Mathématique
Séquence *Sciences naturelles*

Troisième année du deuxième cycle
(5^{e} secondaire)

Tâches de compétence 2

Cahier de l'élève

Corrigé

NOM : ______________________ Prénom : ______________________

Centre d'éducation des adultes
DES BATELIERS

Bon succes !

SN5- Mathématique
Examen final- Compétence 2

Section à choix multiples : 10 questions * 2pts/ bonne réponse = 20 pts

1 À l'occasion de la St-Valentin, Joé, un grand romantique, veut offrir un bouquet formé de roses et d'œillets à sa future épouse.

Ce bouquet comptera au moins 20 fleurs et un maximum de 15 roses. Chaque rose coûte 5 $ et chaque œillet, 3 $. Le coût total ne devra pas dépasser 100 $.

Soit x : nombre de roses
y : nombre d'œillets

Quel système d'inéquations traduit les contraintes de cette situation?

A) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 20$, $x \leq 15$, $5x + 3y \leq 100$

B) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 20$, $x \leq 15$, $5x + 3y \leq 100$

C) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 20$, $x \geq 15$, $5x + 3y \leq 100$

D) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 20$, $x \geq 15$, $5x + 3y \geq 100$

2 **Laquelle des fonctions suivantes peut posséder plusieurs zéros?**

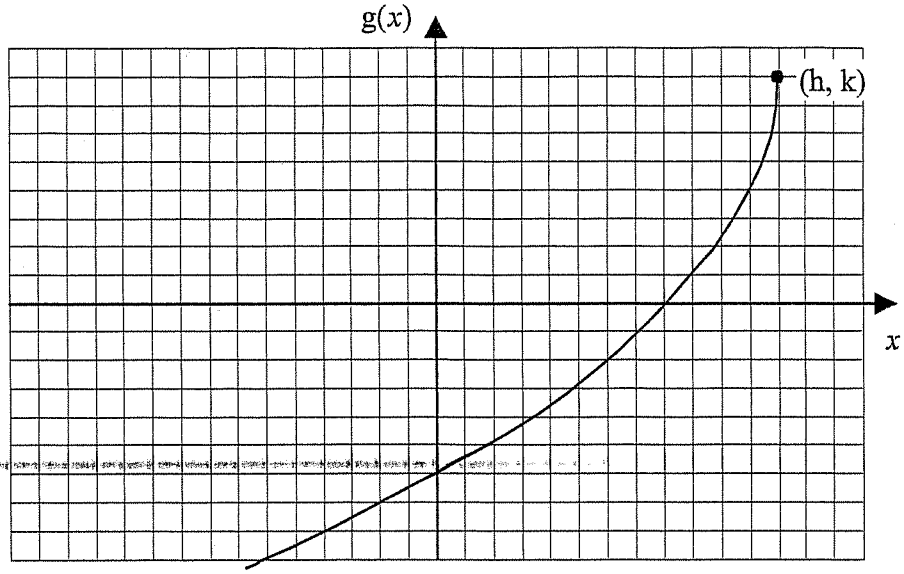
A) Exponentielle

B) Logarithmique

C) Rationnelle

D) Tangente

L'équation canonique de la fonction représentée ci-dessous est de la forme $g(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$.



Parmi les énoncés ci-dessous, lequel est vrai?

A) $a > 0$ et $b > 0$

B) $a > 0$ et $b < 0$

C) $a < 0$ et $b < 0$

D) $a < 0$ et $b > 0$

4-

Si $\log_n u = 7$ et $\log_n w = -9$ alors évaluez l'expression suivante.

$\log_n n^2 + \log_n w^4 - \log_n u^5$

$2 + 4(-9) - 5(7)$

$$\log_n\left(\frac{n^2 w^4}{u^5}\right)$$

A) -82

B) -78

C) -75

D) -69

$h = 7/5$

$k = 3/5$

$f(x) = \dfrac{3x+4}{5x-7}$

$\boxed{5}$ Soit $f(x) = 3x + 4$ et $g(x) = 5x - 7$. La fonction h est définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{où} \quad g(x) \neq 0.$$

Quel est le domaine et l'image de la fonction h?

A) Dom $h = \Re \setminus \left\{\frac{3}{5}\right\}$

Ima $h = \Re \setminus \left\{\frac{-7}{5}\right\}$

B) Dom $h = \Re \setminus \left\{\frac{3}{5}\right\}$

Ima $h = \Re \setminus \left\{\frac{7}{5}\right\}$

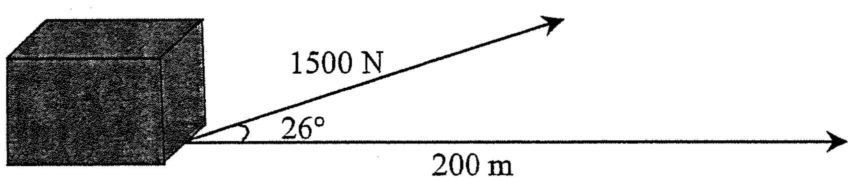
C) Dom $h = \Re \setminus \left\{\frac{7}{5}\right\}$

Ima $h = \Re \setminus \left\{\frac{-3}{5}\right\}$

D) Dom $h = \Re \setminus \left\{\frac{7}{5}\right\}$

Ima $h = \Re \setminus \left\{\frac{3}{5}\right\}$

6- Pour construire les pyramides, les Égyptiens utilisaient un système de poulie très ingénieux afin de transporter les blocs de pierre. Ils appliquaient une force orientée de 26° sur les blocs de pierre afin de minimiser le travail nécessaire à leur déplacement. (Le travail (Nm) est défini comme le produit scalaire du vecteur force par le vecteur déplacement.)



Quel travail, arrondi au Nm le plus près, est nécessaire pour déplacer un bloc de pierre horizontalement, sur une distance de 200 m, si on lui applique une force de 1500 N orientée de 26°?

A) 131 511 Nm

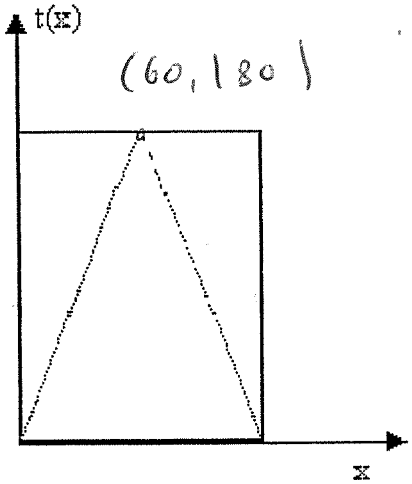
B) 194 076 Nm

C) 228 768 Nm

D) 269 638 Nm

P.S = 1500 x 200 x Cos 26°

7 Loic pratique ses coups de billard. Il se place au coin gauche de la table, ce qui correspond à l'origine d'un plan cartésien, et tente d'envoyer sa boule au centre de la bande face à lui afin que celle-ci revienne s'empocher dans le dernier trou à sa droite.



La trajectoire de la boule est exprimée par la fonction " t " dont l'équation est :

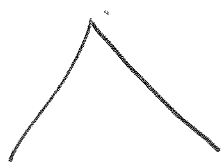
$t(x) = -|3x - 180| + 180$, $y = -3|x-60| + 180$
(h, k)

où x et $t(x)$ sont des mesures exprimées en cm.

Quelles sont les dimensions de la table de billard ?

A) 180 x 60 cm
B) 180 x 360 cm
C) 180 x 120 cm
D) 60 x 540 cm

$180 = |3x - 180|$



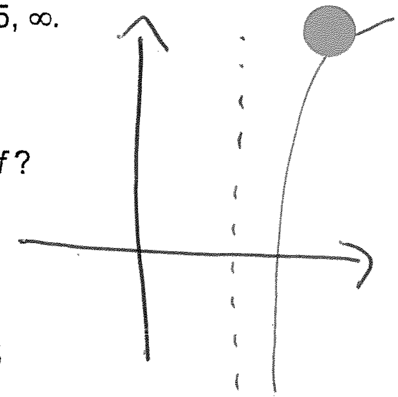
$x = 0$ $x = 120$

$y = \log_b (x-h) + k$

8 Soit f, une fonction logarithmique croissante dont le domaine correspond à]5, ∞.

Le graphique de cette fonction passe par le point (9, 10).

Laquelle des fonctions suivantes répond aux caractéristiques de la fonction f ?



A) $f(x) = 3 \log_2 (x - 5) + 4$

B) $f(x) = \log_4 (x - 5) + 8$

C) $f(x) = 5 \log_{\frac{1}{2}} (x - 1) + 5$

D) $f(x) = 15 \log_{14} (x + 5) - 5$

9 La position d'un piston dans un cylindre est donnée par l'équation

$$p(t) = 3\sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 3$$

$\frac{2\pi}{40\pi} = \frac{1}{20} = \text{sec.}$

où t est le temps en secondes. La période d'un piston est le temps pris pour faire un aller-retour.

Quel est, par minute, le nombre d'aller-retour du piston dans le cylindre?

$\frac{1}{20}$ sec → 1 tours

60 sec → ? trs

A) 1200

B) 2400

C) 7540

D) 9600

10 Cynthia travaille pour une compagnie spécialisée en aménagement paysager. Elle doit planter une haie de cèdres autour d'un terrain qui a la forme d'une parabole. L'équation de cette parabole dans le plan cartésien est :

$$(y - 2)^2 = 16(x + 4)$$

$(y-2)^2 = 4(4)(x+4)$

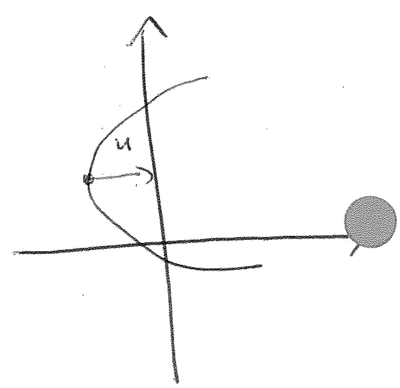
Quelles sont les coordonnées du sommet (S) et du foyer (F) de cette parabole?

A) S(-4, 2) et F(-8, 2)

B) S(-4, 2) et F(0, 2)

C) S(4, -2) et F(0, -2)

D) S(4, -2) et F(8, -2)

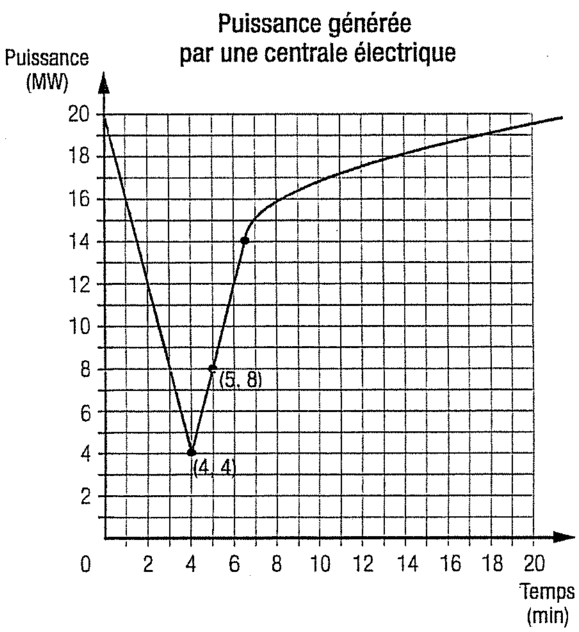


Pour chaque question laissez les traces de votre démarche et écrivez le résultat prévu pour cet usage. Chaque question vaut 10 points qui seront répartis en fonction des critères suivants :

-	Application correcte des concepts et des processus appropriés à la situation
–	Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation
–	Structuration adéquate des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation

Aucun point ne sera accordé pou un résultat exact sans les traces de la démarche.

11. À la suite d'un bris, la puissance générée par une centrale électrique chute, puis est progressivement rétablie. La fonction définie par parties ci-dessous permet de modéliser cette situation.



$$p(x) = \begin{cases} a\,|x - h_1| + k_1 \text{ si } 0 \le x \le 6{,}5 \\ 1{,}47\sqrt{x - 6{,}5} + k_2 \text{ si } \quad x \ge 6.5 \end{cases}$$

où x représente le temps écoulé depuis le bris et $p(x)$, la puissance générée par la centrale électrique.

$a = 4$

$y = 4|x - 4| + 4$

$14 = 4|x - 4| + 4$

Déterminez le moment où la puissance générée par la centrale électrique revient au niveau qu'elle était au moment du bris.

$x = 6.5 \quad = (h, k) \quad$ ok.

$y = 14$

$y = 1.47\sqrt{\cancel{x} - 6.5} + 14$

$20 = 1{,}47\sqrt{x - 6{,}5} + 14$

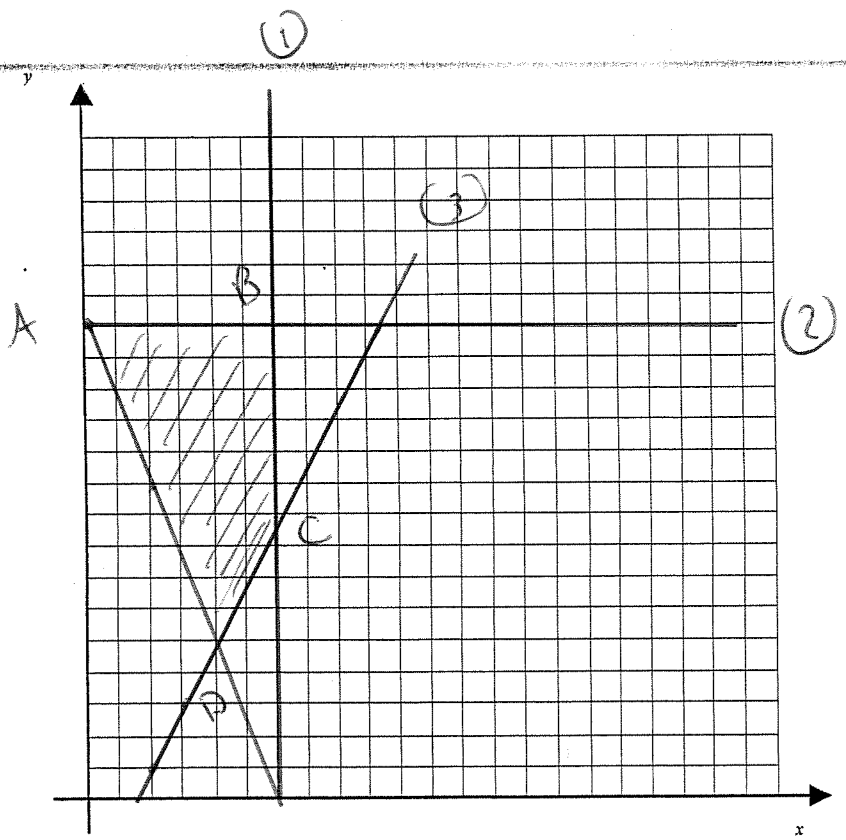
$23{,}15 \simeq x$

12- Dans un plan cartésien gradué en mètres, l'emplacement d'un jardin est déterminé par les solutions du système d'inéquations suivant.

1. $x \leq 6$
2. $y \leq 15$
3. $y \geq 2x - 3$
4. $5x + 2y \geq 30$ $\quad y = \dfrac{-5x + 30}{2}$

Une clôture est installée sur le contour du jardin.

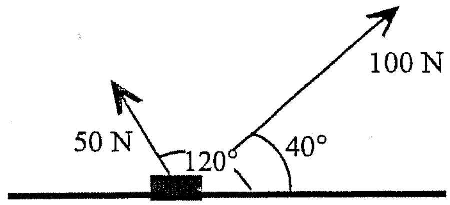
Quelle est, arrondie au dixième, la longueur de la clôture?



A (0,15)
B (6,15)
C (6,9)
D (4,5)

longueur ≃ 27 mètres

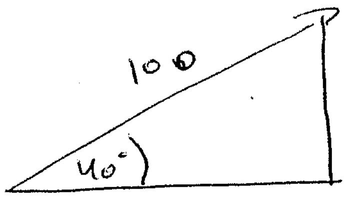
13- Stéphanie et Anne - Marie tirent sur un objet. Elles appliquent respectivement des forces de 100 N et 50 N, avec des orientations différentes, soit 40° et 120°. La situation est représentée ci-dessous.



Makoto leur propose de les remplacer.

Quelle force Makoto doit-il appliquer pour produire le même effet sur l'objet (grandeur et orientation)?

1er)



$\cos 40° = \frac{x}{100}$ et $\sin 40° = \frac{y}{100}$

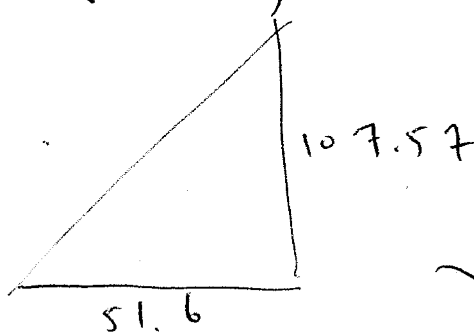
(76.6 , 64.27)

2e)

$\cos 60° = \frac{x}{50}$ et $\sin 60° = \frac{y}{50}$

(-25 , 43.3)

3e) On additionne $R = (51.6 , 107.57)$



$\boxed{\text{Rép: } 119,3\ N \text{ à } 64.3°}$

14- Sur un forum de discussion de mathématique , Charlot est incapable de résoudre l'équation suivante :

$$\log (x+2) + \log (x-1) = 1$$

A l'aide d'explications détaillées aide Charlot dans son devoir :

De : elevessn5@csnavigateurs.qc.ca

A : charlot@toutmele.com

Cher Charlot voici la démarche appropriée :

$$\log(x^2+x-2) = 1$$

$$10 = x^2+x-2$$

$$0 = x^2+x-12$$

$$3 \text{ ou } \cancel{-4}$$

$$x = 3$$

Voila Charlot! J'espère que tu trouveras ma démarche complète , cohérente et efficiente....

15

La demi-vie est le temps nécessaire pour que la quantité d'un élément radioactif diminue de moitié. Le radium (Ra) est un élément radioactif qui se désintègre de façon naturelle.

On utilise la formule suivante

$$N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{d}}$$

où N est la quantité restante après t année(s),
N_0, la quantité initiale et d, la demi-vie de l'élément.

On sait qu'après 3000 ans, il reste 27,04 g de radium sur les 100 g initiaux.

Combien restera-t-il de grammes de radium après 1000 ans, s'il y en a 250 g au départ?

$$27{,}04 = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3000}{d}}$$

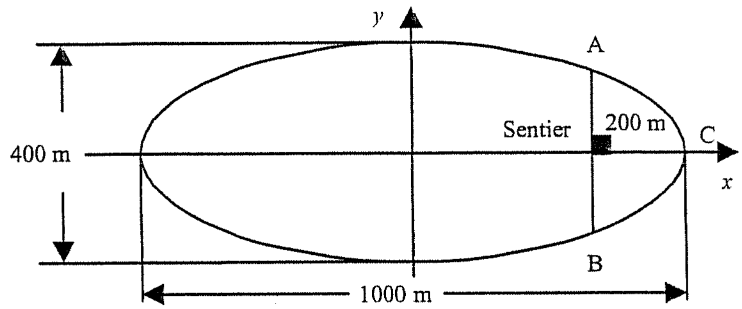
$d \simeq 1590$ années = la demi-vie

Donc $N = 250\left(1/2\right)^{\frac{1000}{1590}}$

Réponse = 161,66 g.

16- Une piste de randonnée dans le parc de la Gatineau est de forme elliptique. Avec le temps, les marcheurs ont tracé un sentier reliant les aires de repos A et B.

Le sentier se situe à 200 mètres du sommet C.



Quelle est la longueur du sentier AB, en mètres?

$$\frac{x^2}{500^2} + \frac{y^2}{200^2} = 1$$

$x = 300$

donc $y = 160 \times 2 = \underline{\underline{320 \text{ mètres}}}$

17 Démontre l'identité suivante :

$$\operatorname{cosec} x - \sin x = \cot x \cdot \cos x$$

$$\frac{1}{\sin x} - \frac{\sin x}{1}$$

$$\frac{1 - \sin^2 x}{\sin}$$

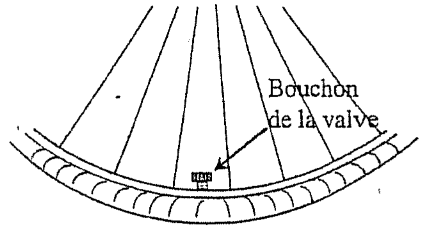
$$\frac{\cos^2 x}{\sin x}$$

$$\frac{\cos x \cdot \cos x}{\sin x}$$

$$\cot x \cdot \cos x$$

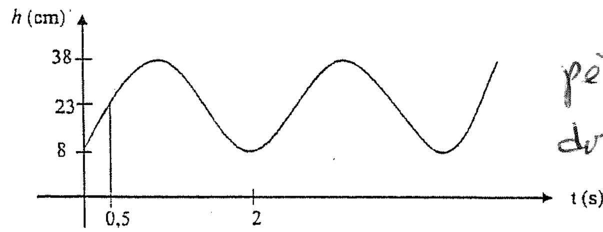
18-

Sara se promène à bicyclette dans un parc. La roue avant de sa bicyclette fait 1 tour complet en 2 secondes. Le diamètre de la roue avant, pneu compris, est de 46 cm. L'épaisseur du pneu est de 4 cm. De plus, le bouchon de la valve est à 4 cm du bord de la jante.



Au départ, la distance du bouchon au sol est à son minimum.

La fonction qui exprime la hauteur de la valve en fonction du temps est représentée par le graphique ci-contre.



période = 2

donc $b = \pi$

$a = 15$

$k = 23$

À quels moments, au cours des 4 premières secondes, le bouchon de la valve se retrouvera-t-il à 33 cm du sol?

$y = 15 \sin \pi (x - 0{,}5) + 23$

$33 = 15 \sin \pi (x - 0{,}5) + 23$

$0{,}666 = \sin \pi (x - 0{,}5)$

$0{,}729 = \pi (x - 0{,}5)$ et $2{,}412 = \pi (x - 0{,}5)$

$0.73 = x$ $\qquad$ $1{,}26 = x$

$+p$ $\qquad$ $+p$

donc

$\{0.73, 1.26, 2.73$ et 3.26 sec$\}$