i(x) = \dfrac{6}{x+1} + 2$

6 Avant une course de 5000 m, un entraîneur et un athlète établissent la stratégie à employer. Ils conviennent que le coureur devra augmenter sa vitesse à tous les 2 tours de piste. Le graphique suivant montre la vitesse que le coureur devra maintenir en fonction du nombre de tours complétés. La longueur de la piste est de 500 m.



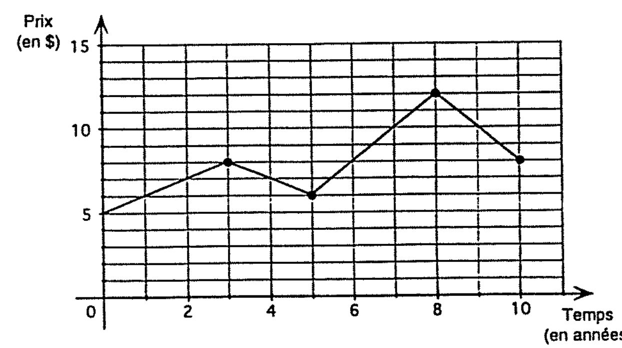
a) Donne la règle de la fonction *f* traduisant cette situation.

b) En tenant compte de la situation, détermine :

1) le domaine de *f* ;

2) le codomaine de *f*.

7 Comme dans le cas des autres métaux précieux, le prix de l'or varie selon la loi de l'offre et de la demande. Le graphique suivant montre le prix d'un gramme d'or au cours des dix dernières années. Dans ce contexte, donne la règle et le domaine de chacune des deux fonctions valeur absolue représentées par ce graphique.



8 → Déterm[illegible]e ou les zéros des fonctions définies par les règles suivantes :

a) $f(x) = \frac{2}{2x-3} + 8$ b) $f(x) = -3\left|2(x+4)\right| + 5$ c) $f(x) = 3\sqrt{7x-5} - 2$

9 → Résous algébriquement les inéquations suivantes dans IR.

a) $-3x + 9(1,5x - 4) < -7,5(8 + x)$ b) $2x^2 - 15x \geq 7(6 - x)$

c) $\left|3x - 1\right| - 4 > 7 - x$

10 → Contrairement à une matière solide ou à une substance liquide, il est possible de compresser un gaz. À une température donnée, la règle $p(v) = 60/v$ permet de calculer la pression (en kilopascals) de l'oxygène en fonction du volume (en litres) occupé par ce gaz.

a) En tenant compte du contexte, trace le graphique de cette relation.

b) Étudie la croissance de cette fonction.

c) Quelle est le signe de cette fonction?

d) Quel est le volume occupé par l'oxygène si la pression est d'au moins 150 kPa?

11 → La fonction f est définie par la règle $f(x) = 5 - \sqrt{5 - 2x}$. Détermine :

a) son domaine; b) son codomaine;

c) son signe;

12 → Les déversements de peinture et d'huile dans la nature sont extrêmement néfastes puisque ces substances sont difficilement biodégradables. Dans une municipalité, on impose une amende à toute personne ou entreprise qui déverse de telles substances dans la nature. Le montant m de l'amende varie selon le nombres n de litres déversés et est calculé par la règle $m = 100\left[\frac{n}{100}\right] + 50$ où $n > 0$.

a) Détermine le montant de l'amende pour un déversement de :

1) 199 l 2) 250 l 3) 500 l

b) Donne le domaine et le codomaine de la fonction associée à cette situation.

13 → À cause de sa légèreté, on utilise de plus en plus l'aluminium dans la fabr[illegible]n des cadres de vélos. Pour fabriquer certaines pièces, on doit d'abord fondre l'aluminium selon un certain procédé. La règle $c(x) = 175\sqrt{x} + 20$ permet de calculer la température de l'aluminium en fonction du temps, en minutes, écoulé depuis le début de l'opération. L'aluminium devient liquide à une température de 660 °C.

a) Dans ce contexte, quelle est la température initiale de l'aluminimum?

b) Après combien de temps l'aluminium devient-il liquide?

14 → Dans chaque cas, détermine la règle de la fonction racine carrée à partir des coordonnées du sommet S et d'un point P de la demi-parabole qui lui est associée.

a) $S(-2, 5)$ et $P(14, -3)$ b) $S(0, 10)$ et $P(-32, -8)$

L'OPTIMISATION 2

15 → Un jardin municipal est composé de plantes annuelles et de plantes vivaces. Dans le jardin, on dénombre au moins autant de plantes annuelles que de vivaces et au total, il y a au moins 1200 plantes. Cette année, le jardinier note qu'il y a au plus 800 annuelles et au minimum 450 vivaces. On estime que pour la saison estivale, une plante annuelle nécessite 6 g d'engrais et une plante vivace 5 g. On s'intéresse à la quantité maximale d'engrais que doit commander le jardinier pour assurer l'entretien du jardin.

a) Quelles sont les deux variables dans cette situation?

b) Traduis chacune des contraintes à l'aide d'une inéquation.

c) Quelle est la règle de la fonction à optimiser?

16 → Soit $C = 3x + 5y + 10$ la règle d'une fonction à optimiser qui permet de calculer les coûts engendrés par la production de deux produits. Les sommets du polygone de contraintes associé à cette situation sont $A(30, 80)$, $B(50, 90)$, $C(75, 75)$, $D(50, 50)$ et $E(20, 60)$. Parmi tous les couples à coordonnées entières du polygone de contraintes :

a) quel est celui dont les coordonnées engendrent le coût minimal?

b) quels sont ceux dont les coordonnées engendrent le coût maximal?

Pour la const[...] d'une ligne électrique souterraine, on utilise deux types de camions pour transpo[...]terre. Ces camions peuvent contenir respectivement 6 t et 10 t de terre. Pour les travaux, on dispose d'au moins 5 fois plus de camions de 6 t que de 10 t et il y a au moins 15 camions de 10 t disponibles. Au total, on estime qu'au moins 1200 t de terre devront être chargées. Toutefois, les camions auront à transporter au plus 1800 t. Le coût du chargement d'un camion de 6 t est de 40 $ et celui d'un camion de 10 t est de 60 $. Détermine le nombre de chargements de chaque type de camion que doit planifier le responsable des travaux afin de minimiser le coût relié au transport de la terre.

Érika doit se présenter à un examen de chimie composé de questions à choix de réponses et à développement. Elle sait que l'examen comporte au moins 45 questions et au plus 75 et qu'il y a au moins trois fois plus de questions à choix de réponses que de questions à développement. Pour faire l'examen, elle dispose d'au plus 180 min. Elle estime qu'elle prend environ 2 min pour répondre à une question à choix et environ 5 min pour une question à développement. Sachant qu'on accorde 3 points par question à choix de réponses et 7 points par question à développement, détermine le nombre maximum de points que peut espérer avoir Érika à l'examen de chimie.

Représente l'ensemble-solution de chacun de ces systèmes d'inéquations dans un plan cartésien et détermine algébriquement les coordonnées des sommets du polygone de contraintes ainsi obtenu.

a) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$2x - y \geq -3$
$x + y \leq 6$

b) $y \leq 3x$
$y \geq x + 1$
$y \leq -2x + 10$

c) $y \leq 5$
$y \geq -8$
$2x - y \leq 7$
$x + y \geq -10$

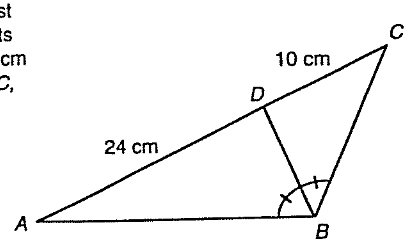
LES RELATIONS MÉTRIQUES 3

20 →

Dans le triangle ABC, le segment BD est la bissectrice de l'angle B. Les segments AD et DC mesurent respectivement 24 cm et 10 cm et le périmètre du triangle ABC, 70 cm. Détermine :

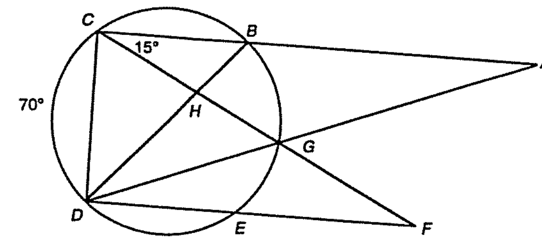
a) m $\overline{AB}$

b) m $\overline{BC}$



21 →

Dans la figure ci-dessous, les segments AC et DF sont parallèles et $\overline{BD}$ est un diamètre. De plus, m $\overset{\frown}{CD} = 70°$ et m $\angle BCF = 15°$.



22 →

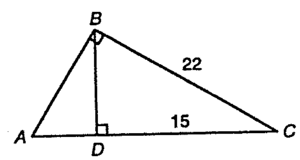
Détermine la mesure de chacun des angles suivants :

a) $\angle BAG$ b) $\angle BDG$ c) $\angle CHD$ d) $\angle CDB$ e) $\angle GDF$

23 →

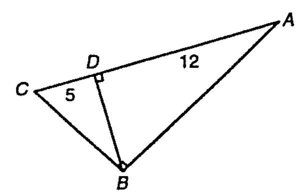
Dans chaque cas, détermine les mesures demandées.

a)



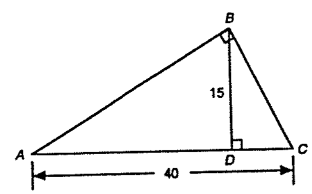
1) m $\overline{AC}$ = ?
2) m $\overline{AB}$ = ?
3) m $\overline{BD}$ = ?

b)



1) m $\overline{BD}$ = ?
2) m $\overline{BC}$ = ?
3) m $\overline{AB}$ = ?

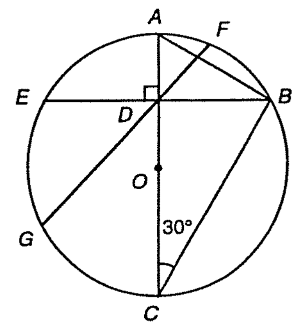
c)



1) m $\overline{AD}$ = ?
2) m $\overline{DC}$ = ?
3) m $\overline{AB}$ = ?

24

Dans le cercle ci-contre, le rayon mesure 10 cm et la corde FG, 18 cm. De plus, la mesure de l'angle ACB est égale à 30°. Quelle est la longueur du segment GD?



LES FONCTIONS EXPONENTIELLES ET LOGARITHMIQUES 4

5

Les tables de valeurs ci-dessous représentent des fonctions exponentielles. Détermine la base de chacune de ces fonctions.

a)

X	Y1
3	15.625
4	39.063
5	97.656
6	244.14
7	610.35
8	1525.9
9	3814.7

X=3

b)

X	Y2
3	21.496
4	35.493
5	60.687
6	106.04
7	187.67
8	334.6
9	599.08

X=3

c)

X	Y3
-2	-94.66
-1	-36.06
0	-12.63
1	-3.25
2	.5
3	2
4	2.6

X= -2

6

Soit la fonction f définie par la règle $f(x) = 2(5^{2x-4}) - 6$.

a) Trace le graphique de f.

b) Détermine son domaine et son codomaine.

c) Donne l'équation de l'asymptote à la courbe.

d) Détermine algébriquement le zéro de la fonction.

27

La fonction g est représentée par la règle $g(x) = 3 \log 2(x+4) - 1$.

a) Trace le graphique cartésien de cette fonction.

b) Donne son domaine et son codomaine.

c) Détermine l'équation de l'asymptote à la courbe de g.

d) Détermine algébriquement le zéro de g.

28

Des relevés effectués par des biologistes révèlent que les tordeuses d[illegible]rgeons de l'épinette ravagent actuellement des terres boisées d'une superficie de [illegible]ectares. On estime que la superficie des forêts envahies par ces insectes s'accroît de 10 % à tous les quatre jours.

a) Détermine la règle algébrique qui permet de calculer la superficie S des forêts attaquées par la tordeuse en fonction du nombre n de semaines.

b) Si aucune mesure n'est prise, après combien de semaines complètes la superficie des forêts envahies sera-t-elle supérieure à 3000 hectares?

29

Nathalie a déposé 2500 $ dans un compte d'épargne-retraite qui rapporte 6 % par année et dans lequel les intérêts sont capitalisés annuellement. Au même moment, Lydia a acheté un certificat d'épargne-retraite de 2000 $ au taux d'intérêt annuel de 8 % avec intérêts composés mensuellement.

a) Détermine la règle qui permet de calculer le capital de Nathalie et celui de Lydia en fonction du nombre d'années écoulées depuis leur placement.

b) Dans combien d'années le capital accumulé par Lydia sera-t-il supérieur à celui de Nathalie?

30

Résous les équations suivantes :

a) $16^{2x+3} = 8^{-x+1}$

b) $27^{x+5} = 81^{2x} \times 9^{-x}$

c) $5^{-x+3} = 12^{x+2}$

d) $40^{x+1} = \log_8 55$

e) $3 \times 3^{2x^2-3} = 27^x$

f) $\log_2(x+8) + \log_2 4 = 3$

g) $\log(3x-1) - \log(x+4) = -2$

LES VECTEURS 6

31

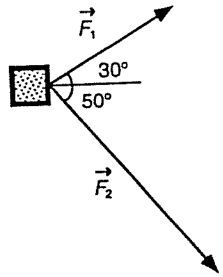
Quelle est l'orientation de chacun des vecteurs suivants :

a) $\overrightarrow{AB}$, si les coordonnées de A sont (-4, 2) et celles de B, (5, 6).

b) $\vec{u} = (3, -5)$

c) $\vec{v}$ si $\vec{v} \perp \vec{u}$ et $\vec{u} = (-6, -4)$

32 On exer[...] un corps une force F_1 de 220 N et une force F_2 de 375 N selon les orientations données dans la figure ci-contre.
Détermine :

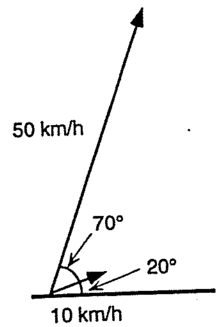


a) les composantes de $\vec{F}_1$ et de $\vec{F}_2$

b) la norme de $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$

c) l'orientation de $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$

33 Un voilier se déplaçant à la vitesse de 50 km/h subit l'influence d'un courant marin qui le fait dériver à la vitesse de 10 km/h. Les orientations de ces vitesses sont respectivement de 70° et 20°.



a) À quelle vitesse se déplace le voilier par rapport à son point de départ?

b) Détermine l'orientation de cette vitesse résultante.

34 Soit $\vec{u} = (-5, 2)$ et $\vec{v} = (3, 2)$.

a) Dans un même plan cartésien, représente :

1) $\vec{u} + \vec{v}$ 2) $\vec{u} - \vec{v}$ 3) $2(\vec{u} + \vec{v})$

b) Détermine la norme de :

1) $\vec{u} + \vec{v}$ 2) $\vec{u} - \vec{v}$ 3) $2(\vec{u} + \vec{v})$

35 Soit $\vec{u} = (a, b)$, $\vec{v} = (2a, 2b)$ et $\vec{w} = (4a, 4b)$.

a) Quelle relation existe-t-il entre $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$?

b) Détermine $|\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}|$.

c) Exprime $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ en fonction de l'un des vecteurs.

36 Si les vecteurs s et t ont la même origine et que $\vec{s} = 2(2, -4)$ et $\vec{t} = (-3, -2)$, dé[...]e :

a) $\vec{s} \bullet \vec{t}$ b) l'angle entre les deux vecteurs

37 Le vecteur $w = (10, -6)$ peut s'exprimer comme la combinaison linéaire $2\vec{u} + 5\vec{v}$ où $\vec{u} = (3, 2)$.
Détermine les composantes de $\vec{v}$.

LES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES 7

38 Soit les fonctions f, g, h définies par les règles : $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$ et $h(x) = \tan x$.

a) Quelles sont les fonctions croissantes sur $]\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$?

b) Quelles sont les fonctions négatives sur $]-\frac{3\pi}{2}, -\pi]$?

c) Quelle fonction est décroissante sur $[3\pi, \frac{7\pi}{2}]$?

d) Est-il vrai que les zéros de f sont aussi des zéros de h?

e) Existe-t-il des intervalles sur lesquels les fonctions f, g et h sont toutes les trois négatives?

39 Les règles ci-contre définissent deux fonctions sinusoïdales. Pour chacune de ces fonctions, détermine :

$f(x) = 3 \sin 2(x - \pi) + 5$

$g(x) = -\pi \sin(-3\pi x + 2) - \pi$

a) son amplitude; b) sa période;

c) le déphasage de sa courbe par rapport à celle de sa fonction de base.

40 Détermine la valeur exacte de chacune des expressions suivantes :

a) $\sin\theta + \cos\theta$ si $P(\theta) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) $2\tan\theta + \cos\theta$ si $P(\theta) = \left(\frac{3}{8}, \frac{\sqrt{55}}{8}\right)$

c) $\sec^2\theta + \csc^2\theta$ si $P(\theta) = \left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

41 Démontre ... antités suivantes :

a) $\sin^2 x \sec x \cot^2 x = \cos x$

b) $(1 + \tan^2 x)(1 - \cos^2 x) = \tan^2 x$

c) $\frac{\cos \beta}{\sec \beta} + \frac{\sin \beta}{\operatorname{cosec} \beta} = 1$

42 On fait subir, à la courbe de la fonction sinus de base, une réflexion par rapport à l'axe d'équation $x = \pi$, suivie d'une translation horizontale de $\pi/2$. Donne deux règles qui définissent la fonction ainsi transformée.

LIEUX GÉOMÉTRIQUES ET CONIQUES 8

43 Identifie les coniques associées aux équations et exprime chacune d'elles sous sa forme canonique.

a) $2x^2 + 12x + 16y = 22 - 2y^2$

b) $y^2 = \frac{4x^2}{5} - 16$

c) $x^2 - 8x - 8y + 16 = 0$

d) $8x^2 + 5y^2 - 48x + 32 = 0$

44 L'équation d'une parabole est de la forme $(x - h)^2 = 4c(y - k)$ où c est la distance sommet-foyer. L'équation de sa directrice est $y = 5a$ et les coordonnées de son sommet sont (h, 8a) où a > 0.

a) Quelles sont les coordonnées de son foyer?

b) Si l'ordonnée d'un point de la parabole est égale à 20a, quelle est la distance entre ce point et le foyer de la parabole?

45 Quelle est l'aire de la couronne formée par les cercles d'équations $x^2 + y^2 + 10x - 6y - 2 = 0$ et $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 27 = 0$?

46 À l'ellipse d'équation $\frac{(x+6)^2}{25} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$, on applique la translation $t_{(c,\,0)}$ où c est la distance centre-foyer. Quelle est l'équation de son image?

47 Une parabole passe par le point (-4, 3) et la fonction qui lui est associée possède un maximum de 4 à $x = -6$. Détermine :

a) l'équation de cette parabole sous sa forme canonique;

b) l'équation de sa directrice;

c) les coordonnées de son foyer;

d) l'inéquation qui représente la région du plan en-dessous de la parabole;

48 Un rectangle est délimité par les droites d'équations $x = 3$, $x = 13$, $y = -4$ et $y = 6$. Les diagonales de ce rectangle sont associées aux asymptotes d'une hyperbole dont l'axe focal est parallèle à l'axe des abscisses.

a) Trace l'hyperbole correspondant à cette situation.

b) Détermine, sous la forme canonique, l'équation de l'hyperbole.

c) Détermine les coordonnées de ses foyers.

d) Donne l'équation de chacune des asymptotes.

49 Dans une pièce métallique de forme elliptique, on perce un trou de forme circulaire ayant le même centre que l'ellipse. Le cercle passe par les foyers de l'ellipse dont l'équation est $16x^2 + 25y^2 - 1600 = 0$. Détermine la relation qui correspond à la surface à perforer.

50 Dans un plan cartésien, on trace deux cercles définis par les équations $x^2 + y^2 + 6x - 10y - 2 = 0$ et $x^2 + y^2 - 24x + 12y + 144 = 0$. Entre ces deux cercles, on trace un troisième cercle qui leur est tangent et dont le centre est situé sur le segment de droite joignant les centres des deux premiers. Quelle est, sous la forme canonique, l'équation de ce cercle?

Fin

Réponses

a) i
b) g
c) h
d) f

2) a) $a = 2$, $b = 1/2$
b) $a = -1$, $b = 5$
c) $a = 5$, $b = 2$

3) a) $(8,3)$
b) $(0,100)$
c) $(3,-1)$
d) $(-1,-0.5)$

4) a) $x = -14$, $y = 0$
b) $x = 0$, $y = 5$
c) $x = 1/4$, $y = 1$

#6 a) $y = -4[-0.5x]$
b) $[0,10]$ $\{0,4,8,12,16,20\}$

#7 $y = -|x-3|+8$
$y = -2|x-8|+12$
$D: [0,5]$ et $D: [5,10]$

#8 a) $11/8$
b) $-19/6$ et $-29/6$
c) $7/9$

#9 a) $x < -4/3$
b) $x \leq -3$ ou $x \geq 7$
c) $x < -5$ ou $x > 3$

#12 a) 1) 150 \$
2) 250 \$
3) 550 \$
b) $D: \mathbb{R}_+$
$I\{50, 150, 250 \ldots\}$

#13 a) 20 °c
b) 13,37

#14 a) $y = -2\sqrt{x+2} + 5$
b) $y = -3.18\sqrt{-x} + 10$

#15 b) $x \geq y$
$x + y \geq 1200$
$x \leq 800$
$y \geq 450$
c) $M = 6x + 5y$

#16 a) $(20,60)$

#17 $x \geq 5y$, $y \geq 15$
$6x + 10y \geq 1200$
$6x + 10y \leq 1800$
$M = 40x + 60y$
$(150,30) = \$7800$

#18 $x + y \geq 45$, $x + y \leq 75$
$x \geq 3y$, $2x + 5y \leq 180$
$M = 3x + 7y$
$(65,10) \Rightarrow 265$ pts

#19 a) $(0,3)(1,5)(6,0)$
b) $(2,6)(3,4)(1/2, 3/2)$
c) $(-15,5)(6,5)(-2,-8)$
$(-1/2,-8)$

#20 a) 25,41
b) 10,59

#22 a) 20°
b) 15°
c) 50°
d) 55°
e) 20°

(#23) a) 32,27
23,6
16,09

b) 7.75
9,22
14,28

c) 33.2
6,77
36,46

(#24) 11.44

(#25) a) 2.5
b) 1.8
c) 0.4

26 D = R
b) I:]-6, +∞

c) $y = -6$

d) 2,341

27 b)]-4, +∞
I: R

c) $x = -4$

d) -2,923

(#28) a) $y = 300(1.1)^{1.75m}$

b) 14 sem

(#29) a) $y = 2500(1.06)^{x}$
$y = 2000\left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12x}$

b) 10,40

(#30) a) $-9/_{11}$ b) 5

c) -0,035 d) -0,822

e) $-1/_2$ et 2 f) -6

g) $8/_{23}$

(#31) a) 24°
b) 301°
c) 123,7° ou 303,7°

(#32) a) (190.5, 110)
(241,05, -287,27)

b) 466,57 N

c) ~~327,69~~° 52,3°

(#33) a) 56,9
b) 62,3°

(#34) b) 1) 4.47
2) 8
3) 8,94

(#35) a) colinéaires
b) $7\sqrt{a^2+b^2}$
c) $-\vec{u}$

(#36) a) 4
b) 82,9°

(#37) $(4/_5, -2)$

(#39) a) 3 et π
b) π et $2/_3$
c) π et $2\pi/_3$

(#40) a) 0,366
b) 5,319
c) 4.34

(#42) $y = -\sin(x - \pi/_2)$
ou
$y = \sin(x - 3\pi/_2)$

(#43) a) $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 36$

b) $\dfrac{x^2}{20} - \dfrac{y^2}{16} = 1$

c) $(x-4)^2 = 8y$

d) $\dfrac{(x-3)^2}{5} + \dfrac{y^2}{8} = 1$

(#44) a) (h, 11a)
b) 15a

(#45) 91,1

(#46) $\dfrac{(x+2)^2}{25} + \dfrac{(y-4)^2}{9} = 1$

(#47) a) $(x+6)^2 = -4(y-4)$
b) $y = 5$
c) (-6, 3)
d) $(x+6)^2 < -4(y-4)$