CORRECTION DE L'ÉPREUVE
SECTIONS A ET B

Section A	**Questions 1 à 6** *4 points ou 0 point*	

1. D	4	0
2. D	4	0
3. A	4	0
4. B	4	0
5. A	4	0
6. A	4	0

Section B	**Questions 7 à 10** *0 à 4 points*

7. La solution de l'équation est : $x = 11$. | 4 | 0 |

8. La valeur exacte de l'expression est : | 4 | 0 |

$\frac{10\sqrt{3}+3}{3}$ ou $\frac{10}{3}\sqrt{3}+1$ 6,77 ou

9. $f(g(x)) = x$ | 4 | 0 |

10. a) La règle mathématique qui définie la rue est : $x = -17$. | 4 | 2 | 0 |

b) La règle de la fonction associée au sentier pédestre est : $y^2 = 20(x + 12)$.

$5\left(\frac{1}{\sin}\right) +$ on trouve 3 fois l'angle de départ

$(-1/2, \sqrt{3}/2) = 120° = \theta$ donc $3\theta = 360°$

$5\left(1/\sqrt{3}/2\right. +$ donc $(0, 1)$

5,77 + cos θ

$5{,}77 + 1 = 6{,}77$ tiguidou

■ 11. L'identité trigonométrique

Exemple d'un raisonnement approprié

➢ **Démonstration de l'identité trigonométrique**

$$\boxed{\frac{(1+\sin x)^2+\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{2}{1-\sin x}}$$

$$\frac{1+2\sin x+\overbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}^{1}}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=\frac{2}{1-\sin x}$$

$$\frac{1+2\sin x+1}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=\frac{2}{1-\sin x}$$

$$\frac{2+2\sin x}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=\frac{2}{1-\sin x}$$

$$\frac{2\cancel{(1+\sin x)}}{(1-\sin x)\cancel{(1+\sin x)}}=\frac{2}{1-\sin x}$$

$$\boxed{\frac{2}{(1-\sin x)}=\frac{2}{1-\sin x}}$$

12. Le trajet de l'écureuil

Exemple d'un raisonnement approprié

➢ **Détermination de la règle de la fonction rationnelle**

Déterminer les coordonnées de départ de la fonction rationnelle avec $f(x) = -x + 10$ et le point $(x = 2)$:

$f(2) = -(2) + 10$
$f(2) = 8$

Les coordonnées de départ sont (2, 8).

Déterminer la valeur de c dans la fonction $f(x) = \frac{c}{x} + 6$ en utilisant le point (2, 8) :

$8 = \frac{c}{2} + 6$
$2 = \frac{c}{2}$
$c = 4$

La règle de la fonction rationnelle est $f(x) = \frac{4}{x} + 6$ **.**

➢ **Détermination de la règle de la fonction valeur absolue**

Déterminer les coordonnées du point de départ de la fonction valeur absolue en utilisant la fonction rationnelle, $f(x) = \frac{4}{x} + 6$ et la valeur (x = 4) :

$f(4) = \frac{4}{(4)} + 6$
$f(4) = 7$

Les coordonnées du point de départ sont (4, 7).

Déterminer la valeur de a dans la fonction $f(x) = a|x - 6| + 9$ en utilisant le point (4, 7) :

$7 = a|(4) - 6| + 9$
$-2 = a|-2|$
$-2 = 2a$
$a = -1$

La règle de la fonction valeur absolue est $f(x) = -1|x - 6| + 9$.

- **Détermination de la règle de la fonction racine carrée**

Déterminer les coordonnées du sommet de la fonction racine carrée en utilisant la fonction valeur absolue et la valeur ($x = 9$) :

$f(9) = -1|(9) - 6| + 9$

$f(9) = -1(3) + 9$

$f(9) = 6$

Les coordonnées du sommet sont (9, 6).
La valeur du paramètre k est 6.

La règle de la fonction racine carrée est $f(x) = 3\sqrt{x-9} + 6$.

- **Déterminer la règle de la fonction linéaire**

Déterminer les coordonnées du point de départ en utilisant la fonction racine carrée et la valeur ($x = 13$) :

$f(13) = 3\sqrt{(13)-9} + 6$

$f(13) = 3\sqrt{4} + 6$

$f(13) = 3(2) + 6$

$f(13) = 12$

Les coordonnées du point de départ sont (13, 12).

Déterminer la valeur de b dans $f(x) = -4x + b$ en utilisant le point (13, 12) :

$(12) = -4(13) + b$
$12 = -52 + b$
$b = 64$

La règle de la fonction linéaire est $f(x) = -4x + 64$.

- **Déterminer le point d'arrêt (au sol)**

Correspond à la valeur de x quand $f(x) = 0$:

$(0) = -4x + 64$
$4x = 64$
$x = 16$

- **Conclusion**

L'écureuil touche le sol après 16 secondes.

13. La facture de téléphone cellulaire

Exemple d'un raisonnement approprié

➢ **Fonction à optimiser et coût maximum**

Fonction à optimiser : $C = 0{,}25\,x + 0{,}40\,y$

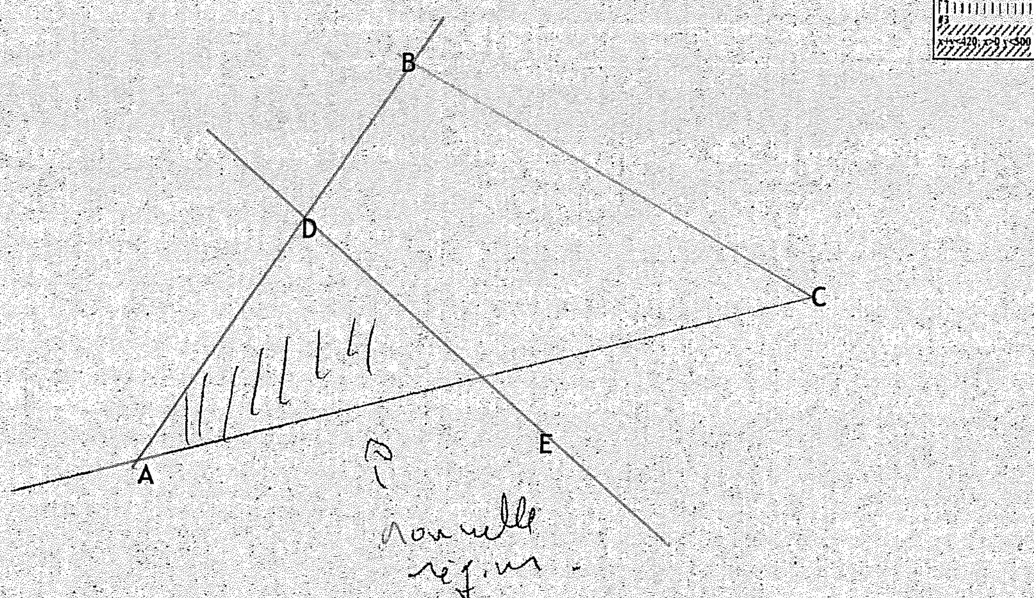
SOMMET	COÛTS ($)	
A (120, 60)	54,00	
B (225, 375)	206,25	← Maximum
C (400, 200)	180,00	

➢ **Nouveau polygone de contraintes**

Contrainte additionnelle: $x + y \leq 420$

Nouveau graphique :

Utilisation du téléphone cellulaire par Annie



➢ **Coordonnées des nouveaux sommets**

Le sommet D est à l'intersection du $\overline{AB}$ $(y = 3x - 300)$ et de la droite $x + y = 420$.

Résoudre par substitution:

$$x + (3x - 300) = 420$$
$$4x = 720$$
$$x = 180$$
$$(180) + y = 420$$
$$y = 240$$

Les coordonnées du sommet D sont (180, 240).

Le sommet E est situé à la rencontre du $\overline{AC}$ $(x = 2y)$ et de la droite $x + y = 420$.

Résoudre par substitution:

$$(2y) + y = 420$$
$$3y = 420$$
$$y = 140$$

$$x + 140 = 420$$
$$x = 280$$

Les coordonnées du sommet E sont (280, 140).

➢ **Nouveau coût maximum**

SOMMETS	COÛT ($)	
A (120, 60)	54,00	
D (180, 240)	141,00	← Maximum
E (280, 140)	126,00	

➢ **Différence entre le coût du mois précédent et le mois après l'ajout de la contrainte.**

206,25 $ – 141,00 $ = 65,25 $

➢ **Conclusion**

La facture de téléphone cellulaire d'Annie diminuera de 65,25 $ après modification des contraintes.

14. Art moderne

Exemple d'un raisonnement approprié

➢ **Position du sommet de la petite parabole**

Équation de la parabole en utilisant la distance focale c = 0.5, h = 0 et le point (2, 3)

$(x - h)^2 = -4c\ (y - k)$
$(2 - 0)^2 = -4\ (0,5)\ (3 - k)$
$4 = -6 + 2\ k$
$10 = 2k$

$k = 5$

Les coordonnées de la petite parabole, le sommet du petit axe de l'ellipse et le foyer de la grande parabole est (0, 5).

➢ **Les foyers de l'ellipse**

Correspond aux extrémités de la grande parabole :
$c^2 = a^2 - b^2$

$a = \frac{14}{2}$
$a = 7$

$b = 5$ (coordonnée du sommet)

$c^2 = 7^2 - 5^2$
$c^2 = 49 - 25$
$c^2 = 24$

$c = \pm\sqrt{24}$ (4,89, 0) (-4,89, 0)

Les coordonnées des foyers de l'ellipse sont $(\sqrt{24}, 0)$ et $(-\sqrt{24}, 0)$.

- **Le sommet de la grande parabole**

La distance entre le sommet et le foyer, $c = k - 5$

Équation de la grande parabole : $(x - h)^2 = -4c(y - k)$

où h = 0, car le sommet de la parabole est sur l'axe des y, $c = k - 5$ et un point de la parabole.

$(\sqrt{24} - 0)^2 = -4(k - 5)(0 - k)$
$24 = 4k^2 - 20k$
$4k^2 - 20k - 24 = 0$
$k^2 - 5k - 6 = 0$

$(k - 6)(k + 1) = 0$

Ainsi, k = 6 ou k = -1. k = -1 est rejeté; alors k = 6

Les coordonnées du sommet de la grande parabole est (0, 6).
De ce fait, la hauteur de la sculpture est de 6 m.

- **Conclusion**

La sculpture d'art moderne respecte les règlements municipaux.

15. Les rats

Exemple d'un raisonnement approprié

➢ **Règle de la fonction représentant la population de serpents**

x : le nombre d'années depuis l'introduction des serpents
$f(x)$: la population de serpents à Hawaï

$f(x) = a\,c^{bx}$

Population initiale (a) : 4 Taux de croissance (c) : 2

Intervalle de croissance (b) : à tous les trois ans; $\frac{1}{3}$

$$\therefore f(x) = 4\left(2^{\frac{x}{3}}\right)$$

➢ **Règle de la fonction représentant la population de rats**

x : le nombre d'années depuis l'introduction des serpents
$g(x)$: la population de rats à Hawaï

$g(x) = a\,c^{bx}$

Intervalle de croissance (b) : 1
En utilisant les points (1, 270) et (2, 243), et en résolvant l'équation suivante :

1) $270 = a\,c^1$
2) $243 = a\,c^2$

Substituer $a = \frac{270}{c^1}$ dans la deuxième équation :

$$243 = \left(\frac{270}{c^1}\right)c^2$$

$$243 = 270c$$

$$c = \frac{243}{270}$$

$$c = 0{,}90$$

$$a = \frac{270}{c}$$

$$a = \frac{270}{(0.9)}$$

$a = 300$ $\therefore g(x) = 300\left(0{,}9^x\right)$

$b = 0{,}9$

- **Moment où les deux populations seront égales**

$f(x) = g(x)$

$4\left(2^{\frac{x}{3}}\right) = 300\left(0{,}9^{x}\right)$

$2^{\frac{x}{3}} = 75\left(0{,}9^{x}\right)$

$\log\left(2^{\frac{x}{3}}\right) = \log\left[75\left(0{,}9^{x}\right)\right]$

$\frac{x}{3}\log 2 = \log 75 + x\log 0{,}9$

$\frac{x}{3}\log 2 - x\log 0{,}9 = \log 75$

$x\left(\frac{1}{3}\log 2 - \log 0{,}9\right) = \log 75$

$x = \frac{\log 75}{\left(\frac{1}{3}\log 2 - \log 0{,}9\right)}$

$x = 12{,}834$

- **Conclusion**

12,83 années seront nécessaires à la population de serpents pour égaler la population de rats.

16. L'angle entre deux vecteurs

➢ **Exemple général**

Si $u = (a, b)$, alors l'angle θ du vecteur v peut être déterminé de la manière suivante :

$$t\mathbf{an}\boldsymbol{\theta}_1 = \frac{\mathbf{opp}}{\mathbf{adj}}$$

$$\tan\boldsymbol{\theta}_1 = \frac{b}{a}$$

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Et si $v = (c, d)$, alors l'angle θ_2 du vecteur u peut être déterminé de la manière suivante :

$$\tan\theta_2 = \frac{\mathbf{opp}}{\mathbf{adj}}$$

$$\tan\theta_2 = \frac{d}{c}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{d}{c}\right)$$

L'angle entre les deux vecteurs v et u :

$$\boldsymbol{\theta}_1 - \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{d}{c}\right)$$

Parce que l'angle pourrait être négatif quand l'angle θ_2 est plus grand que l'angle θ_1, nous devons considérer l'angle entre les deux vecteurs comme étant la valeur absolue de la différence.

➢ **Conclusion**

L'angle entre deux vecteurs peut être déterminé en utilisant la formule :

$$\left|\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{d}{c}\right)\right|.$$