Nom : SN-5

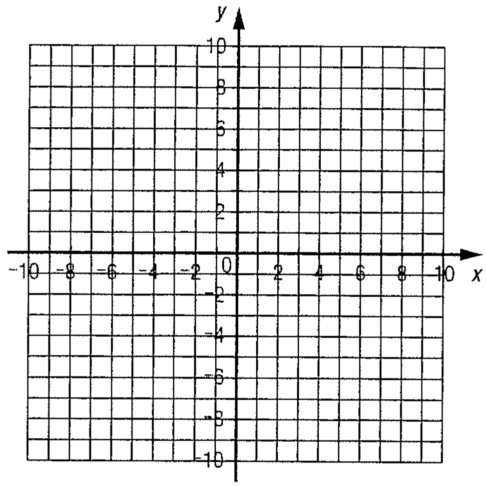
Groupe : ______________ Date : ______________

BANQUE D'EXERCICES

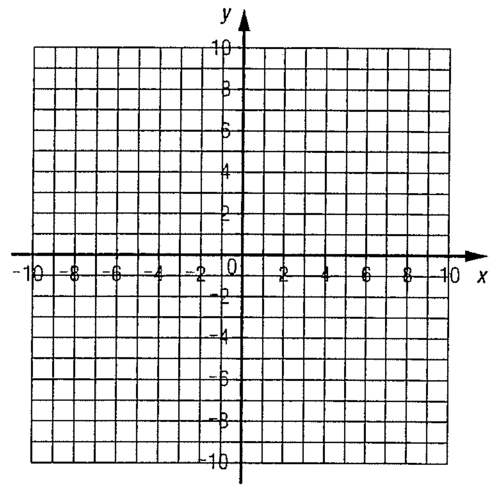
Fin d'année

1 Représentez graphiquement chacune des fonctions suivantes.

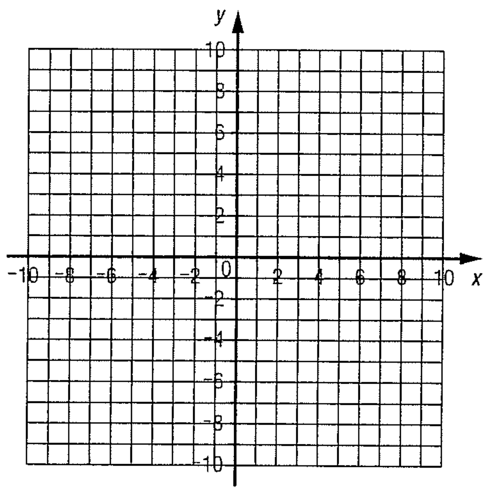
a) $f(x) = -3\sqrt{-(-2x + 7)} + 4$



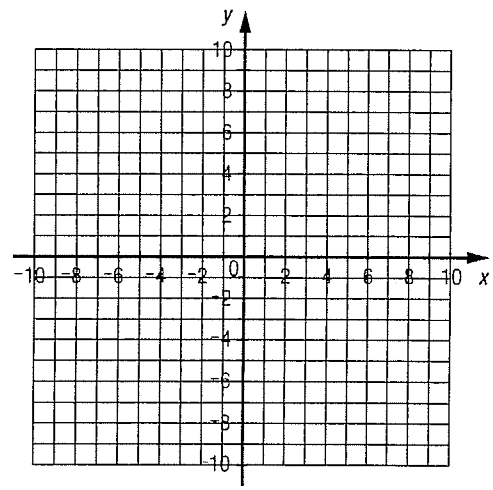
b) $f(x) = -2(0{,}5)^{3 - x} + 2$



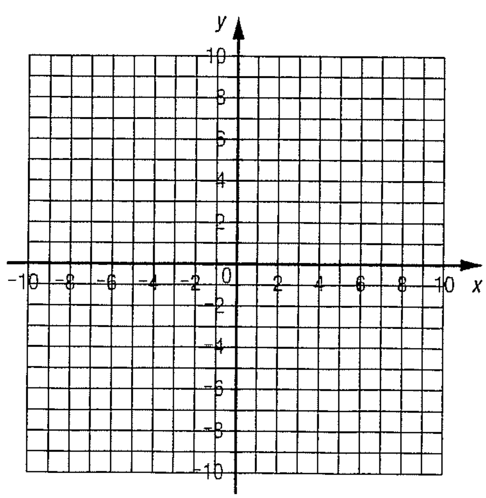
c) $f(x) = 3\cos\left(\frac{\pi}{2}x + 3\pi\right) - 5$



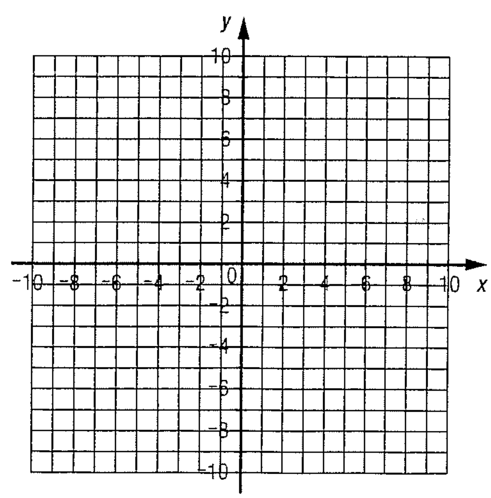
d) $f(x) = -0{,}5|3x + 12| + 5$



e) $f(x) = \frac{3x - 4}{2 - x}$



f) $f(x) = -2\tan\pi\left(\frac{x}{4} - 1\right) - 3$



© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

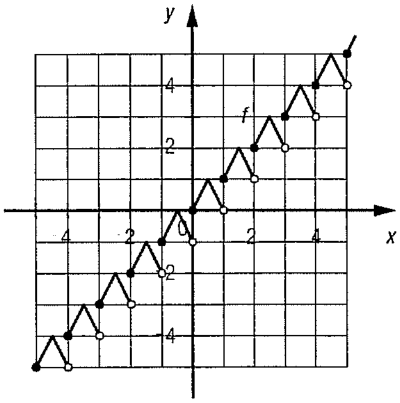
Nom : ____________________________________

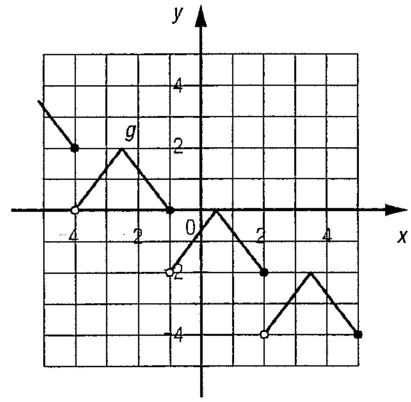
Groupe : ________________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

2 Le graphique de gauche est celui de la fonction *f* qui correspond à la fonction de base d'une famille de fonctions. La règle de la fonction du graphique de droite est $g(x) = af(b(x - h)) + k$.

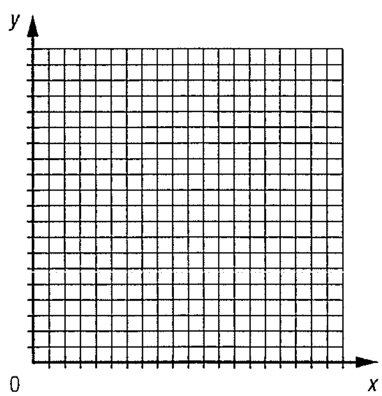




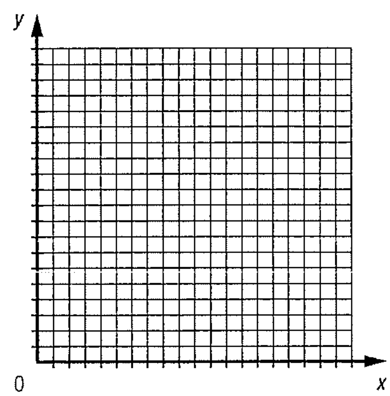
Déterminez les valeurs des paramètres a, b, h et k de la fonction *g*.

3 Dans chaque cas, représentez le système d'inéquations dans le plan cartésien et déterminez les coordonnées des sommets du polygone de contraintes.

a) $x < 47$
$y \geq 12$
$y \geq -2x + 20$
$47y - 24,5x \leq 564$



b) $x \geq 10$
$y \leq 60$
$2x + y \geq 70$
$-7x - 10y \leq -500$
$12x - 4y \leq 360$



© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________________

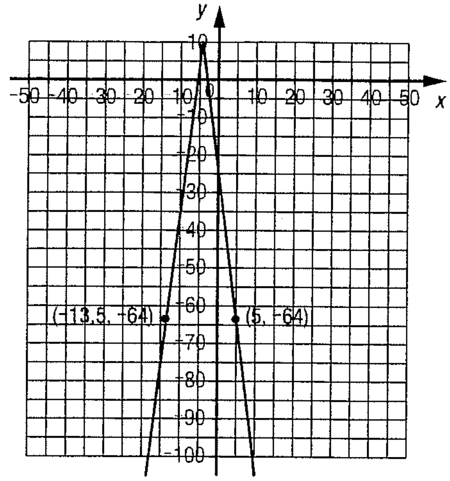
Groupe : ______________ Date : ______________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

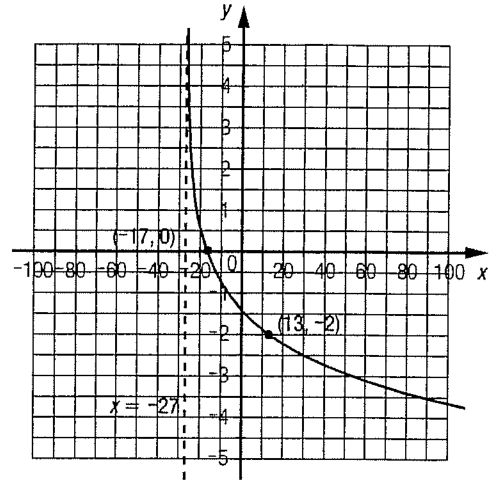
4 Déterminez la règle de chacune des fonctions suivantes.

a)



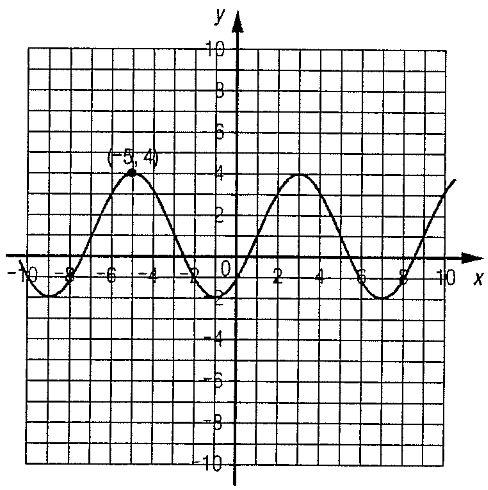
____

b)



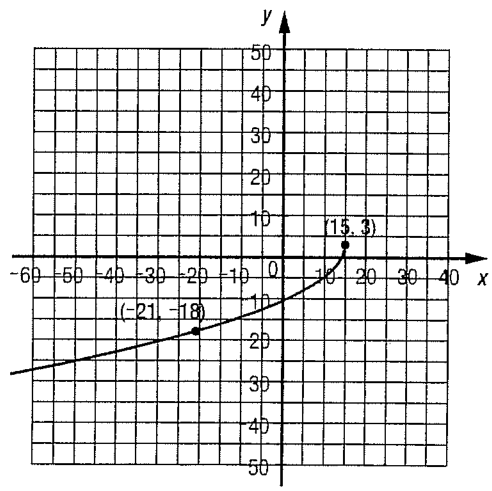
____

c)



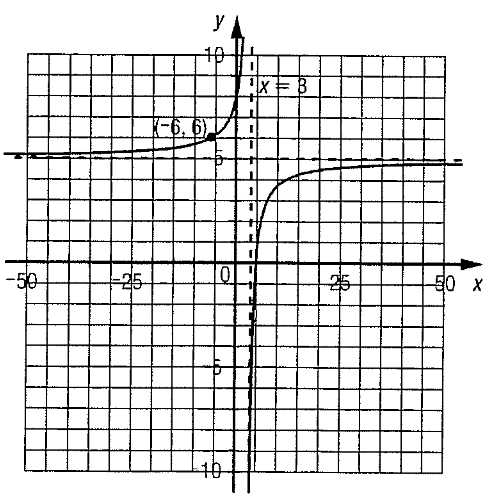
____

d)



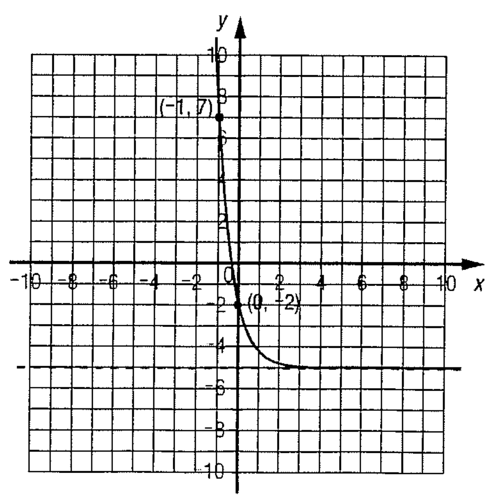
____

e)



____

f)



____

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________

Groupe : ______________ Date : ______________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

5 Dans chacun des cas, on donne des renseignements sur des vecteurs ainsi qu'une chaîne d'opérations à effectuer sur ces vecteurs. Déterminez la norme et l'orientation du vecteur résultant de la chaîne d'opérations.

a)

Vecteur	$\vec{u}$	$\vec{v}$
Norme	14	15
Orientation	265°	102°
Chaîne d'opérations	$2\vec{u} - \vec{v}$	

b)

Vecteur	$\vec{w}$	$\vec{z}$
Norme	14	5
Orientation	347°	41°
Chaîne d'opérations	$-0{,}5(\vec{w} - 6\vec{z})$	

c)

Vecteur	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$
Norme	3	2,5	1,1
Orientation	97°	26°	352°
Chaîne d'opérations	$3(\vec{a} - 2\vec{c}) + 4\vec{b}$		

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________

Groupe : ______________ Date : ______________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

6 Pour chacune des fonctions de la colonne de gauche, déterminez la représentation graphique de la colonne de droite qui lui est associée.

a) $f(x) = \log_{\frac{4}{7}}(-x)$

____

b) $g(x) = \log_{\frac{8}{7}}(-x)$

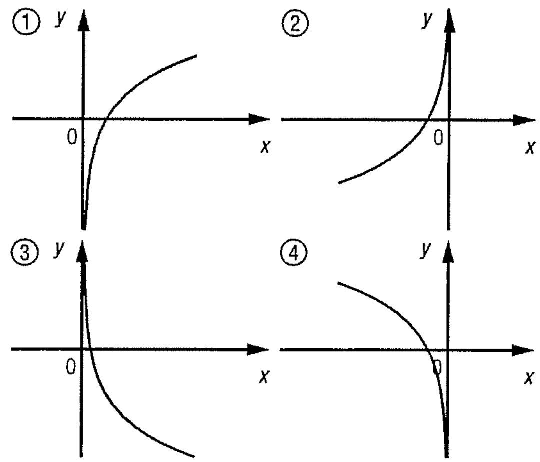
____

c) $h(x) = -2\log_{\frac{2}{7}}x$

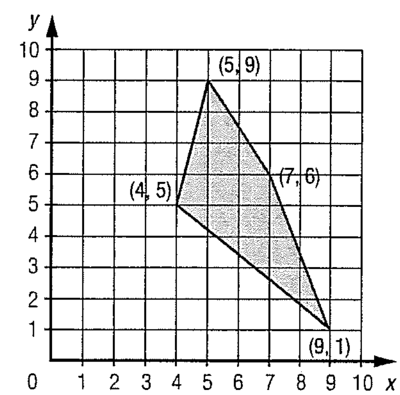
____

d) $i(x) = {}^{-}\log_{\frac{4}{3}}3x$

____



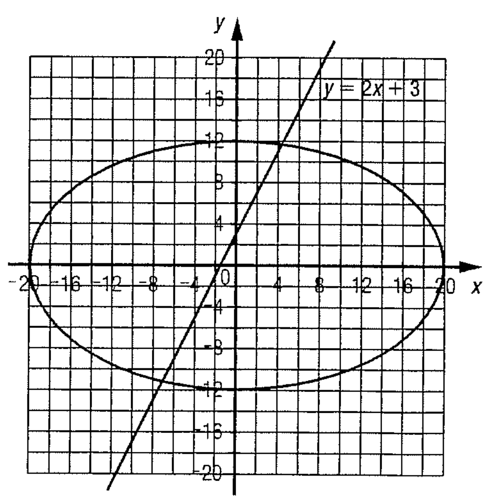
7 En tenant compte du polygone de contraintes ci-contre, déterminez le couple qui minimise la fonction dont la règle est $z = 200x + 125y$.



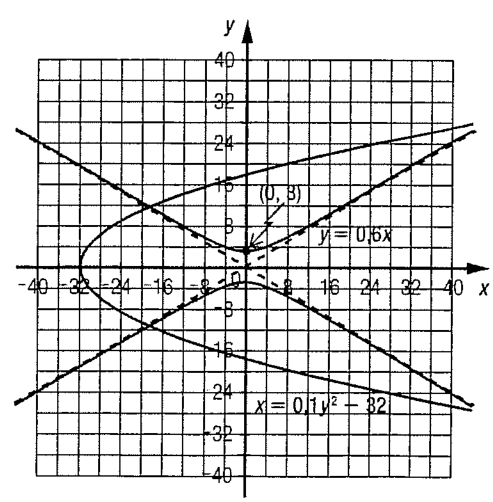
____

8 Dans chaque cas, déterminez les coordonnées des points d'intersection des courbes.

a)



b)



______________________ ______________________

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

9 Créé le 7 septembre 1998 par deux jeunes informaticiens, *Google* était un algorithme de recherche astucieux soutenu par quelques investisseurs. Depuis sa fondation, le nombre E d'employés chez Google a augmenté selon la règle $E = 2(1,93)^x$, où x représente le temps écoulé (en années) depuis sa création.

a) Quel est le pourcentage annuel d'augmentation du nombre d'employés ?

____

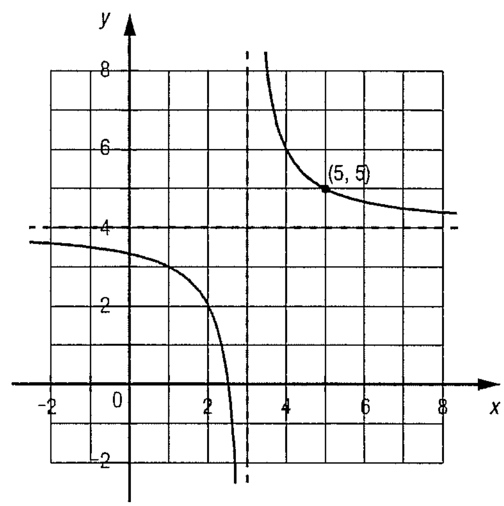
b) D'après le contexte, que représente le nombre 2 dans la règle ?

____

c) D'après cette règle, combien y avait-il d'employés chez Google en 2009 ?

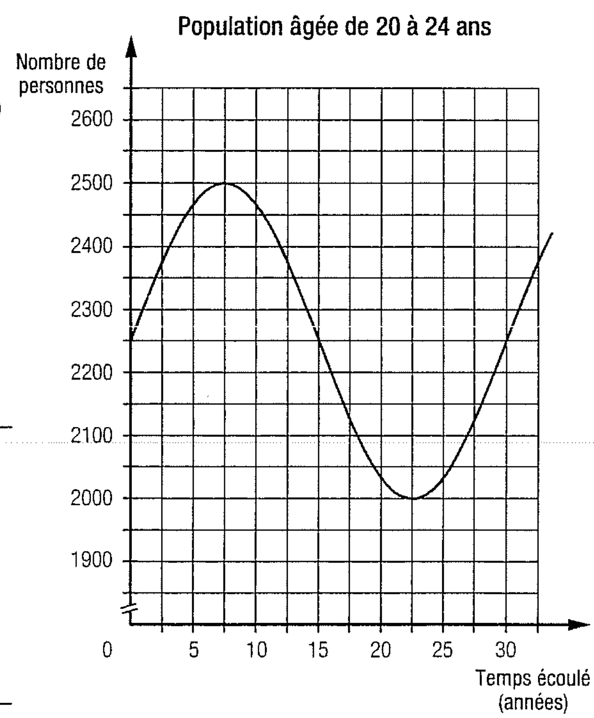
____

10 Déterminez la règle de la fonction représentée ci-contre.



____

11 Dans une ville, l'évolution du nombre p de personnes âgées de 20 à 24 ans en fonction du temps t écoulé (en années) depuis le 1er janvier 1974 est modélisée par la sinusoïde représentée ci-contre.



a) Quelle est la règle associée à cette courbe ?

____

b) Combien de personnes âgées de 20 à 24 ans y aura-t-il le 1er janvier 2025 ?

____

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________

Groupe : ______________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

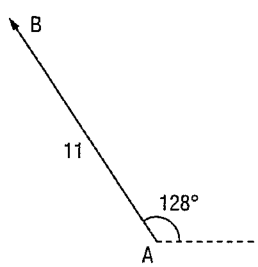
12 Dans chaque cas, déterminez la combinaison linéaire des vecteurs *t* et *v* qui permet d'obtenir le vecteur AB.

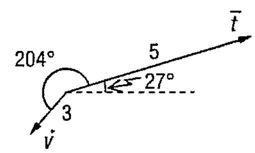
a)

Vecteur	Norme	Orientation
$\vec{t}$	21	84°
$\vec{v}$	7	103°
$\overrightarrow{AB}$	187	71°

____

b)





____

c) $\vec{t} = (8, 3)$, $\vec{v} = (-8, 3)$ et $\overrightarrow{AB} = (15, -26)$.

____

13 Laquelle ou lesquelles des quatre équations ci-contre a pour solution $x = \pi + n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$?

① $\sin^2 x + \tan x = 0$
② $\sin x \cos x = 0$
③ $\cot x = 0$
④ $2 \tan x \sin x = 0$

____

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________

Groupe : ______________ Date : ______________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

14 Pour chacune des fonctions suivantes, remplissez le tableau.

a) $f(x) = {}^{-}\sqrt{3 - x} - 1$

Domaine	
Codomaine	
Zéro(s)	
Extremum(s)	
Signe	

b) $g(x) = {}^{-}|x + 6| + 8$

Domaine	
Codomaine	
Zéro(s)	
Extremum(s)	
Signe	

c) $h(x) = 3\ln(x - 4) - 9$

Domaine	
Codomaine	
Zéro(s)	
Extremum(s)	
Signe	

d) $i(x) = \cos\left(2 - \frac{\pi}{4}x\right) - 8$

Domaine	
Codomaine	
Zéro(s)	
Extremum(s)	
Signe	

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

15 Résolvez chacune des équations suivantes, où $x \in [-2\pi, 2\pi]$.

a) $2\sin^2 x = 3\cos x$

b) $\tan\frac{49}{6}\pi = \tan x$

______________________ ______________________

16 Un promoteur immobilier achète un lot pouvant être divisé en un maximum de 150 terrains. Il doit y faire construire des maisons individuelles ainsi que des immeubles en copropriété. Au moins 78 % du nombre de terrains doit être réservé aux maisons individuelles et le nombre minimal de terrains réservés aux immeubles en copropriété doit être 5. Deux constructeurs proposent leur projet.

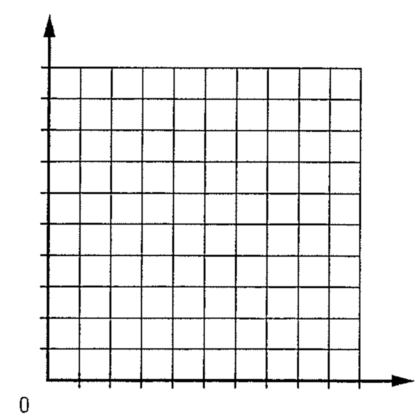
Constructeur A

- Chaque immeuble en copropriété contient 3 appartements.
- Les profits engendrés sont de 8225 \$/appartement et de 13 670 \$/maison individuelle.

Constructeur B

- Chaque immeuble en copropriété contient 4 appartements.
- Les profits engendrés sont de 5875 \$/appartement et de 14 850 \$/maison individuelle.

Quel constructeur devrait être choisi par le promoteur immobilier afin de maximiser les profits et quels seront les profits maximaux dans ce cas ?



© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ____________________

Groupe : __________ Date : __________

BANQUE D'EXERCICES

(suite)

17 Démontrez chacune des identités trigonométriques suivantes.

a) $(1 + \tan x)^2 + (1 - \tan x)^2 = 2\sec^2 x$

b) $2\sec x - \frac{2\sin x}{\cot x} = 2\cos x$

c) $\frac{1 + \tan^2 x}{\text{cosec}^2 x} = \tan^2 x$

d) $(\tan x + \sin x)(\sec x - 1) = \sin x \tan^2 x$

18 La marine américaine a développé une torpille servant à la destruction de mines sous-marines. Une telle torpille est efficace jusqu'à 12 m au-dessous du niveau de la mer. La règle $A = -173{,}4\sqrt{x} + 350$ permet de déterminer l'altitude A (en m) de la torpille en fonction du temps x écoulé (en s) depuis le lancement.

a) La torpille est-elle encore efficace 4,4 s après le lancement ? Expliquez votre réponse.

b) Une mine est située à 10 m au-dessous du niveau de la mer. Après combien de temps la torpille atteindra-t-elle cette mine ?

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(suite)

19 Résolvez les équations suivantes.

a) $2\log_3(x + 4) - 2\log_9(x + 4) = 3$

b) $7^{3 - x} = 5^x$

c) $\sqrt{2}\sin(3\pi x - \pi) + 5 = 4$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(x - 9) = {}^-4$

20 Résolvez les deux inéquations suivantes.

a) $5\sqrt{{}^-9 - 27x} - 1 > 29$

b) ${}^-3|5 - 2x| + 12 < {}^-6$

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________________

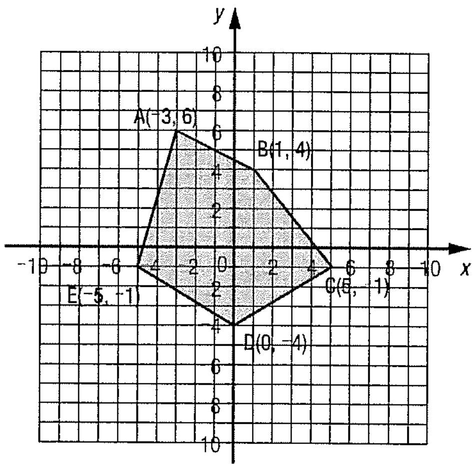
Groupe : ______________ Date : ____________

(*suite*)

21 Pour chaque polygone de contraintes et chaque fonction à optimiser ci-dessous, déterminez les coordonnées du ou des points qui :

1) maximisent la fonction à optimiser ;
2) minimisent la fonction à optimiser.

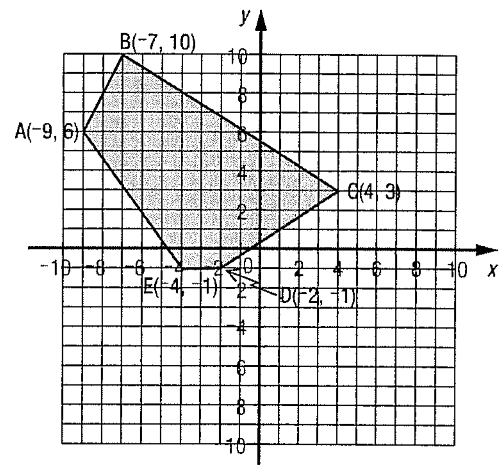
a) $z = 4x + 5y$



1) ______________________________

2) ______________________________

b) $z = 0{,}8x + 2y$



1) ______________________________

2) ______________________________

22 Le 1er septembre 2009, la population canadienne était de 33 873 400 habitants. Au cours du dernier trimestre de l'année 2009, la population canadienne a augmenté de 133 500 habitants. Si la croissance de la population canadienne évolue selon une fonction exponentielle, déterminez quelle sera la population canadienne le 1er mars 2012.

____

23 Un couple planifie la réception de son mariage. Deux modèles de tables sont utilisés. Les fiancés veulent que la salle contienne plus de tables rondes que de tables rectangulaires. Il y a 21 tables rondes et 14 tables rectangulaires disponibles, et la salle ne peut pas contenir plus de 30 tables. Si les tables rondes peuvent accueillir 6 convives et les tables rectangulaires, 8 convives, déterminez le nombre maximal de convives qui peuvent assister à la réception.

____

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ____________________

Groupe : ____________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

24 Déterminez l'ensemble-solution de chacune des inéquations trigonométriques suivantes.

a) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 5 \leq 4$
si $x \in [-\pi, \pi]$.

b) $2\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}(x - 1) - 6 < -3$
si $x \in [-2\pi, 2\pi]$.

c) $2 - 6\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) > 8$
si $x \in [-2, 4]$.

d) $-2\cos(3\pi - 2x) > 1$
si $x \in \left[-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right]$.

25 L'entraînement quotidien d'un biathlète est constitué de vélo et de course à pied. Voici des renseignements sur cet entraînement quotidien :

- Il doit allouer au moins 2 fois plus de temps au vélo qu'à la course à pied.
- Le temps consacré au vélo est d'au plus 220 min.
- Le temps consacré à la course à pied est d'au moins 45 min.
- Il ne doit pas s'entraîner plus de 7 h.
- Chaque heure de course lui permet de brûler 800 calories et chaque heure de vélo, 650 calories.
- Il doit absorber autant de calories qu'il en brûle à l'entraînement.

Quel est le nombre minimal de calories qu'il doit absorber chaque jour ?

Nom : ____________________________________

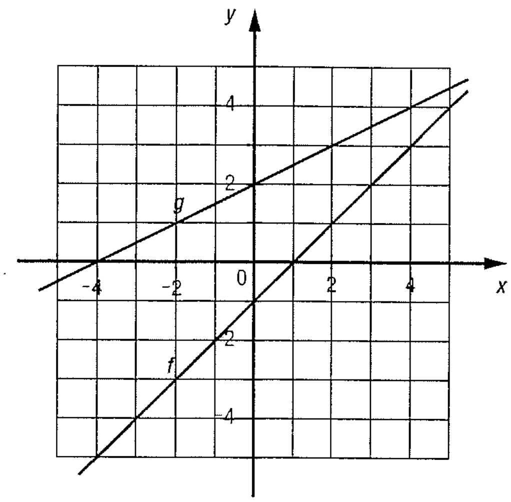
Groupe : ________________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

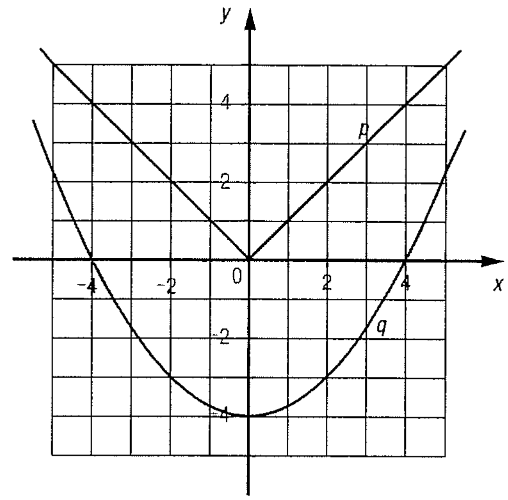
(*suite*)

26 Dans chaque cas, représentez graphiquement la fonction h obtenue à partir de l'opération indiquée.

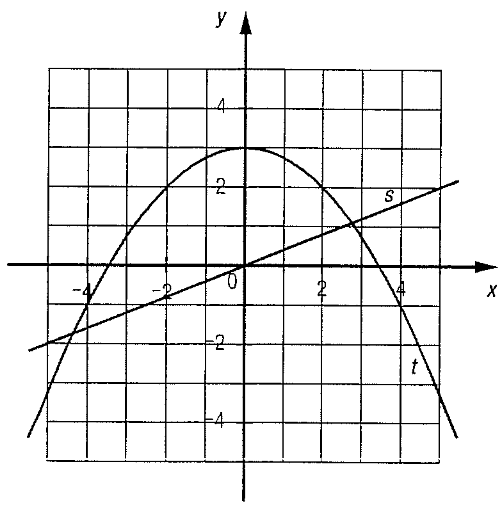
a) $h(x) = f(x) \times g(x)$



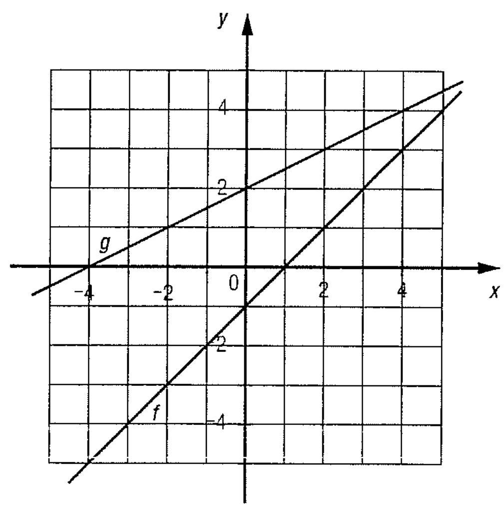
b) $h(x) = p(x) + q(x)$



c) $h(x) = s(x) - t(x)$



d) $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$



© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

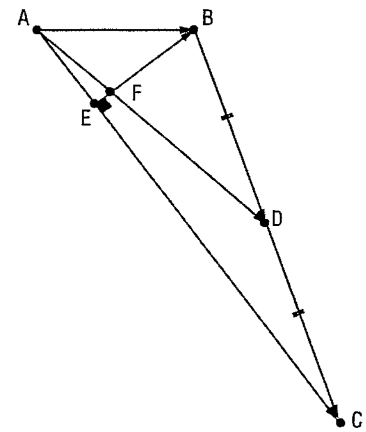
Nom : ______________________

Groupe : ______________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

27 Dans le schéma ci-dessous, on a $\overrightarrow{AB} = (4, 0)$, $\|\overrightarrow{AC}\| = 15$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 34$.
Déterminez:



a) m $\angle$ BAC;

____

b) les composantes de $\overrightarrow{AC}$;

____

c) $\|\overrightarrow{BC}\|$;

____

d) les composantes de $\overrightarrow{BD}$;

____

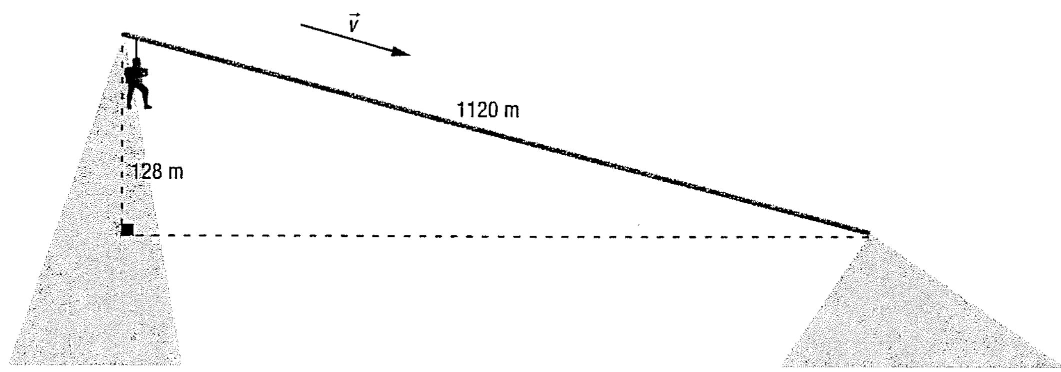
e) l'orientation de $\overrightarrow{AD}$;

____

f) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BE}$.

____

28 La traversée du canyon Bellevue s'effectue à l'aide d'une tyrolienne. L'illustration suivante montre cette tyrolienne.



Lorsque les conditions atmosphériques sont idéales, la vitesse $\vec{v}$ d'une descente est de 27 km/h. Lorsque le vent souffle à une vitesse $\vec{u}$ (en km/h), la vitesse totale de cette descente correspond à $\vec{v} + \vec{u}$.

Si un vent provenant du nord-est souffle à 39 km/h, combien de temps dure la descente?

____

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

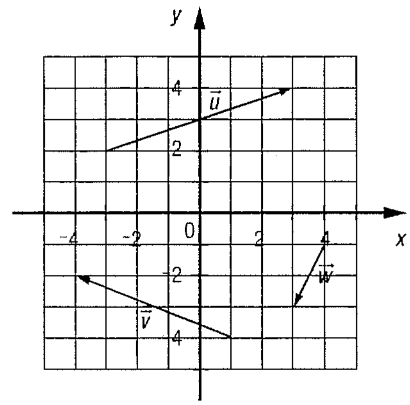
Nom : ____________________

Groupe : ____________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(suite)

29 À partir des trois vecteurs représentés dans le plan cartésien ci-contre :



a) effectuez les produits scalaires suivants ;

1) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ____________

2) $\vec{u} \cdot \vec{w}$ ____________

3) $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ____________

4) $\vec{u} \cdot 2\vec{v}$ ____________

5) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$ ____________

b) exprimez algébriquement $\vec{w}$ comme une combinaison linéaire de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

30 À la nage papillon, le nez du nageur ou de la nageuse sort de l'eau à intervalles réguliers, c'est-à-dire chaque fois qu'il ou elle effectue une traction de bras. Les règles ci-dessous donnent, pour deux courses de nage papillon, la hauteur h (en cm) du nez d'un nageur par rapport au niveau de l'eau en fonction du temps t écoulé (en s) depuis le début de la course.

Course ① : durée de 30 s	Course ② : durée de 45 s
$h = 6\cos\left(\frac{3\pi}{5}t - 6{,}8\right) - 4$	$h = 4{,}5\cos\left(\frac{\pi}{3}t - 0{,}78\right) - 2$

Pour chaque course, déterminez :

a) le nombre de tractions de bras effectuées ;

b) la durée des périodes où le nez du nageur est dans l'eau.

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________________

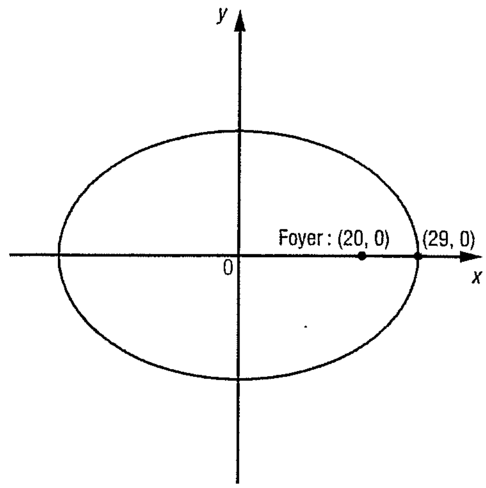
Groupe : ______________ Date : __________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

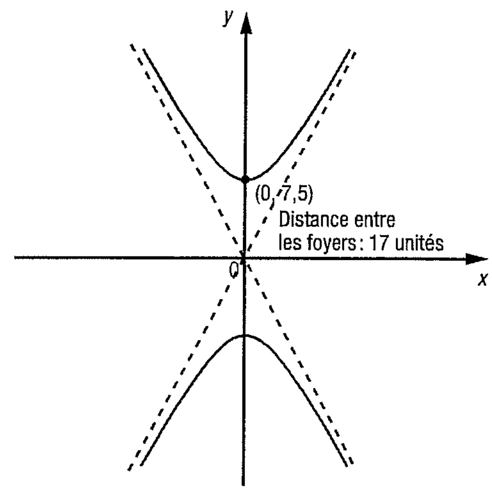
31 Dans chaque cas, établissez l'équation de la conique.

a)



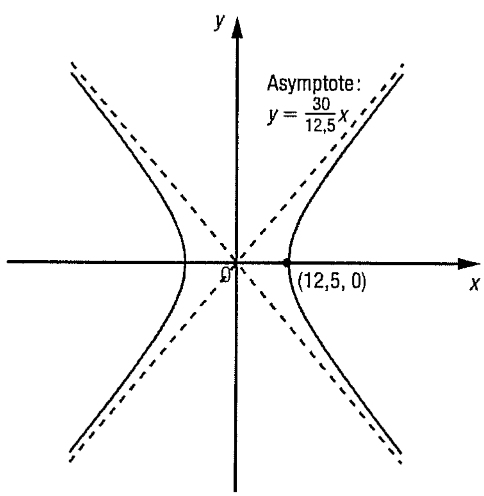
____

b)



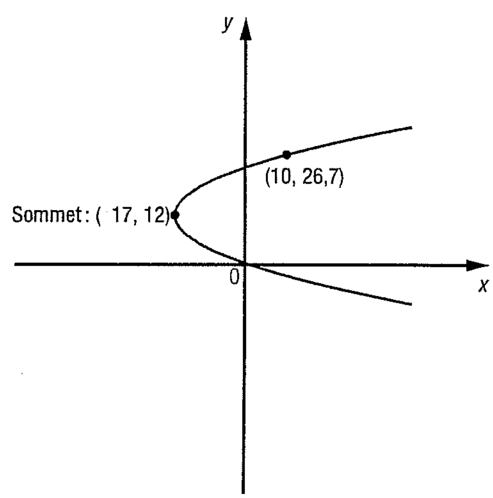
____

c)



____

d)



____

32 Sur son terrain, M. Brisebois ne peut pas avoir plus de 53 plantes. Il possède déjà 17 plantes vivaces et 8 plantes annuelles. De plus, le rapport du nombre de plantes vivaces au nombre de plantes annuelles doit être d'au moins $\frac{5}{3}$. Si une plante vivace couvre 0,1 m^2 et une plante annuelle, 0,01 m^2, combien de chacune de ces plantes devra-t-il acheter pour compléter son aménagement de manière à couvrir la plus grande surface possible ?

____

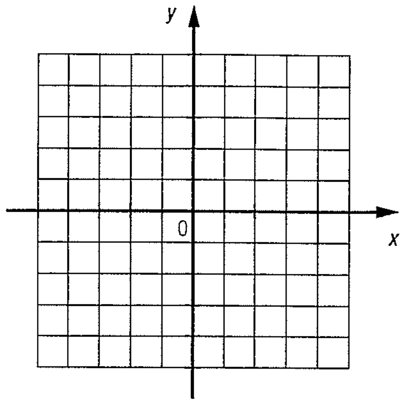
© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ____________________

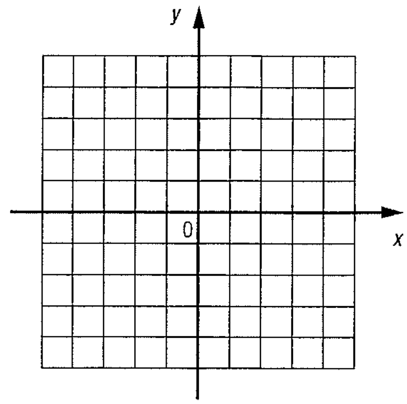
Groupe : ____________ Date : __________

33 Représentez graphiquement la région associée à chaque inéquation.

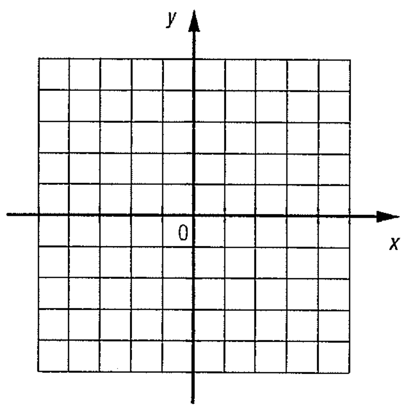
a) $(x - 30)^2 \leq -48(y - 9)$



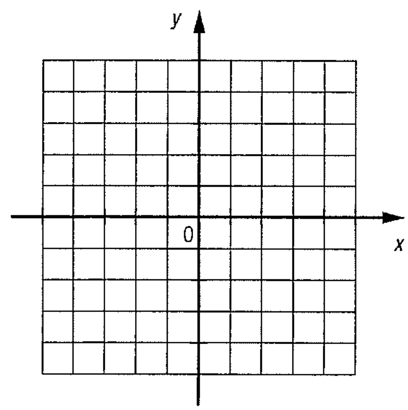
b) $21 \geq 14y - x^2$



c) $\frac{x^2}{256} - \frac{y^2}{3969} > -1$



d) $\frac{x^2}{576} + \frac{y^2}{1024} < 1$



34 La population mondiale en 2009 était de 6,788 milliards et augmentait exponentiellement alors de 1,14 % annuellement. Si la tendance se maintient, en quelle année la population mondiale sera-t-elle de 10 milliards ?

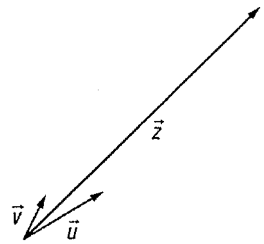
© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : ______________

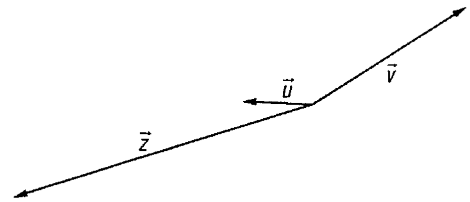
35 Dans chaque cas, déterminez la combinaison linéaire des vecteurs *u* et *v* qui permet d'obtenir le vecteur *z*.

a)



____

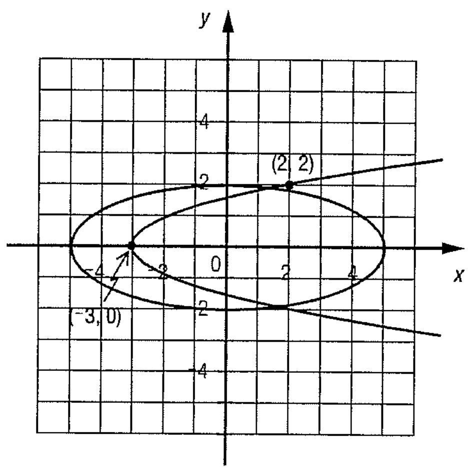
b)



____

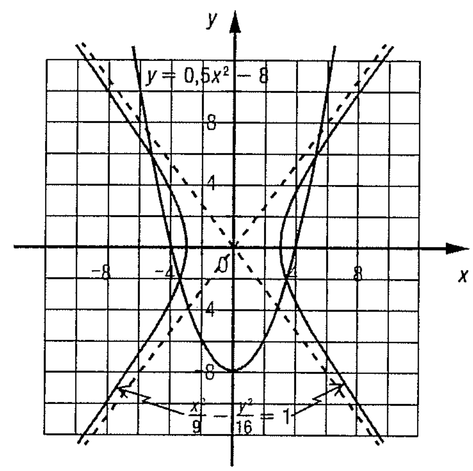
36 Dans chaque cas, déterminez les coordonnées des points d'intersection entre les courbes représentées.

a)



____

b)



____

37 Dans chaque cas, déterminez si les vecteurs donnés sont orthogonaux, colinéaires ou ni l'un ni l'autre.

a) $\vec{u} = (3, 2)$ et $\vec{v} = (6, -1)$.

____

b) $\vec{u} = (4, 7)$ et $\vec{v} = (-14, 8)$.

____

c) $\vec{u} = (3, 9)$ et $\vec{v} = (-\sqrt{2}, -\sqrt{18})$.

____

d) $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (-kb, ka)$.

____

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Nom : ____________________________

Groupe : ______________ Date : ____________

BANQUE D'EXERCICES

(*suite*)

38 La règle d'une fonction rationnelle est $y = \frac{3x + 4}{-5x + 2}$.

a) Quelles sont les équations des asymptotes de cette fonction ?

____

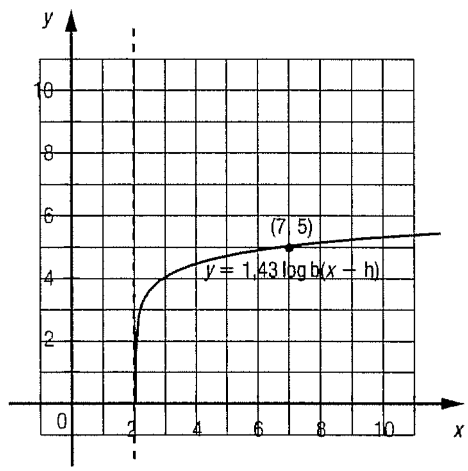
b) Déterminez pour quelles valeurs de x on a $y \geq 3$.

____

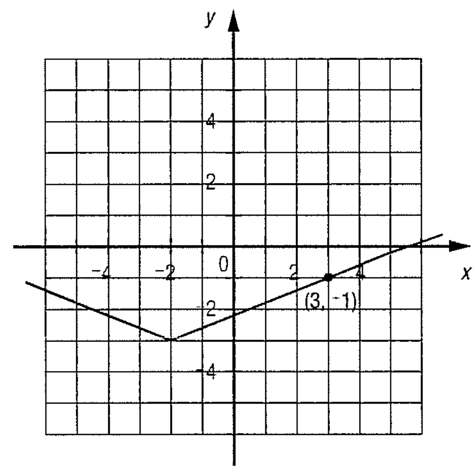
39 Pour chacune des fonctions représentées ci-dessous, déterminez :

1) le ou les zéros ;
2) les valeurs de x pour lesquelles on a $y < 8$.

a)



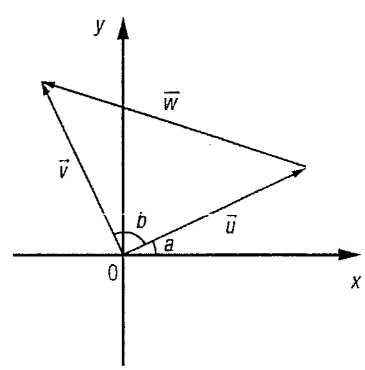
b)



a)
1) ______________________
2) ______________________

b)
1) ______________________
2) ______________________

40 Sur le schéma ci-contre, $\vec{w} = \vec{v} - \vec{u}$, où $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs unitaires.



a) Quelles sont les composantes de :

1) $\vec{u}$? 2) $\vec{v}$? 3) $\vec{w}$?

__________ __________ __________

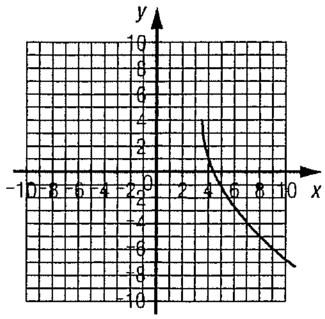
b) À l'aide des identités trigonométriques, démontrez que $\vec{u} \cdot \vec{w} = \cos b - 1$.

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

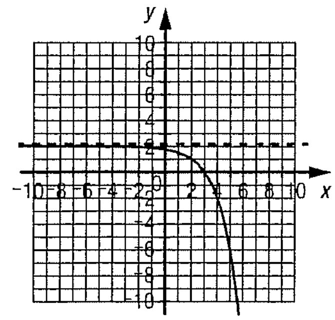
SN – 5

Banque d'exercices

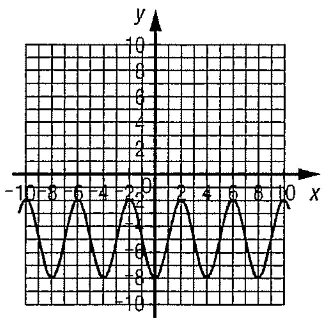
1. a)



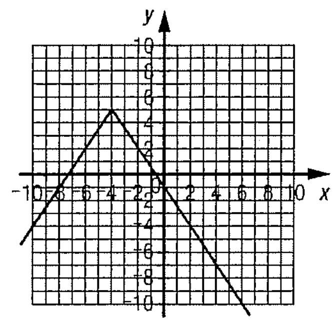
b)



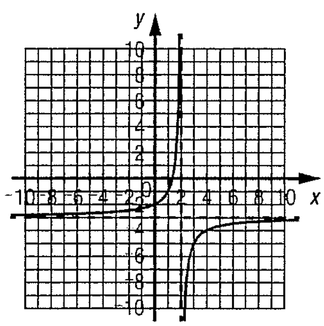
c)



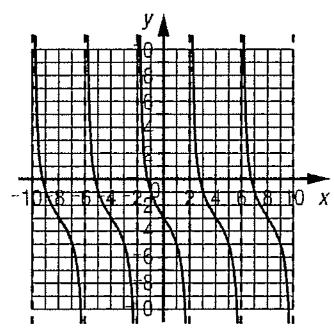
d)



e)



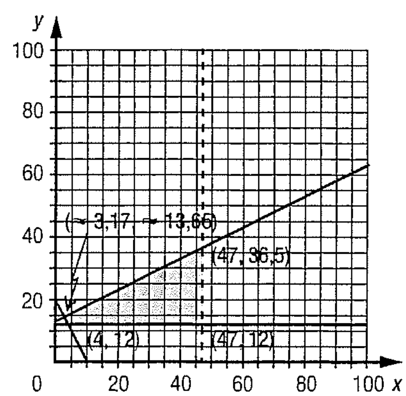
f)



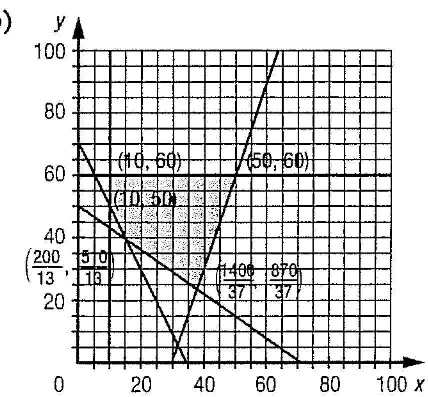
Banque d'exercices (*suite*)

2. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* a = 2, b = $-\frac{1}{3}$, h = 2 et k = −2.

3. a)



b)



nque d'exercices (*suite*) Page 13

4. a) $y = -8|x + 4{,}25| + 10$
b) $y = -\log_2 0{,}1(x + 27)$
c) $y = 3\cos\frac{\pi}{4}(x + 5) + 1$
d) $y = -3{,}5\sqrt{-(x - 15)} + 3$
e) $y = -\frac{9}{x - 3} + 5$
f) $y = 3(0{,}25)^x - 5$

Banque d'exercices (*suite*) Page 14

5. a) Norme : ≈ 42,57 ; orientation : ≈ 270,91°
b) Norme : ≈ 12,27 ; orientation : ≈ 68,49°
c) Norme : ≈ 14,3 ; orientation : ≈ 84,6°

Banque d'exercices (*suite*) Page 15

6. a) ② b) ④ c) ① d) ③

7. (4, 5)

8. a) (≈ 4,36, ≈ 11,71), (≈ -7,11, ≈ -11,22)
b) (≈ -18,62, ≈ 11,57), (≈ -18,62, ≈ -11,57), (≈ 46,4, ≈ 28), (≈ 46,4, ≈ -28)

Banque d'exercices (*suite*) Page 16

9. a) 93 %
b) Le nombre initial d'employés dans l'entreprise, soit les deux informaticiens fondateurs.
c) $2(1{,}93)^{11} \approx 2768$ employés.

10. $y = \frac{2}{x - 3} + 4$

11. a) *Plusieurs réponses possibles.*
Exemple : $p = 250\sin\frac{\pi}{15}t + 2250$
b) Environ 2012 personnes âgées.

Banque d'exercices (*suite*) Page 17

12. a) $\overrightarrow{AB} \approx 14{,}49\vec{t} - 18{,}46\vec{v}$
b) $\overrightarrow{AB} \approx -5{,}27\vec{t} - 8{,}85\vec{v}$
c) $\overrightarrow{AB} \approx -3{,}4\vec{t} - 5{,}27\vec{v}$

13. Les équations ①, ② et ④.

Banque d'exercices (*suite*) Page 18

14. a)

Domaine	]-∞, 3]
Codomaine	]-∞, -1]
Zéro(s)	Aucun
Extremum(s)	Maximum : -1
Signe	Négatif :]-∞, 3]

b)

Domaine	R
Codomaine	]-∞, 8]
Zéro(s)	$x = -14$ et $x = 2$
Extremum(s)	Maximum : 8
Signe	Négatif :]-∞, -14] ∪ [2, +∞[Positif : [-14, 2]

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

c)

Domaine	$]4, +\infty[$
Codomaine	$\mathbb{R}$
Zéro(s)	$x \approx 24{,}09$
Extremum(s)	Aucun
Signe	Négatif : $]4, \approx 24{,}09]$ Positif : $[\approx 24{,}09, +\infty[$

d)

Domaine	$\mathbb{R}$
Codomaine	$[-9, -7]$
Zéro(s)	Aucun
Extremum(s)	Maximum : -7 Minimum : -9
Signe	Négatif : $\mathbb{R}$

Banque d'exercices (*suite*)

Page 19

15. a)

$$2\sin^2 x = 3\cos x$$
$$2 - 2\cos^2 x = 3\cos x$$
$$2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$
$$(2\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0$$

$\cos x = \frac{1}{2}$ et $\cos x = -2$ (impossible, car $-1 \leq \cos x \leq 1$)

$x = \left\{-\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

b) $x = \left\{\frac{-11\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

16. a) x : nombre de maisons individuelles

y : nombre d'immeubles en copropriété

Système d'inéquations : $x \geq 117$, $y \geq 5$, $x + y \leq 150$

Fonctions à optimiser : $z_A = 13\ 670x + 24\ 675y$ et $z_B = 14\ 850x + 23\ 500y$, où z_A et z_B sont respectivement les profits du promoteur en choisissant le constructeur A ou B.

Les sommets du polygone de contraintes sont (145, 5), (117, 5) et (117, 33).

Le couple (117, 33) maximise les profits associés au constructeur A et qui sont de 2 413 665 $.

Le couple (117, 33) maximise les profits associés au constructeur B et qui sont de 2 512 950 $.

Le promoteur devrait choisir le constructeur B, ce qui engendrerait des profits de 2 512 950 $.

Banque d'exercices (*suite*)

Page 20

17. a)

$$(1 + \tan x)^2 + (1 - \tan x)^2 = 2\sec^2 x$$
$$1 + 2\tan x + \tan^2 x + 1 - 2\tan x + \tan^2 x = 2\sec^2 x$$
$$2 + 2\tan^2 x = 2\sec^2 x$$
$$2(1 + \tan^2 x) = 2\sec^2 x$$
$$2\sec^2 x = 2\sec^2 x$$

b)

$$2\sec x - \frac{2\sin x}{\cot x} = 2\cos x$$
$$2\left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\frac{\cos x}{\sin x}}\right) = 2\cos x$$
$$2\left(\frac{1}{\cos x} - \sin x \times \frac{\sin x}{\cos x}\right) = 2\cos x$$
$$2\left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin^2 x}{\cos x}\right) = 2\cos x$$
$$\frac{2}{\cos x}(1 - \sin^2 x) = 2\cos x$$
$$\frac{2}{\cos x} \times \cos^2 x = 2\cos x$$
$$2\cos x = 2\cos x$$

c) $\frac{1+\tan^2 x}{\text{cosec}^2 x} = \tan^2 x$

$\frac{\sec^2 x}{\text{cosec}^2 x} = \tan^2 x$

$\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} = \tan^2 x$

$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$

$\tan^2 x = \tan^2 x$

d) $(\tan x + \sin x)(\sec x - 1) = \sin x \tan^2 x$

$\frac{\tan x}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x} - \tan x - \sin x = \sin x \tan^2 x$

$\frac{\tan x + \sin x - \sin x}{\cos x} - \sin x = \sin x \tan^2 x$

$\frac{\tan x}{\cos x} - \sin x = \sin x \tan^2 x$

$\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \sin x = \sin x \tan^2 x$

$\sin x\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = \sin x \tan^2 x$

$\sin x(\sec^2 x - 1) = \sin x \tan^2 x$

$\sin x \tan^2 x = \sin x \tan^2 x$

18. a) Non, car la torpille sera à une altitude inférieure à $^-12$ m, soit environ $^-13{,}73$ m.

b) Après environ 4,31 s.

Banque d'exercices (*suite*)

19. a) $2\log_3(x+4) - 2\log_9(x+4) = 3$

$\frac{2\log(x+4)}{\log 3} - \frac{2\log(x+4)}{\log 9} = 3$

$\frac{2\log(x+4)}{\log 3} - \frac{2\log(x+4)}{2\log 3} = 3$

$\log_3(x+4) = 3$

$x = 3^3 - 4$

$x = 23$

b) $7^{3-x} = 5^x$

$3 - x = \log_7 5^x$

$3 - x = x\log_7 5$

$x = \frac{3}{1 + \log_7 5}$

$x \approx 1{,}64$

c) $\sqrt{2}\sin(3\pi x - \pi) + 5 = 4$

$\sin 3\pi\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{^-\sqrt{2}}{2}$

$3\pi\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{5\pi}{4} + 2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{3}{4} + \frac{2n}{3}$

$3\pi\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{7\pi}{4} + 2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{11}{12} + \frac{2n}{3}$

$x = \left\{\ldots, \frac{1}{12}, \frac{3}{12}, \frac{3}{4}, \frac{11}{12}, \frac{17}{12}, \frac{19}{4}, \ldots\right\}$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(x - 9) = {^-4}$

$x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + 9$

$x = 25$

20. a) $x < {^-\frac{5}{3}}$

b) $x < {^-\frac{1}{2}}$ et $x > \frac{11}{2}$.

Banque d'exercices (*suite*)

21. a) 1) $(1, 4)$
2) $(^-5, {^-1})$

b) 1) $(^-7, 10)$
2) $(^-4, {^-1})$

22. Si x représente le nombre de trimestres et y, la population canadienne, on a :

$y = 33\,873\,400c^x$

$34\,006\,900 = 33\,873\,400c^1$

$c \approx 1{,}003\,941$

Jusqu'au 1er mars 2012, il y a 10 trimestres.

$y \approx 33\,873\,400(1{,}003\,941)^{10} \approx 35\,232\,327$ habitants.

 © 2011, Les Éditions CEC inc. • Reproduction autorisée

23. x: nombre de tables rondes
y: nombre de tables rectangulaires
Système d'inéquations: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x \leq 21$, $y \leq 14$, $x > y$, $x + y \leq 30$
Fonction à optimiser: $z = 6x + 8y$, où z est le nombre total de convives.
Les sommets du polygone de contraintes sont (21, 0), (21, 9) et (16, 14).
Le couple (16, 14) maximise le nombre de convives.
Le nombre maximal de convives est donc 208.

Banque d'exercices (*suite*) Page 23

24. a) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 5 = 4$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

$x + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{6} + 2n\pi$ et $x + \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{6} + 2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$ et $x = \frac{9\pi}{6} + 2n\pi$.

L'ensemble-solution est $\left[-\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}\right]$.

b) $2\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}(x - 1) + 6 = -3$

$\cos\frac{2\pi}{3}(x - 1) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{2\pi}{3}(x - 1) = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$ et $\frac{2\pi}{3}(x - 1) = \frac{11\pi}{6} + 2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{5}{4} + 3n$ et $x = \frac{15}{4} + 3n$.

L'ensemble-solution est $\left[-2\pi, -\frac{21}{4}\right[\cup \left]-\frac{19}{4}, -\frac{9}{4}\right[\cup \left]-\frac{7}{4}, \frac{3}{4}\right[\cup \left]\frac{5}{4}, \frac{15}{4}\right[\cup \left]\frac{17}{4}, 2\pi\right]$.

c) $2 - 6\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 8$

$\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$

$x + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{7\pi}{12} + n\pi$

En tenant compte des restrictions, l'ensemble-solution est $\left]-2, -\frac{5\pi}{12}\right[\cup \left]\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{12}\right[$.

d) $-2\cos(3\pi - 2x) = 1$

$\cos(3\pi - 2x) = -\frac{1}{2}$

$3\pi - 2x = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$ et $3\pi - 2x = \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

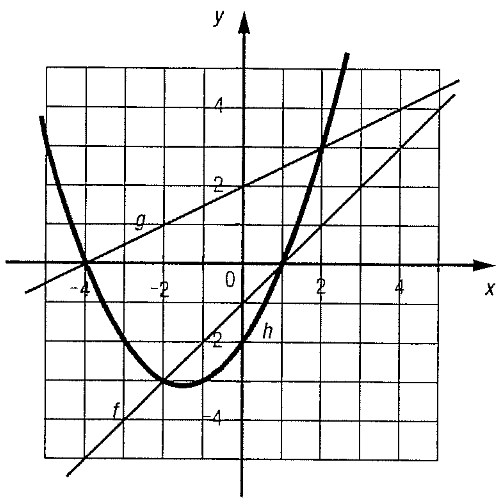
$x = \frac{7\pi}{6} + n\pi$ et $x = \frac{5\pi}{6} + n\pi$.

L'ensemble-solution est $\left]-\frac{7\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}\right[\cup \left]-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right[$.

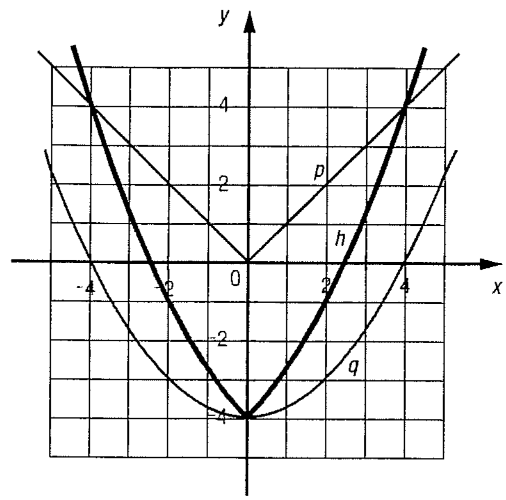
25. x: temps consacré (en min) au vélo
y: temps consacré (en min) à la course à pied
Système d'inéquations: $x \geq 0$, $x \geq 2y$, $x \leq 220$, $y \geq 45$, $x + y \leq 420$
Fonction à optimiser: $z = \frac{650x}{60} + \frac{800y}{60}$, où z est la quantité de calories brûlées.
Les sommets du polygone de contraintes sont (220, 110), (220, 45) et (90, 45).
Le couple (90, 45) engendre le minimum de la fonction à optimiser, soit 1575.
Ce biathlète doit donc absorber au moins 1575 calories chaque jour.

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

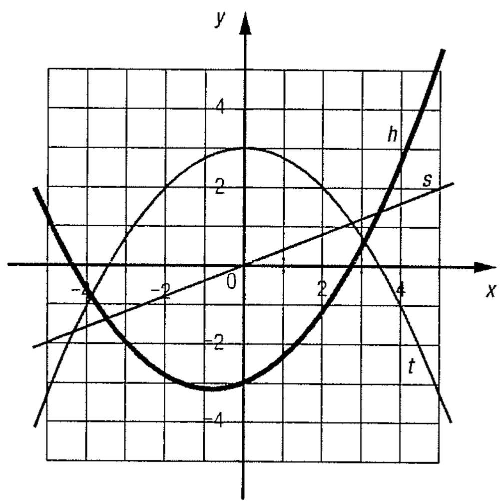
26. a)



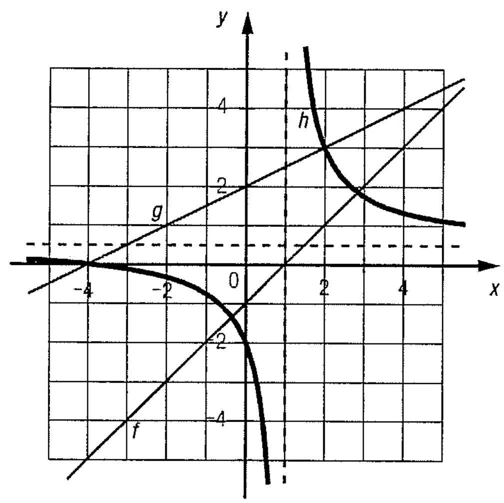
b)



c)



d)



27. a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos \angle \text{ BAC} = 34$

$\cos \angle \text{ BAC} = \frac{34}{15 \times 4}$, soit $\approx 0{,}57$.

$\text{m} \angle \text{ BAC} \approx 55{,}48°$

b) $\overrightarrow{AC} \approx (15 \times \cos 304{,}52°,\ 15 \times \sin 304{,}52°) \approx (8{,}5,\ -12{,}36)$

c) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$, soit $\approx (8{,}5,\ -12{,}36) - (4,\ 0) \approx (4{,}5,\ -12{,}36)$.

$\|\overrightarrow{BC}\| \approx \sqrt{4{,}5^2 + 12{,}36^2} \approx 13{,}15$

d) $\overrightarrow{BD} = 0{,}5\ \overrightarrow{BC}$, soit $\approx 0{,}5(4{,}5,\ -12{,}36) \approx (2{,}25,\ -6{,}18)$.

e) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$, soit $\approx (4,\ 0) + (2{,}25,\ -6{,}18) \approx (6{,}25,\ -6{,}18)$.

Orientation : $360° - \arctan \frac{6{,}18}{6{,}25} \approx 314{,}68°$

f) Puisque $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE}$ sont perpendiculaires, leur produit scalaire est nul.

28. $\vec{u}$ est orienté à 225° et $\vec{v}$, à environ 276,56°. En traitant ce problème à l'aide des composantes, on a :

$\vec{v} + \vec{u} \approx (27 \cos 276{,}56°,\ 27 \sin 276{,}56°) + (39 \cos 225°,\ 39 \sin 225°) \approx (-24{,}49,\ -54{,}40)$.

$\|\vec{v} + \vec{u}\| \approx 59{,}66$ km/h

La durée de la descente (en h) est de $\frac{1{,}12}{59{,}66} \approx 0{,}19$ h ou 1 min 7,6 s.

 © 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

Banque d'exercices (*suite*)

29. a) 1) -26 2) -10 3) 1 4) -52 5) -36

b) $\vec{w} \approx -0{,}55\vec{u} - 0{,}45\vec{v}$

30. a) Il s'agit de déterminer le nombre de fois où le nez du nageur sort de l'eau, c'est-à-dire le nombre de zéros associés à un intervalle de croissance.

Course ①

$6\cos\left(\frac{3\pi}{5}t - 6{,}8\right) - 4 = 0$

$\cos\left(\frac{3\pi}{5}t - 6{,}8\right) = \frac{4}{6}$

$\frac{3\pi}{5}t - 6{,}8 = \arccos\frac{4}{6} + 2n\pi$ et $\frac{3\pi}{5}t - 6{,}8 = 2\pi - \arccos\frac{4}{6} + 2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

$t \approx 4{,}05 + \frac{10}{3}n$ et $t \approx 6{,}49 + \frac{10}{3}n$.

Les zéros sont $\approx 0{,}72$, $\approx 3{,}16$, $\approx 4{,}05$, $\approx 6{,}49$, $\approx 7{,}39$, $\approx 9{,}83$, $\approx 10{,}72$, $\approx 13{,}16$, $\approx 14{,}05$, $\approx 16{,}49$, $\approx 17{,}39$, $\approx 19{,}83$, $\approx 20{,}72$, $\approx 23{,}16$, $\approx 24{,}05$, $\approx 26{,}49$, $\approx 27{,}34$ et $\approx 29{,}83$.

Il y a donc 18 zéros dont la moitié est associée à un intervalle de croissance. Il y aura donc 9 tractions de bras effectuées.

Course ②

$4{,}5\cos\left(\frac{\pi}{3}t - 0{,}78\right) - 2 = 0$

$\cos\left(\frac{\pi}{3}t - 0{,}78\right) = \frac{4}{9}$

$\frac{\pi}{3}t - 0{,}78 = \arccos\frac{4}{9} + 2n\pi$ et $\frac{\pi}{3}t - 0{,}78 = 2\pi - \arccos\frac{4}{9} + 2n\pi$, où $n \in \mathbb{Z}$.

$t \approx 1{,}81 + 6n$ et $t \approx 5{,}68 + 6n$.

Les zéros sont $\approx 1{,}81$, $\approx 5{,}68$, $\approx 7{,}81$, $\approx 11{,}68$, $\approx 13{,}81$, $\approx 17{,}68$, $\approx 19{,}81$, $\approx 23{,}68$, $\approx 25{,}81$, $\approx 29{,}68$, $\approx 31{,}81$, $\approx 35{,}68$, $\approx 37{,}81$, $\approx 41{,}68$ et $\approx 43{,}81$. Il y a donc 15 zéros dont 7 sont associés à un intervalle de croissance. Il y aura donc 7 tractions de bras effectuées.

b) En analysant les zéros, on remarque que les périodes où le nez du nageur est dans l'eau durent environ 2,44 s pour la course ① et environ 3,87 s pour la course ②.

Banque d'exercices (*suite*)

31. a) $\frac{x^2}{841} + \frac{y^2}{441} = 1$

b) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{56{,}25} = -1$

c) $\frac{x^2}{156{,}25} - \frac{y^2}{900} = 1$

d) $(y - 12)^2 \approx 8(x + 17)$

32. x: nombre de plantes vivaces

y: nombre de plantes annuelles

Système d'inéquations : $x \geq 17$, $y \geq 8$, $x + y \leq 53$, $\frac{x}{y} \geq \frac{5}{3}$

Fonction à optimiser : $z = 0{,}1x + 0{,}01y$, où z est la mesure de la surface (en m^2) couverte par les plantes.

Les sommets du polygone de contraintes sont (17, 8), (45, 8), (17, 10,2), (53, 0), ($\approx$ 33,12, $\approx$ 19,88).

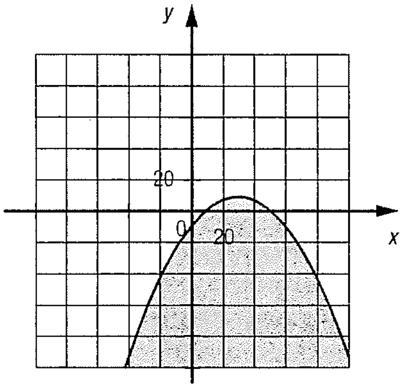
Le couple (45, 8) engendre le maximum de la fonction optimiser.

On en déduit que M. Brisebois devra avoir 45 plantes vivaces et 8 plantes annuelles. Puisqu'il possède déjà 17 plantes vivaces et 8 plantes annuelles, il devra acheter 28 plantes vivaces.

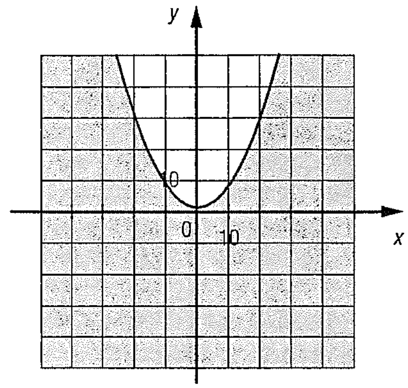
nque d'exercices (*suite*)

Page 28

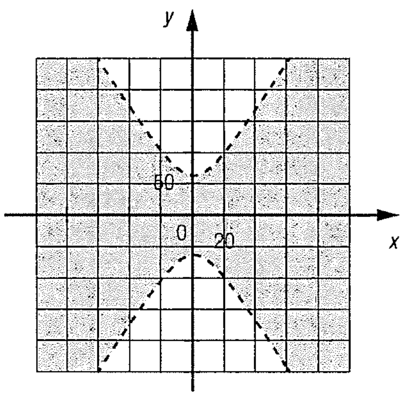
33. **a)**



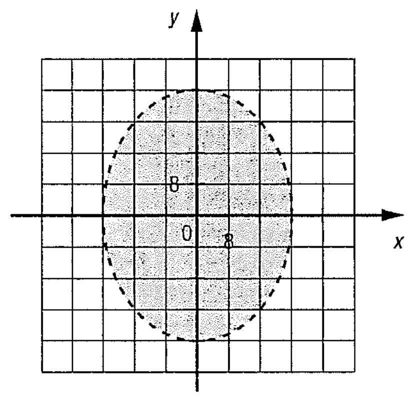
b)



c)



d)



34. $6{,}788(1 + 0{,}0114)^x = 10$

$1{,}0114^x \approx 1{,}4732$

$\log_{1{,}0114} 1{,}4732 \approx 34{,}18$ ans.

$2009 + 34 = 2043$

Au cours de l'année 2043, il y aura plus de 10 milliards d'habitants.

Banque d'exercices (*suite*)

Page 29

35. **a)** $2\vec{u} + 3\vec{v}$

b) $2\vec{u} - \vec{v}$

36. **a)** Ellipse : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$

Parabole : $y^2 = \frac{4}{5}(x + 3)$

Les coordonnées des points d'intersection sont $(\approx 1{,}53, \approx 1{,}9)$ et $(\approx 1{,}53, \approx -1{,}9)$.

b) Les coordonnées des points d'intersection sont $(\approx 5{,}24, \approx 5{,}73)$, $(\approx -5{,}24, \approx 5{,}73)$, $(\approx 3{,}41, \approx -2{,}17)$ et $(\approx -3{,}41, \approx -2{,}17)$.

37. **a)** Ni l'un ni l'autre. **b)** Orthogonaux. **c)** Colinéaires. **d)** Orthogonaux.

Banque d'exercices (*suite*)

Page 30

38. **a)** En réécrivant la règle sous sa forme canonique, on obtient $y = \frac{\frac{-26}{25}}{x - \frac{2}{5}} - \frac{3}{5}$. On en déduit que les équations des asymptotes sont $x = \frac{2}{5}$ et $y = \frac{-3}{5}$.

b) Il s'agit de résoudre l'inéquation $\frac{3x + 4}{-5x + 2} \geq 3$.

$\frac{3x + 4}{5x + 2} = 3 \left(\text{où } x \neq \frac{2}{5}\right)$

$18x = 2$

$x = \frac{1}{9}$

On déduit que $y \geq 3$ lorsque $\frac{1}{9} \leq x < \frac{2}{5}$.

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**

39. **a)** 1) $\approx 2{,}0016$ 2) $2 < x < 627$ **b)** 1) $-9{,}5$ et $5{,}5$. 2) $-29{,}5 < x < 25{,}5$

40. **a)** 1) $\vec{u} = (\cos a, \sin a)$

2) $\vec{v} = (\cos(a + b), \sin(a + b))$

3) $\vec{w} = (\cos(a + b) - \cos a, \sin(a + b) - \sin a)$

b)
$$\begin{aligned}
\vec{u} \bullet \vec{w} &= (\cos a, \sin a) \bullet (\cos(a + b) - \cos a, \sin(a + b) - \sin a)\\
&= \cos a(\cos(a + b) - \cos a) + \sin a(\sin(a + b) - \sin a)\\
&= \cos a(\cos a \cos b - \sin a \sin b - \cos a) + \sin a(\sin a \cos b + \sin b \cos a - \sin a)\\
&= \cos^2 a \cos b - \sin a \sin b \cos a - \cos^2 a + \sin^2 a \cos b + \sin a \sin b \cos a - \sin^2 a\\
&= \cos^2 a \cos b + \sin^2 a \cos b - \sin a \sin b \cos a + \sin a \sin b \cos a - \cos^2 a - \sin^2 a\\
&= \cos b(\sin^2 a + \cos^2 a) - (\sin^2 a + \cos^2 a)\\
&= \cos b - 1
\end{aligned}$$

© 2011, Les Éditions CEC inc. • **Reproduction autorisée**